ROCKY MOUNTAIN
JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 14, Number 4, Fall 1984

FAISCEAUX COHÉRENTS EN GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE RÉELLE

HAMET SEYDI

A la mémoire de Gus A. Efroymson

Cette note est un résumé d'un article en préparation (Géométrie Algébrique réelle et Géométrie Analytique réelle) dans lequel on donne une demonstration cohomologique du théorème d'extension de Gustave A. Efroymson. Pour arriver à ce but, on caractérise les faisceaux A-cohérents sur le spectre réel d'un anneau B qui est l'anneau des fonctions de Nash sur un ouvert U de $\mathbf{R}^n$ lorsque B est noetherien. Dans toute la suite, on notera $X = \mathrm{Spec}_R(B)$, $Y = \mathrm{Spec}(B)$ et ϕ: $X \to Y$ le morphisme canonique. On a les resultats suivants.

THEOREME I. *Le faisceau structural $\underline{\mathcal{O}}_X$ est cohérent.*

Ce théorème est vrai si X est le specte réel de n'importe quel anneau noethérien.

THEOREME II. *Tout $\underline{\mathcal{O}}_X$-module cohérent et sans torsion F provient de Y, plus précisement il existe un $\underline{\mathcal{O}}_Y$-module cohérent et sans torsion F' tel que $F \simeq \phi^*F'$.*

Ce résultat permet de démontrer le

THEOREME III. *Pour tout $\underline{\mathcal{O}}_Y$-module cohérent F', l'homomorphisme $\Gamma(Y, F') \to \Gamma(X, \phi^*F')$ est un isomorphisme.*

Comme conséquence immediate de ce théorème on a les suivants.

THEOREME IV. *Soit F un $\mathcal{O}_X$-module cohérent. Alors les conditions suivantes sont equivalentes.*

1) *F est A-cohérent, i.e., il existe une suite exacte $\mathcal{O}^m \to \mathcal{O}^n \to F \to 0$.*

2) *F provient de Y, plus précisement il existe un $\mathcal{O}_X$-module cohérent F' tel que $F \simeq \phi^*F'$.*

THEOREME V. *Le foncteur $F' \to \phi^*F'$ est une équivalence de catégorie entre la catégorie des modules cohérents sur Y et celle des modules A-cohérents sur X.*

THEOREME VI. *Le foncteur $F \to \Gamma(X, F)$ est exact dans la catégorie des modules A-cohérents sur X.*

COROLLAIRE (Theoreme D'extension D'Efroymson). *Soient h une fonction de Nash sur R^n tel que $h^{-1}(0) \neq \phi$ et U an ouvert semi-algebrique contenant $h^{-1}(0)$. Alors pour toute fonction de Nash $f\colon U \to \mathbf{R}$, il existe une fonction de Nash $g\colon \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ telle que $f - g = \lambda h$ où $\lambda\colon U \to \mathbf{R}$ est une fonction de Nash.*

En particulier f et g coincide sur S.

DÉPARTEMENT DE MATHEMATIQUES, FACULTÉ DES SCIENCES, UNIVERSITÉ DE DAKAR
DAKAR-FANN (SÉNÉGAL)