35. *Zur Theorie der hyperabelschen Funktionen, IV.*

Von Hiraku TÔYAMA.

Mathematisches Institut, Tokyo Kôgyô Daigaku.

(Comm. by S. KAKEYA, M. I. A., June, 1946.)

Der Fundamentalsatz von A. Weil[1] gestattet uns die Struktur der *hyperjacobischen* Mannigfaltigkeit sowohl von seiten der Divisorenklassen als auch von seiten der Darstellungsklassen zu untersuchen. Hier wollen wir die Divisoren und Divisorenklassen genauer studieren, und damit irgend eine Einsicht in diejenige Mannigfaltigkeit gewinnen.

Zuerst werden verallgemeinerte Divisoren und Divisorenklassen auf normale Gestalten gebracht.

Sei θ ein lokaler Divisor r-ter Ordnung

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \cdots\cdots\cdots \theta_{1r} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \cdots\cdots\cdots \theta_{2r} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \theta_{r1} & \theta_{r2} \cdots\cdots \theta_{rr} \end{pmatrix}$$

wobei θ_{ik} eine ganze Potenzreihe der Ortsuniformisierenden τ ist. In der ersten Spalte wählen wir ein Element mit dem niedrigsten Grad, und es durch linksseitige Multiplikation einer Einheitsfunktion[2] auf die erste Zeile bringen und durch das Euklidische Divisionsverfahren die übrigen Elemente $\theta_{21}, \theta_{31} \cdots \theta_{r1}$ annullieren, so dass

$$\begin{pmatrix} \tau^{a_1} & \theta_{12} & \theta_{13} \cdots \theta_{1r} \\ 0 & \theta_{22} \cdots\cdots\cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \theta_{r2} \cdots\cdots & \theta_{rr} \end{pmatrix}$$

Dann wieder auf die zweite Spalte (bis auf θ_{12}) wenden wir das gleiche Verfahren an und durch Euklidische Division wird das Element θ_{12} ein Polynom von dem Grad $< a_2$. Wiederholen wir dieses Verfahren, bis die folgende kanonische Matrix gewonnen wird

$$\begin{pmatrix} \tau^{a_1} & \theta_{12} \cdots\cdots \theta_{1r} \\ 0 \ddots & \tau^{a_2} \qquad \vdots \\ \vdots & \ddots \qquad \vdots \\ 0 \cdots\cdots\cdots\cdots 0 & \tau^{a_r} \end{pmatrix}$$

wobei der Grad des θ_{ij} $(i < k)$ kleiner ist als a_k.

Nun sei die Eindeutigkeit dieser Gestalt bestätigt.

(1) A. Weil, Généralisation des fonctions abéliennes, Journal de Liouville, 17 (1938), S 47–87.

(2) Diese Terminologie, die *unitaire* im Sinne von Weil bedeutet, befindet sich in Hensel-Landsberg, Theorie der algebraischen Funktionen einer Variabeln, (1902), S. 2.

Wenn $\theta = U\theta'$ ist, wo θ, θ' oben gegebene kanonische Matrizen, und U eine Einheitsfunktion sind, so ist

$$\begin{pmatrix} \tau^{\alpha_1} & \theta_{12} \cdots\cdots & \theta_{1r} \\ 0 \cdots & \tau^{\alpha_2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots & 0 & \tau^{\alpha_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \cdots & U_{1r} \\ U_{21} & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \\ U_{r1} & & U_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^{\alpha'_1} & \theta'_{12} \cdots & \theta'_{1r} \\ 0 \cdots & \tau^{\alpha_2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots & 0 & \tau^{\alpha'_r} \end{pmatrix}.$$

Wie leicht ersichtlich, ist U kanonisch und $U^{ii} = 1$, $\alpha^i = \alpha'^i$

$$\theta_{12} = \theta'_{12} + U_{12}\tau^{\alpha_2}.$$

Daraus, dass die Grade der θ_{12}, θ'_{12} kleiner sind als α_2, schliesst man $\theta_{12} = \theta'_{12}$, $U_{12} = 0$. Dieselbe Erörterung führt zum Resultat

$$\theta = \theta', \quad U = E.$$

Auch in folgender Weise werden die Zahlen $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ bestimmt. τ^{β_i} ist der grösste gemeinsame Teiler aller i-reihigen Determinanten, die aus 1-ter, 2-ter, ... und i-ter Spalten gebildet sind, und wir setzen

$$\alpha_1 = \beta_1, \ \alpha_2 = \beta_2 - \beta_1, \ \ldots \ \alpha_r = \beta_r - \beta_{r-1},$$

so stimmen sie mit unseren obigen Exponenten überein.(3)

Falls dieser Punkt verzweigt von der n Ordnung, d. i. $\tau = t^{\frac{1}{n}}$ ist, bleibt θ, nach Weils Definition, gegenüber der Substitution C ($\tau \to S\tau$, $S = e^{\frac{2\pi i}{n}}$) invariant, d. i. $\theta^c = U\theta$.

$$\begin{pmatrix} \zeta^{\alpha_1}\tau^{\alpha_1} & \theta^c_{12} \cdots\cdots & \theta^c_{1r} \\ 0 \cdots & \zeta^{\alpha_2}\tau^{\alpha_2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots 0 & & \zeta^{\alpha_r}\tau^{\alpha_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta^{\alpha_1} & U_{12} & U_{1r} \\ 0 \cdots & \zeta^{\alpha_2} & \\ \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \zeta^{\alpha_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^{\alpha_1} & \theta_{12} \cdots\cdots & \theta_{1r} \\ 0 & \tau^{\alpha_2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots 0 & & \tau^{\alpha_r} \end{pmatrix}$$

Vergleich von Graden ergibt $\theta^c{}_{12} = \zeta^{\alpha_1}\theta_{12}$, $U_{12} = 0$, so ist $\theta_{12} = \tau^{\alpha_1}\theta^*_{12}$, wobei θ^*_{12} ein Polynom von t allein ist. Dabei kann man $d^i = <d_i>n$ setzen, so dass $\theta \leqq d_i < n$. Obige Resultate kann man folgendermassen zusammenfassen.

Satz 1. *Jeder lokale ganze Divisor ist eindeutig auf die folgende Gestalt gebracht*

$$\begin{pmatrix} \tau^{d_1} & 0 \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \tau^{d} & \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & & \tau^{d_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^{\alpha_1} & \theta_{12} \cdots\cdots & \theta_{1r} \\ 0 & t^{\alpha_2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots & 0 & t^{\alpha_r} \end{pmatrix}$$

wobei $0 \leqq d^i < n$ *und* θ^{ik} *ein Polynom von t allein ist, dessen Grad* $\leqq \alpha_k$ *ist, falls* $\alpha_i \leqq \alpha^k$ *und* $< \alpha_k$ *, falls* $\alpha_i > \alpha_k$.

Diese Gestalt des Divisors kann man naturgemäss Normalform nennen. Freilich ist ein Divisor niemals invariant gegenüber rechtsseitiger Multiplikation der konstanten Matrizen, m. a. W. die Reihenfolge der $d_1, d_2 \ldots d_r$ ver-

(3) Denselben Gedankengang kann man etwa als "linksseitige Elementarteilertheorie" bezeichnen.

(4) Die erste Diagonalmatrix sei von nun an als τ^D bezeichnet.

ändert, aber "im allgemeinen" ist die Reihenfolge der $d_1 \leqq d_2 \leqq \ldots \leqq d_r$ höchst wahrscheinlich, d. h. die Multiplikation fast aller konstanten Matrizen führt jede Reihenfolge zu dieser Folge.

Nun sollen die Divisorenklassen O-ter Ordnung auf die Normalform gebracht, sozusagen, normiert werden. Aber in diesem Fall wird die Sache viel komplizierter und enthält zahlreiche Ausnahmefälle, so scheint es mir zweckmässig, uns ausschliesslich auf den "allgemeinen" Fall zu beschränken.

Entsprechend dem Jacobischen Umkehrsatz, dass fast alle Divisorenklassen O-ter Ordnung $\mathfrak{d}$ eindeutig dargestellt werden konnen

$$\mathfrak{d} = \frac{\mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2 \ldots\ldots \mathfrak{p}_P}{\mathfrak{p}_0{}^P}$$

wollen wir die verallgemeinerten Divisorenklassen O-ter Ordnung durch analoge Gestalt darstellen.

Regulär nennen wir einen Divisor mit folgender Gestalt

$$\theta = (Et_0{}^{-p-j};\ F_1^1,\ F_2^1,\ \ldots\ldots\ F_r^p,\ \tau_1{}^{D1} V^1,\ \tau_2{}^{D2} V,\ \ldots\ldots\ \tau^{Dl} V^l)$$

wobei jeder lokale Divisor F_k^i in der gewohnlichen Stelle $\mathfrak{p}_k^i$ die Form $\begin{pmatrix} E & l_k^i \\ 0 & t \end{pmatrix}$, $l_k^i = \begin{pmatrix} l_{1,k}^i \\ \vdots \\ l_{r-1,k} \end{pmatrix}$ hat und der Divisor $\tau^{Di} V^i$ in der Verzweigungsstelle $\mathfrak{q}^i$ die Form

$$\tau^{Di} V^i = \tau^{Di} \begin{pmatrix} E & V_{12}^i \cdots & V_{1s}^i \\ 0 & E & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & E \end{pmatrix} \quad D^i = \begin{pmatrix} d_1{}^i & & 0 \\ 0 & d_2{}^i & \\ & & \ddots \\ & & & d_r^i \end{pmatrix}$$

hat, und deren Variablenanzahl ersichtlich $\sum_{\alpha<\beta} N_{i\alpha} N_{i\beta}$ ist. Der Bequemlichkeit halber sind die rp Primstellen p_k^i $(k = 1, \ldots r,\ i = 1 \ldots p)$ eingeteilt in r Divisoren (im klassischen Sinne) $\mathfrak{d}^k = \mathfrak{p}_k^1 \mathfrak{p}_k^2 \ldots\ldots p_k^P$ p-ter Ordnung $(k = 1, 2, \ldots\ldots r)$

Im folgenden beschränken wir uns auf den Fall $r \,/\, w$, wo $w = \sum_{i=1}^{l} \sum_{m=1}^{r} d_m^i / n_i$, welche wir *Verzweigungsindex* nennen.

$$j = \frac{w}{r}$$

Satz 2. *Wenn die Verzweigungsindex w durch r teilbar ist, kann man in fast aller Divisorenklassen reguläre Divisoren finden.*

Nach dem verallgemeinerten Riemann-Rochschen Satz ist die Parameteranzahl N der F, die θF $(E t_0{}^{-p-j})$ ganz macht, ist

$$N = r\,\mathrm{I}(\theta) - r\mathrm{I}(E t_0{}^{-p-j}) - r^2(p-1) - \Sigma < \frac{d_i}{n} > + \sigma = r^2 + \sigma$$

und dabei ist σ im allgemeinen Null.

Wie man leicht sieht, lässt jede konstante Matrix den Divisor θ invariant, so werden solche repräsentierenden Divisoren mit rechtsseitiger Multiplikation konstanter Matrix zueinander geführt. Zunächst sieht man, wie Zahlen l_k^i und V^i bei Multiplikation der konstanten Matrix C sich verhalten.

In der gewöhnlichen Stelle $\mathfrak{p}_k^i$,

$$\begin{pmatrix} E & l_k^i \\ 0 & t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & -l'^i_k t^{-1} \\ 0 & t^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} + l_k^i C_{21}, & \{-(C_{11}+l_k^i C_{21})l'^i_k + (C_{12}+l_k^i C_{22}) \\ t\,C_{21} & t^{-1} - C_{21} l_k^i + C_{22} \end{pmatrix}$$

so gewinnt man $l_k^i = (C_{11}\, l'^i_k - C_{12})\,(C_{21}\, l'^i_k - C_{22})$. Diese projektive Transformation besteht für allgemeine C.

In der Verzweigungsstelle $\mathfrak{q}_i$

$$\tau^{Di}\, VCV'^{i-1}\tau^{Di} = \tau^{Di}\begin{pmatrix} E & V_{12}^i & V_{1s}^i \\ 0 & E & \vdots \\ \vdots & \ddots & V^i{}_{s-1,s} \\ 0\cdots 0 & & E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_{11}\cdots\cdots C_{1s} \\ C_{21}\cdots\cdots \vdots \\ \vdots \\ C_{s1}\cdots\cdots C_{ss} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & V_{12}^i \cdots V_{1s}^i \\ 0 & \ddots \quad \vdots \\ \vdots & \\ 0\cdots\cdots\cdots\cdots & E \end{pmatrix}\tau^{-Di}$$

Dann ist

$$V'^i_{12} = -\,(C_{11} + V_{12}^i C_{21} + \dots + V_{1s}^i C_{s1})^{-1}\,(C_{12} + V_{12}^i C_{22} + \dots + V_{1s}^i C_{s2})$$

$$V'^i_{12} = -\,(C_{11} + \dots\dots\dots\dots)^{-1}\,(\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad)$$

....

....

Also sind l'^i_k, V'^i rationale Funktionen der C und l_k^i, V^i.

Nun nennen wir einen Divisor, welcher einer Darstellung entspricht, *Darstellungsdivisor.* Wir werden einen hinreichenden Satz für den Darstellungsdivisor beweisen.

Satz 3. *Wenn die folgenden Matrizen,*

$$J(d_k) = \left(\left(\frac{dw_m}{dt}\right)_{\mathfrak{p}_k^i}\right) \quad (k = 1, \dots\dots r) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

wobei W_m $(m = 1, 2, \dots p)$ p *linear unabhängige Differentiale erster Gattung sind,*

$$L^i = \begin{pmatrix} l_{1,1}^i & l_{1,2}^i & \cdots\cdots l_{1r}^i \\ l_{2,1}^i & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l^i_{r-1,1} & \vdots & l^i_{r-1,r} \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots\dots p) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\textit{Und}\quad M = \begin{pmatrix} l_{11}^1 \cdots\cdots l_{1r}^1 & l_{11}^2 \\ \vdots \qquad \vdots & \vdots \\ l^1_{r-1,1}\, l^1_{r-1,r} & l^2_{r-1,1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_1 & 0\cdots 0 & \\ 0 & m_2 & \\ & \vdots & \\ & m_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_{11}^1 \cdots\cdots l^1_{r-1,1} \\ \vdots \qquad \vdots \\ l_{1r}^1 \quad l^2_{r-1,r}{}^1 \\ l_{11}^2 \quad l^2_{r-1,1} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

nicht singular sind, so ist der Divisor $\theta = (Et_{-p-j},\ F_1^1 \dots F_r^p,\ \tau^{D1} V^1, \dots \tau^{Dl} V^l)$ *ein Darstellungsdivisor.*

Nach der Weilschen Bedingung für einen Darstellungsdivisor θ, soll ein solches Differential $d\,\mathrm{I}$ existieren derart, dass $\theta d\,\mathrm{I}\,\theta^{-1} - d\theta\cdot\theta^{-1}$ ganz ist.

Sei $\mathfrak{p}_k^i$ ein gewöhnlicher Punkt, so zerspalten wir $d\,\mathrm{I}$ in folgende Gestalt

$$d\,\mathrm{I} = \begin{pmatrix} d\,\mathrm{I}_{12} & d\,\mathrm{I}_{12} \\ d\,\mathrm{I}_{21} & d\,\mathrm{I}_{22} \end{pmatrix}.$$

Dazu kann man ein Differential erster Gattung

$$dw = A^1 dw_1 + A^2 dw_2 + \ldots + A^p\, dw_p \qquad A_i = \begin{pmatrix} A^i_{11} \cdots\cdots A_{1r} \\ \vdots^{\,i} \qquad\qquad \vdots^{\,i} \\ A^i_{r-1,1} \cdots\cdots A_{r,r} \\ 0 \cdots\cdots\cdots 0 \end{pmatrix}$$

hinzufügen, dessen r-te Zeile Null ist. Sodann ist

$$\theta d\,\mathrm{I}\,\theta^{-1} - d\theta\cdot\theta^{-1} = \begin{pmatrix} d\mathrm{I}_{11} + l^i_k\, d\,\mathrm{I}_{21}, & \{-(d\mathrm{I}_{11} + l^i_k\, d\,\mathrm{I})\, l^i_k + (d\mathrm{I}_{12} + l^i_k\, d\mathrm{I}_{22})\}\, t^{-1} \\ t d\,\mathrm{I}_{21}\,, & -d\,\mathrm{I}_{21} l^i_k + d\,\mathrm{I}_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & t^{-1}dt \end{pmatrix}$$

So soll $td\mathrm{I}_{21}$ ganz sein und daher kann $d\,\mathrm{I}_{21}$ dort einen Pol erster Ordnung haben, dessen Residuum $S^i_k\ (= (S^i_{1,k} \cdots\cdots S^i_{r-1,k}))$ ist. Das Residuum des Differentials $d\,\mathrm{I}_{11}$ ist$-l^i_k\, S^i_k$, und folglich ist das Residuum des $d\,\mathrm{I}$

$$\begin{pmatrix} -l^i_k\, S^i_k\,, & (S^i_k\, l^i_k + 1) \\ S^i_k\,, & S^i_k\, l^i_k + 1 \end{pmatrix}$$

In dem Verzweigungspunkt q_i ist

$$\theta d\,\mathrm{I}\,\theta^{-1} - d\theta\cdot\theta^{-1} = \theta\,(d\,\mathrm{I} - V^{i-1} D^i\, n_i^{-1}\, V^i\, t^{-1}\, dt)\,\theta^{-1}$$

Darum ist das Residuum $V^{i-1} D\ n_i^{-1}\, V^i$.

Nach dem Satz über das Differential dritter Gattung, existiert $d\,\mathrm{I}$ dann und nur dann, wenn die Summe der Residuen über gane Fläche Null ist, d. i.

$$\sum_{i,k} \begin{pmatrix} -l^i_k\, S^i_k\,, & l^i_k\,(S^i_k\, l^i_k + 1) \\ S_k\,, & S^i_k\, l^i_k + 1 \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{l} V^{i-1} D^i\, n_i^{-1}\, V - (p + j)\,E = 0$$

Die Bedingung für $d\,\mathrm{I}_{22}$ folgt unmitte lbar aus der des $d\,\mathrm{I}_{11}$, denn durch Spurbildung ergibt sich

$$\Sigma\,(S^i_k\, l^i_k + 1) + S_{pur}(-\,\Sigma\, l^i_k\, S^i_k\,) + w - r\,(p + j) = 0,$$

so sind die wesentlicn unabhängigen

$$-\,\Sigma\, l^i_k\, S^i_k = B_{11} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\Sigma\, S^i_k = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$\Sigma\, l^i_k\,(S^i_k\ + 1) = B_{12} \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{pmatrix} = \Sigma V^{i-1} D^i\ V^i + (p + j)\,E$$

(4), (5), fassen wir in Matrizengleichung zusammen.

$$\begin{pmatrix} l^1_{11} \cdots\cdots l^p_{1r} \\ l^1_{21} \cdots\cdots l^p_{2r} \\ \vdots \qquad\quad \vdots \\ -1 \cdots\cdots -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S^1_{11} & S^1_{21} \cdots\cdots S^{\,1}_{r-1,1} \\ S^1_{12} & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ S^1_{1r} & \vdots \end{pmatrix} = L\cdot S = \begin{pmatrix} B_{11} \\ 0 \end{pmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Wenn wir speziell für S die Matrix $\begin{pmatrix} S^1_{11} \cdots\cdots S^1_{r-1} \\ \vdots \\ S^{\,2}_{1,1} \qquad S^2_{r-1,1} \\ 0 \qquad\qquad 0 \end{pmatrix} r + 1$

wählen, so werden (7), (6) r(r—1) Gleichungen mit r(r—1) Unbekannten. Setzen wir den nicht-homogenen Teil Null, so werden die Gleichungen

$$(L^1 l_0)\begin{pmatrix}S^1\\ S_2\end{pmatrix} = 0,\quad l_0 = \begin{pmatrix} l_{11}^2 \\ l_{2,1}^2 \\ \vdots \\ -1\end{pmatrix},\quad S_1 = \begin{pmatrix} S_{11}^1 \cdots\cdots S_{r-1,1}^1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ S_{1,r}^1 \cdots\cdots S_{r-1,1}^1\end{pmatrix}\qquad S_2 = (S_{1,1}^2\, S_{1,1}^2 \ldots\ldots)$$

Nun setzen wir $S_1 = mS_2$ in (6), so

$$Pm\,S_2 P' = 0 \qquad\qquad ,\ \text{wo}\quad P = \begin{pmatrix} l_{11}^1 \cdots\cdots l_{1r}^1, & l_{11}^2 \\ l_{21}^1 \cdots\cdots \vdots & \vdots \\ l_{r-1,1}^1 \quad l_{r-1,r}^1 & l_{r-1,1}^2 \end{pmatrix}.$$

Wenn wir sie als die Gleichung für S_2 ansehen, so ist die Koeffizientenmatrix

$$M = P\begin{pmatrix} m^1 & & & \\ & m^2 & 0 & \\ & & \ddots & \\ & 0 & m_r & \\ & & & 1 \end{pmatrix}P'$$

welche nicht singulär ist nach der Voraussetzung, so ist sie stets lösbar für jede B.

Wenn wir die Bedingung für $d\,\mathrm{I}_{12}$ genauer berücksichtigen, so soll die Koeffizienten der t^{-1} verschwinden. Dafür genügt eine geeignete Wahl der dw. Wie im obigen Fall, setzen wir die r(r—1)p Gleichungen mit gleichzahligen Unbekannten

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{p^i_k} L^h = 0 \quad (h = 1, 2, \ldots p),\quad \left(\sum_{q=1}^{p} A^q \left(\frac{dw_q}{dt}\right)_{p_k^i}\right) L^h = 0$$

Auf Grund der Nicht-Singulatität der $\angle^h$ ergibt sich

$$\Sigma\, A^q \left(\frac{dw_q}{dt}\right)_{p_k^i} = 0,$$

und wieder aus der Nicht-Singularität der $J(\mathfrak{p}_k)$ folgt

$$A^q = 0.$$

Also ist unser Satz vollständig bewiesen. Am Schluss sei noch bemerkt dass die Matrix M im allgemeinen nicht singulär ist,

denn für $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \cdots\cdots 0 & 0 \\ \vdots & 1 \qquad \vdots & \\ \vdots & \ddots \quad \vdots & \\ 0 & 0\ 1\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ist $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \cdots\cdots & -1 \\ -1 & 0 \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots\ 0 & -1 \\ -1 & \cdots\cdots -1 & 0 \end{pmatrix}$

nicht singulär.

Aus dem Satz 3 schliesst man die Folgerung, dass die Divisoren, die keiner Darstellung entsprechen, eine Menge niedtigerer Dimension ausmachen, d. h. die Divisorenklassen O-ter Ordnung *im allgemeinen* Darstellungsdivisorenklassen sind, denn ihre Dimensionszahl ist gleich der Darstellungskl assen. Wie wohlbekannt, wird durch die Poincaréschen Zeta-Fuchssche

Funktion die Zuordnung der Darstellungsklassen zu der Divisorenklassen explizit verwirklicht Hier aber ist die umgekehrte Zourdnung der Divisorenklassen zu der Darstellungsklassen gegeben als die Monodromiegruppe der Differentialgleichungen $dH = Hd\,\mathrm{I}$.

Neuerdings ist es dem Verfasser gelungen, den Satz 3 ganz allgemein ohne Beding r/w zu beweisen (März, 1949).