

86. Eine konformgeometrische Verallgemeinerung der geodätischen Linien, 2.

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Nov. 12, 1938.)

Im ersten Teil (Vol. 14, S. 263–265) habe ich auf Grund des Ergebnisses

$(13') \quad \delta \bar{s} = - \int_{s_1}^{s_2} \frac{v}{R} ds - \int_{s_1}^{s_2} \frac{u}{\rho} \frac{d\rho}{ds} ds + \int_{s_1}^{s_2} w \mu ds,$ $(ds^2 = (d\tilde{x} d\tilde{x})_5, \quad \tilde{x} = \rho(s)\tilde{x},$ $d\bar{s}^2 = (d\tilde{x} d\tilde{x})_5)$ <p style="text-align: center;">im konformen Raume</p>		$\delta \bar{s} = - \int_{s_1}^{s_2} \frac{w}{R} ds - \int_{s_1}^{s_2} \frac{u}{\rho} \frac{d\rho}{ds} ds,$ $(ds^2 = (d\tilde{x} d\tilde{x})_4, \quad \tilde{x} = \rho(s)\tilde{x},$ $d\bar{s}^2 = (d\tilde{x} d\tilde{x})_4)$ <p style="text-align: center;">in der konformen Ebene</p>
--	--	--

von Liouville und Möbius den folgenden Satz aufgestellt:

Satz 1°. Die extremalen $\delta \int d\bar{s} = 0$ für beliebig normiertes $d\bar{s} = \rho(s) ds$ sind Kreise und finden nur bei der Normierung (1), (2) statt, vorausgesetzt,¹⁾ dass die Tangentialverrückung ($u \neq 0$)

$$(3) \quad \tilde{x}^* = \tilde{x} + (ut + vz + w\tilde{x}' + q\tilde{x}) \quad | \quad \tilde{x}^* = \tilde{x} + (ut + w\xi + q\tilde{x})$$

hinzugenommen ist.

Wenn man aber die Bedingung $\rho(s) \neq \text{konst.}$ erfordern wollte, so müsste u in (13') also auch in (3) in ϵ von höherer Ordnung sein, so dass die Tangentialverrückung ut (3) schon vom Anfang an ausgeschlossen sein dürfte. Daraus schliessen wir den folgenden

Satz 2°. Die extremalen Kurven $\delta \int d\bar{s} \equiv \delta \int \rho(s) ds = 0$, ($\rho \neq \text{konst.}$) sind Kreise und finden dann und nur dann statt, wenn die Tangentialverrückung ausgeschlossen (d. h. $u = 0$ in (3)) ist.

Berichtigung zum Teil 1: Für $2\mu^{-1}q\rho$, S. 263, Linie 22, lies $2\mu^{-1}iq\rho$.

1) Diese Voraussetzung habe ich dabei nur durch (3) ausdrücklich geäußert.