

Communications in  
**Mathematical Physics**

Chief Editor

**R. Haag**, Hamburg

Editorial Board

**N. M. Hugenholtz**, Groningen

**H. Joos**, Hamburg

**J. Leray**, Paris

**D. Ruelle**, Bures-sur-Yvette

**A. H. Taub**, Berkeley

**A. S. Wightman**, Princeton

Advisory Board

**H. Araki**, Kyoto

**V. Glaser**, Genève

**K. Hepp**, Zürich

**P. Kristensen**, Aarhus

**T. Regge**, Princeton

**R. F. Streater**, London

**Volume 24 · 1971/72**

Springer-Verlag · Berlin · Heidelberg · New York



The exclusive copyright for all languages and countries, including the right for photomechanical and any other reproductions, also in microform, is transferred to the publisher.

Alle Rechte, einschließlich das der Übersetzung in fremde Sprachen und das der fotomechanischen Wiedergabe oder einer sonstigen Vervielfältigung, auch in Mikroform, vorbehalten. Jedoch wird gewerblichen Unternehmen für den innerbetrieblichen Gebrauch nach Maßgabe des zwischen dem Börsenverein des Deutschen Buchhandels e.V. und dem Bundesverband der Deutschen Industrie abgeschlossenen Rahmenabkommens die Anfertigung einer fotomechanischen Vervielfältigung gestattet. Wenn für diese Zeitschrift kein Pauschalabkommen mit dem Verlag vereinbart worden ist, ist eine Wertmarke im Betrage von DM 0,40 pro Seite zu verwenden. *Der Verlag läßt diese Beträge den Autorenverbänden zufließen.*

Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York

Printers: Brühlsche Universitätsdruckerei, Gießen

Printed in Germany — © by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1971/72

# Contents

Atakishiev, N.M., Filipov, A.T.: Calculation of Superpropagators in Non-linear Quantum Field Theories . . . . .	74
Bracci, L., Strocchi, F.: Einstein's Equations and Locality . . . . .	289
Edwards, C.M.: The Theory of Pure Operations . . . . .	260
Filipov, A.T., s. Atakishiev, N.M. . . . .	74
Flume, R.: Superpropagators of Non-Localizable Fields . . . . .	303
Hertel, P., Thirring, W.: Free Energy of Gravitating Fermions . . . . .	22
Kanellopoulos, E.J., Kanellopoulos, Th. V., Wildermuth, K.: Solution of the Second Order Linear Differential Equation . . . . .	225
— — — Exact Solution of the Schrödinger Equation with a Central Potential . . . . .	233
Kanellopoulos, Th. V., s. Kanellopoulos, E.J., et al. . . . .	225
— s. — et al. . . . .	233
Kraus, K., Landau, L.J.: Conserved Currents and Symmetry Transformations in Local Scattering Theory . . . . .	243
Landau, L.J., s. Kraus, K. . . . .	243
Lanford, O. E., III, Robinson, D. W.: Approach to Equilibrium of Free Quantum Systems . . . . .	193
Lima, R.: Equivalence of Ensembles in Quantum Lattice Systems: States . . . . .	180
Lowenstein, J. H.: Differential Vertex Operations in Lagrangian Field Theory . . . . .	1
Macfarlane, A. J., Tait, W.: Tensor Formulation of Spin-1 and Spin-2 Fields . . . . .	211
Maison, D., Reeh, H.: Non-Existence of Goldstone Bosons with Non-Zero Helicity . . . . .	67
Manoukian, E. B., s. Prugovečki, E. . . . .	133
Marinero, M., Sewell, G.L.: Characterisations of Phase Transitions in Ising Spin Systems . . . . .	310
Martin-Löf, A.: On the Spontaneous Magnetization in the Ising Model . . . . .	253
McClary, W. K.: Approximate Vacuums in $(:\phi^{2m}:g(x))_2$ Field Theories and Perturbation Series . . . . .	171
Miller, M., Steinberg, S.: Applications of Hyperdifferential Operators to Quantum Mechanics . . . . .	40
Otterson, P., Zimmermann, W.: On the Directional Dependence of Composite Field Operators . . . . .	107
Prugovečki, E., Manoukian, E. B.: Asymptotic Behaviour of Spin-Momentum Distribution Observables for Fermion Fields with Cut-Off Self-Coupling . . . . .	133
Reeh, H., s. Maison, D. . . . .	67
Robinson, D. W., s. Lanford, O. E., III . . . . .	193
Sewell, G. L., s. Marinero, M. . . . .	310
Slawny, J.: On Factor Representations and the $C^*$ -Algebra of Canonical Commutation Relations . . . . .	151
Steinberg, S., s. Miller, M. . . . .	40
Strocchi, F., s. Bracci, L. . . . .	289
Tait, W., s. Macfarlane, A. J. . . . .	211
Thirring, W., s. Hertel, P. . . . .	22
Thompson, C.J.: Upper Bounds for Ising Model Correlation Functions . . . . .	61
Wilde, I.F.: A Remark on the Localisation of a Charged Bose Field . . . . .	37
Wildermuth, K., s. Kanellopoulos, E.J., et al. . . . .	225
— s. — et al. . . . .	233
Wilson, K. G., Zimmermann, W.: Operator Product Expansions and Composite Field Operators in the General Framework of Quantum Field Theory . . . . .	87
Zimmermann, W., s. Otterson, P. . . . .	107
— s. Wilson, K. G. . . . .	87
Indexed in Current Contents	



Communications in  
**Mathematical Physics**

Chief Editor

**R. Haag**, Hamburg

Editorial Board

**N. M. Hugenholtz**, Groningen

**H. Joos**, Hamburg

**J. Leray**, Paris

**D. Ruelle**, Bures-sur-Yvette

**A. H. Taub**, Berkeley

**A. S. Wightman**, Princeton

Advisory Board

**H. Araki**, Kyoto

**V. Glaser**, Genève

**K. Hepp**, Zürich

**P. Kristensen**, Aarhus

**T. Regge**, Princeton

**R. F. Streater**, London

**Volume 24 · Number 1 · 1971**

Springer-Verlag · Berlin · Heidelberg · New York

Commun. math. Phys. — CMPHAY 24(1) 1-86 (1971) 23. XII. 1971



In order to avoid delay in publication this journal appears in loose numbers which can be subsequently assembled in volumes. One volume usually consists of 4 numbers. The price of one volume is DM 108.—.

It is a fundamental condition that no manuscript submitted shall have been or will be published elsewhere either at home or abroad.

Unless special permission has been granted by the publishers, no photographic reproductions, microfilms, microphotos or other reproductions of a similar nature may be made of the journals, of individual contributions contained therein or of extracts therefrom.

---

Die Zeitschrift erscheint, um eine rasche Publikation zu ermöglichen, in einzelnen Heften, die zu Bänden vereinigt werden. Ein Band besteht im allgemeinen aus 4 Heften. Der Preis eines Bandes beträgt DM 108.—.

Grundsätzlich dürfen nur Arbeiten in deutscher, englischer oder französischer Sprache eingereicht werden, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Der Autor verpflichtet sich, sie auch nachträglich nicht an anderer Stelle zu publizieren. Mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag geht auch das Recht der fotomechanischen Wiedergabe oder einer sonstigen Vervielfältigung an den Verlag über. Jedoch wird gewerblichen Unternehmen für den innerbetrieblichen Gebrauch nach Maßgabe des zwischen dem Börsenverein des Deutschen Buchhandels e. V. und dem Bundesverband der Deutschen Industrie abgeschlossenen Rahmenabkommens die Anfertigung einer fotomechanischen Vervielfältigung gestattet. Wenn für diese Zeitschrift kein Pauschalabkommen mit dem Verlag vereinbart worden ist, ist eine Wertmarke im Betrage von DM 0,40 pro Seite zu verwenden. *Der Verlag läßt diese Beträge den Autorenverbänden zufließen.*

---

Afin d'assurer la publication la plus rapide possible, la revue paraît sous forme de fascicules séparés, qui seront reliés en volumes. En général un volume se compose de 4 fascicules. Le prix d'un volume est de DM 108.—.

Ne doivent être en principe envoyés que les ouvrages qui n'ont jamais été et ne seront jamais publiés ni dans le pays même de l'auteur ni à l'étranger.

En outre, il n'est pas permis sans l'autorisation expresse des éditeurs de faire des reproductions photographiques, des microfilms, des microphotos, etc. . . ., des revues publiées, des communications individuelles ou d'extraits de ces dernières.

### Springer-Verlag

D-6900 Heidelberg 1  
Postfach 1780  
Telefon (06221) 491 01  
Telex 04—61 723

D-1800 Berlin 33  
Heidelberger Platz 3  
Telefon (0311) 822001  
Telex 01—83319

Springer-Verlag  
New York Inc.  
175 Fifth Avenue  
New York, N. Y. 10001

“Communications in Mathematical Physics” publishes original articles in theoretical physics and, on occasion, mathematical contributions which are of direct interest to the theoretical physicist.

It is one of the goals of this journal to generate among mathematicians an increased awareness and appreciation of current problems in physics, just as we are hoping to acquaint a growing number of physicists with methods and results of modern mathematics. This should not be interpreted as an encouragement of physicists to confine themselves to rigorous mathematical argumentation. Conjectures, intuitive judgments and plausibility arguments indeed have their place, so long as it is made clear that they are not to be regarded as proofs.

At present “Communications in Mathematical Physics” is devoted primarily, though not exclusively, to the following topics: the quantum theory of fields and fundamental questions regarding the symmetries and dynamics of “elementary particles”, the many-body problem and statistical mechanics, and general relativity.

---

“Communications in Mathematical Physics” veröffentlicht Originalarbeiten auf dem Gebiet der theoretischen Physik. Auch rein mathematische Arbeiten, von denen angenommen werden kann, daß ihr Inhalt von direktem Interesse für die theoretische Physik ist, können aufgenommen werden.

Es ist eines der Ziele dieser Zeitschrift, das Verständnis und Interesse von Mathematikern für Gegenwartsprobleme der Physik zu fördern, ebenso wie wir wünschen, daß Physiker in wachsendem Maße mit Arbeitsmethoden und Ergebnissen moderner Mathematik vertraut werden. Dies bedeutet nicht, daß mathematische Strenge in physikalischen Arbeiten regieren soll. Intuitive Schlüsse, Vermutungen und Plausibilitätsargumente haben ihren Platz, wenn klargestellt ist, daß sie nicht als Beweise verstanden werden sollen.

Thematisch wollen sich die “Communications in Mathematical Physics” in erster Linie (wenn auch nicht ausschließlich) mit folgenden Problemkreisen befassen: Quantentheorie der Felder und grundsätzliche Fragen der Symmetrie und Dynamik von „Elementarteilchen“; Vielkörperproblem und statistische Mechanik; allgemeine Relativitätstheorie.

---

Le journal «Communications in Mathematical Physics» publie des articles originaux de physique théorique et occasionnellement des articles mathématiques qui intéressent directement le physicien théoricien.

Un des buts de ce journal est de susciter chez les mathématiciens, une conscience et une connaissance accrues des problèmes actuels de la physique; de même, nous espérons familiariser un nombre croissant de physiciens avec les méthodes et les résultats des mathématiques modernes. Ceci ne doit pas être interprété comme un encouragement pour les physiciens à n'utiliser que des raisonnements mathématiques rigoureux. Les conjectures, les arguments intuitifs ou heuristiques sont admis pour autant qu'il soit clair qu'ils ne doivent pas être considérés comme des démonstrations.

Pour le moment «Communications in Mathematical Physics» est consacré principalement mais non exclusivement aux sujets suivants: la théorie quantique des champs et les problèmes fondamentaux liés aux symétries et à la dynamique des particules élémentaires, le problème des  $N$  corps et la mécanique statistique, la relativité générale.

## Hinweise für die Autoren

Die Autoren werden freundlichst gebeten, folgende Punkte zu beachten:

Manuskripte sind in doppelter Ausführung, möglichst weitzeilig geschrieben, einzureichen. Sie können in deutscher, französischer oder englischer Sprache abgefaßt sein. In jedem Fall soll aber eine englische Übersetzung der Zusammenfassung (Abstract) beigelegt werden. Die Beiträge müssen formal wie inhaltlich so durchgearbeitet sein, daß Änderungen in den Korrekturabzügen unnötig sind. Nachträgliche (vom Manuskript abweichende) Korrekturen müssen den Autoren in Rechnung gestellt werden.

Die verwendeten Symbole müssen so klar bezeichnet sein, daß auch beim Laien keine Zweifel über Stellung und Deutung auftreten können. Bei Verwendung von Typen anderer Alphabete und Sonderzeichen ist zu beachten, daß die einzelnen Zeichen durch eine farbige Unterstreichung zu kennzeichnen sind. Um Verwechslungen zu vermeiden, wird empfohlen, *griechische Buchstaben rot, gotische Buchstaben blau und Skriptbuchstaben grün auszuzeichnen*. In jedem Fall sollten *große Buchstaben zweimal, kleine einmal unterstrichen werden*. Handgeschriebene lateinische Buchstaben sind möglichst zu vermeiden. Fettzusetzende Zeichen sind durch eine Wellenlinie mit Bleistift zu unterstreichen. Es wird gebeten, auch gotische und Skriptbuchstaben mit der Maschine als lateinische Buchstaben zu schreiben und allein durch die farbige Unterstreichung zu kennzeichnen. Man vermeide in Formeln und bei mathematischen Symbolen das Unterstreichen mit Schreibmaschine; dies würde zwangsläufig als zum mathematischen Sinn gehörig interpretiert und daher mitgesetzt werden. Sämtliche Buchstaben in Formeln, Einzelbuchstaben im Text sowie unterstrichene Textstellen werden automatisch kursiv gesetzt. Daher müssen z. B. in Formeln auftretende Abkürzungen, die in Antiqua (d. h. in der üblichen Textschrift) gesetzt werden sollen, besonders gekennzeichnet werden (möglichst durch gelbe Unterstreichung). Besondere Schwierigkeiten entstehen dadurch, daß Schreibmaschinen im allgemeinen keine Unterschiede zwischen 0 (Null) und O (Buchstabe), sowie häufig auch zwischen 1 (Eins) und l (Buchstabe) kennen. Hier sind unterscheidende Kennzeichnungen unbedingt erforderlich. Die arabische Ziffer 1 schreibe man deutlich als 1 und nicht einfach als senkrechten Strich. Das ist besonders verhängnisvoll, wenn die 1 als oberer Index auftritt. In englischsprachigen Manuskripten schreibe man, wenn der kleine lateinische Buchstabe  $a$  als mathematische Bezeichnung vorkommt, die Verwechslung mit dem unbestimmten Artikel aus.

Fußnoten, die nicht zum Beitragskopf gehören, sind durchzunummerieren.

Literaturzitate sollen nicht als Fußnoten, sondern als geschlossenes, nummeriertes Verzeichnis am Ende der Arbeit erscheinen. Bei Zeitschriften-Artikeln sind unerlässlich: Initialen und Namen aller Autoren, den nach internationalen Regeln gekürzten Zeitschriftentitel, Band-, Seiten- und Jahreszahl. Bücher werden mit Autor, vollem Titel, Auflage, Ort, Verlag und Jahr zitiert. Hinweise auf Literaturzitate werden im Text durch die eckig eingeklammerten, auf der Zeile stehenden Ziffern bezeichnet (z. B. [5]).

Schemata und Figuren werden getrennt vom Text auf besonderen Blättern erbeten. Es genügt eine unmißverständliche klare Skizze; sie wird vom Verlag umgezeichnet.

Von jeder Arbeit werden 75 Sonderdrucke kostenlos geliefert; weitere Separata können von den Autoren zum Selbstkostenpreis bezogen werden, falls die Bestellung vor Druck des Heftes erfolgt.

Manuskripte können eingereicht werden an

*Prof. R. Haag*, II. Institut für theoretische Physik der Universität,  
D 2000 Hamburg 50, Luruper Chaussee 149

*Prof. N. M. Hugenholtz*, Inst. f. theoret. Phys., Univ. of Groningen, Holland

*Prof. H. Joos*, DESY, D 2000 Hamburg 52, Notkestieg 52

*Prof. J. Leray*, Collège de France, Laboratoire de Mathématique, Place Marcelin  
Berthelot, F 75 Paris V

*Prof. D. Ruelle*, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, F-91 Bures-sur-Yvette,  
France

*Prof. A. Taub*, Mathematics Department, Univ. of California, Berkeley 4, California  
94720, USA

*Prof. A. S. Wightman*, Princeton University, Jadwin Hall, Princeton, N. J. 08540,  
U.S.A.

Alle die Zeitschrift betreffenden geschäftlichen Mitteilungen werden erbeten an den

Springer-Verlag,

D 6900 Heidelberg 1, Postfach 1780,

Telefon (06221) 49 101, Telex 04-61 723



## Instructions to Authors

Authors are kindly requested to note the following points:

Manuscripts should be submitted in duplicate, with double spacing. They may be written in English, French or German, but in every case a summary (abstract) in English should be enclosed. The paper must be in its final form in order to avoid corrections of the proofs. Changes in content and style are to be avoided; expenses accruing from such additional corrections will be charged to the authors.

The symbols employed must be so clearly marked that even a layman could have no doubts as to their placing and interpretation. Special type should be indicated by underlining in color. In order to facilitate the compositor's task we recommend the underlining of *Greek characters in red, Gothic in blue, Script in green*. In each case capital letters are characterized by underlining twice, lower case letters by underlining once. Handwritten Roman characters should be avoided if possible. Bold face type for individual symbols is indicated by underlining with a wavy line in pencil. It is most helpful if formulae are type-written and Roman characters are employed also for Gothic and Script and simply distinguished by underlining in colour. The underlining of formulae and mathematical signs by means of a typewriter should be avoided; this would inevitably lead to inclusion in the composition as part of the mathematical symbol. All letters contained in formulae as well as single letters in the text are automatically composed in italics. Hence, abbreviations that appear in formulae and are to be composed in Roman type (the type normally used for the text) should be specially marked (by underlining in yellow, if possible). The fact that typewriters usually show no difference between the figure 0 (zero) and the letter O, nor frequently, between 1 (one) and the letter l leads to considerable confusion. Here it is absolutely essential that each letter and each numeral be individually distinguished. The numeral 1 should be written clearly as such (i. e. with a preceding hook) and not merely as a downward stroke. The latter is particularly disastrous where 1 appears as a superscript. In manuscripts written in English, in which the small (Roman) letter *a* is employed as a mathematical symbol care must be taken to avoid any confusion with the indefinite article.

Footnotes which do not belong to the head of the article should be numbered consecutively.

References to the literature should appear not as footnotes but as a numbered and complete bibliography at the end of the article. Journal articles should be cited by initials and name(s) of all author(s), the internationally recognized abbreviation for the name of the journal, the volume, the numbers of the first and last pages and the year of publication. Citations of books should include the author(s), full title, edition, place of publication, publisher and year of publication. In the text a reference to the bibliography should be indicated by the corresponding number enclosed in square brackets and placed on the same level as the rest of line (e. g. [5]).

Diagrams and illustrations should be submitted on separate sheets, apart from the text. A clear unambiguous sketch is satisfactory, since it will be redrawn by the publisher.

75 offprints of each article will be supplied to the author free-of-charge and additional copies may be obtained at cost price if ordered before the issue goes to press.

Manuscripts may be sent to

*Prof. R. Haag*, II. Institut für theoretische Physik der Universität,  
D 2000 Hamburg 50, Luruper Chaussee 149

*Prof. N. M. Hugenholtz*, Inst. f. theoret. Phys., University of Groningen,  
The Netherlands

*Prof. H. Joos*, DESY, D 2000 Hamburg 52, Notkestieg 52

*Prof. J. Leray*, Collège de France, Laboratoire de Mathématique, Place Marcelin  
Berthelot, F 75 Paris V

*Prof. D. Ruelle*, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, F-91 Bures-sur-Yvette,  
France

*Prof. A. Taub*, Mathematics Department, Univ. of California, Berkeley 4, California  
94720, U.S.A.

*Prof. A. S. Wightman*, Princeton University, Jadwin Hall, Princeton, N. J. 08540,  
U.S.A.

All *business communications* should be directed to

Springer-Verlag,  
D-6900 Heidelberg 1, Germany, Postfach 1780,  
Tel. (06221) 49101, Telex 04-61723

## Recommandations aux auteurs

Les auteurs sont priés de se conformer aux instructions suivantes:

Les manuscrits doivent être soumis en double exemplaire, avec double interligne. Ils peuvent être écrits en anglais, français ou allemand mais doivent être accompagnés, dans tous les cas d'un résumé (abstract) en anglais. L'article doit être présenté sous sa forme définitive afin d'éviter des modifications de contenu et de style sur les épreuves; les frais de telles corrections sont à la charge des auteurs.

Les symboles doivent être placés de manière suffisamment claire pour que même un profane n'ait aucun doute quant à leur position et leur interprétation. Les caractères spéciaux seront soulignés en couleur. Pour faciliter la tâche du typographe, nous recommandons de souligner les lettres grecques en rouge, gothiques en bleu, script en vert. Dans tous les cas, les lettres majuscules sont soulignées deux fois, les minuscules une fois. Il vaut mieux éviter l'emploi de caractères latins manuscrits; l'usage de caractères gras pour des symboles isolés, se marque par un trait de crayon ondulé. Dans la mesure du possible, les formules seront écrites à la machine et les caractères latins seront utilisés aussi pour les lettres gothiques et script qui seront simplement soulignées en couleur. Evitez de souligner à la machine des formules ou des symboles mathématiques, le trait serait reproduit dans le texte imprimé comme faisant partie du symbole mathématique. Toutes les lettres des formules ainsi que les lettres isolées du texte seront automatiquement imprimées en italiques. Donc, si des abréviations apparaissant dans les formules doivent être imprimées en caractères latins (les caractères normalement utilisés dans le texte) il faut l'indiquer explicitement (en soulignant en jaune, si possible). Un risque de confusion naît du fait que la plupart des machines à écrire ne font pas la différence entre le chiffre 0 et la lettre O, ni entre 1 (un) et la lettre l. Il est absolument nécessaire de distinguer chaque lettre et chaque chiffre. Le chiffre 1 sera écrit clairement (avec un jambage montant) et pas figuré seulement par un trait vertical, ceci particulièrement lorsque 1 apparaît comme indice supérieur. Dans les textes en anglais, où la lettre minuscule *a* est employée comme symbole mathématique, on la distinguera soigneusement de l'article indéfini.

Les notes en bas de page ne se rapportant pas au titre de l'article doivent être numérotées à la suite.

Les références bibliographiques seront groupées en une liste numérotée à la fin de l'article et non pas insérées dans des notes en bas de page. Pour les articles de revues, on indiquera les initiales et le nom de tous les auteurs, l'abréviation internationalement admise du nom de la revue, le numéro du volume, le numéro de la première et de la dernière page et l'année de publication. Pour les livres, on mentionnera le ou les auteurs, le titre complet, l'édition, le lieu de publication, l'éditeur et l'année d'édition. Dans le texte, les références à la bibliographie se feront à l'aide des chiffres correspondants placés entre crochets disposés au niveau de la ligne (par exemple [5]).

Les diagrammes et illustrations seront soumis sur des feuillets séparés du texte. Un croquis clair et sans ambiguïté suffit, puisqu'il sera redessiné par l'éditeur.

75 tirés à part de chaque travail seront fournis gratuitement. Des tirés à part supplémentaires pourront être obtenus par les auteurs au prix de revient, s'ils font la commande avant la publication.

Les manuscrits peuvent être envoyés à

*Prof. R. Haag*, II. Institut für theoretische Physik der Universität,  
D 2000 Hamburg 50, Luruper Chaussee 149

*Prof. N. M. Hugenholtz*, Inst. f. theoret. Phys., University of Groningen,  
Les Pays-Bas

*Prof. H. Joos*, DESY, D 2000 Hamburg 52, Notkestieg 52

*Prof. J. Leray*, Collège de France, Laboratoire de Mathématique, Place Marcelin  
Berthelot, F 75 Paris V

*Prof. D. Ruelle*, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, F-91 Bures-sur-Yvette,  
France

*Prof. A. Taub*, Mathematics Department, Univ. of California, Berkeley 4, California  
94720, U.S.A.

*Prof. A. S. Wightman*, Princeton University, Jadwin Hall, Princeton, N. J. 08540,  
U.S.A.

La correspondance d'affaire doit être adressée à

Springer-Verlag,  
D 6900 Heidelberg 1, Postfach 1780,  
Téléphone (06221) 49101, Télex 04-61 723