5. *Jets Infinitésimaux d'Ordre Séparé Supérieur*

Par Michiaki KAWAGUCHI
Facultés des Sciences, Université de Hokkaido, Sapporo, Japon
(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Jan. 12, 1961)

Cette note se propose de considérer sur le jet infinitésimal dont la source est trouvée dans le produit de quelques espaces numériques $R_{p_1}, R_{p_2}, \cdots, R_{p_s}$ et dont l'ordre est séparé, c'est-à-dire, il se décompose comme $r=r_1+r_2+\cdots+r_s$, tel que r_λ $(\lambda=1,\cdots,s)$ est l'ordre concernant l'espace numérique R_{p_λ}, respectivement. La notion de ces jets est une extension de celle de jets infinitésimaux (ordinaires) d'ordre r [2, 3],[1] et cette extension est autre que l'extension de jets infinitésimaux d'ordre r aux jets infinitésimaux d'ordre $(r_1, r_2, \cdots, r_s)$.[2] Dans le calcul des extenseurs, H. V. Craig [1] a fait aussi la même considération sur l'ordre supérieur d'extenseurs. Puisque la définition d'extenseurs n'est pas essentiellement identique à celle de jets infinitésimaux, évidemment son travail est tout autre.

1. Définition de jet infinitésimal d'ordre séparé $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$. Étant donné un espace numérique R_n et soit (y^i), $i=1,2,\cdots,n$, les coordonnées canoniques dans R_n. De plus, nous considérons des espaces numériques $R_{p_1}, R_{p_2}, \cdots, R_{p_s}$ dont les coordonnées canoniques sont désignées par $(x^\alpha), (x^\beta), \cdots, (x^\delta)$, $\alpha=1,2,\cdots,p_1$; $\beta=1,2,\cdots,p_2;\cdots$; $\delta=1,2,\cdots,p_s$. Soit $R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}$ l'espace produit de ces espaces numériques et pour ses coordonnées canoniques nous utilisons aussi les ensembles des coordonnées canoniques $(x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$. Soit $C_x^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, R_n)$ l'ensemble des r-applications pointées $(f, x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$, $r=r_1+r_2+\cdots+r_s$, où f est une r-application au point $(x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$ de $R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}$ dans R_n, $y^i=f^i(x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$. Deux éléments $(f, x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$ et $(f', x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$ de $C_x^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, R_n)$ sont dits de même r-classe lorsque les dérivées partielles de f et de f' admettent les mêmes valeurs au point $(x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$, pour toutes les dérivées partielles d'ordre$\leqq r_1$ par rapport à x^α, d'ordre$\leqq r_2$ par rapport à $x^\beta, \cdots$ et d'ordre$\leqq r_s$ par rapport à x^δ, c'est-à-dire, dans $C_x^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, R_n)$ nous considérons la relation d'équivalence concernant les valeurs des dérivées partielles

$$\frac{\partial^{k_1+k_2+\cdots+k_s} f^i}{\partial x^{\alpha_1}\cdots\partial x^{\alpha_{k_1}}\partial x^{\beta_1}\cdots\partial x^{\beta_{k_2}}\cdots\partial x^{\delta_1}\cdots\partial x^{\delta_{k_s}}},$$

$$k_1=0,1,2,\cdots,r_1;\ k_2=0,1,2,\cdots,r_2;\cdots;\ k_s=0,1,2,\cdots,r_s,$$

au point $(x^\alpha, x^\beta, \cdots, x^\delta)$. Une classe d'équivalence pour cette relation

1) Les nombres entre crochets renvoient aux références à la fin de cette note.

2) La définition de ces jets se trouve dans l'autre travail de l'auteur [6].

sera appelée *jet infinitésimal d'ordre séparé* $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$, *ou* $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$-*jet de* $(R_{p_1}, R_{p_2},\cdots, R_{p_s})$ *dans* R_n et sera noté $j^{r_1+r_2+\cdots+r_s}_{(x^\alpha, x^\beta,\cdots,x^\delta)} f$. Les points $x^\alpha \in R_{p_1}, x^\beta \in R_{p_2},\cdots, x^\delta \in R_{p_s}$ seront appelés *source du jet* et le point $y^i=f^i(x^\alpha, x^\beta,\cdots, x^\delta)$ *but du jet*.

Proposition 1.1: *Lorsque* $r_2=r_3=\cdots=r_s=0$, *le jet infinitésimal d'ordre séparé* $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$ *devient celui d'ordre séparé* $(r_1+0+\cdots+0)$, *c'est-à-dire, celui d'ordre* r *(ordinaire)*, $(r=r_1+r_2+\cdots+r_s)$.

Nous désignons l'ensemble des jets infinitésimaux d'ordre séparé $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$ de $(R_{p_1}, R_{p_2},\cdots, R_{p_s})$ dans R_n par $J^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, R_n)$. Ainsi, d'après l'atlas de R_n sur une variété r-fois différentiable V_n, le jet infinitésimal d'ordre $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$ de $(R_{p_1}, R_{p_2},\cdots, R_{p_s})$ dans V_n peut être défini et l'ensemble de ces jets est désigné par $J^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, V_n)$. Un élément de cet ensemble ayant la source $(0\in R_1, 0\in R_2,\cdots, 0\in R_s)$ et le but $u\in V_n$ est appelé *vitesse d'ordre* $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$ *d'origine* u et l'ensemble de tels jets est noté $T^{r_1+r_2+\cdots+r_s}_{p_1+p_2+\cdots+p_s}(V_n)$. De même, lorsque le produit des variétés différentiables $V_{p_1}, V_{p_2},\cdots, V_{p_s}$ est défini, d'après les atlas de $R_{p_1}, R_{p_2},\cdots, R_{p_s}$ sur les variétés $V_{p_1}, V_{p_2},\cdots, V_{p_s}$, resp., nous pouvons considérer l'ensemble des jets infinitésimaux d'ordre $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$ de $(V_{p_1}, V_{p_2},\cdots, V_{p_s})$ dans V_n et nous désignons cet ensemble par $J^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(V_{p_1}\times V_{p_2}\times\cdots\times V_{p_s}, V_n)$.

2. Représentants tensoriels. Soit $L_n{}^{r_1+r_2+\cdots+r_s}_{p_1+p_2+\cdots+p_s}$ l'ensemble des éléments de $J^{r_1+r_2+\cdots+r_s}(R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}, R_n)$ ayant pour source les origines $0\in R_{p_1}$, $0\in R_{p_2},\cdots, 0\in R_{p_s}$ et pour but l'origine $0\in R_n$. Tout élément de $L_n{}^{r_1+r_2+\cdots+r_s}_{p_1+p_2+\cdots+p_s}$ admet un représentant tensoriel

$$y^i=\sum_{k_1=0}^{r_1}\sum_{k_2=0}^{r_2}\cdots\sum_{k_s=0}^{r_s}\frac{1}{k_1!\,k_2!\cdots k_s!}a^i_{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{k_1}\beta_1\beta_2\cdots\beta_{k_2}\cdots\delta_1\delta_2\cdots\delta_{k_s}} \times x^{\alpha_1}x^{\alpha_2}\cdots x^{\alpha_{k_1}}x^{\beta_1}x^{\beta_2}\cdots x^{\beta_{k_2}}\cdots x^{\delta_1}x^{\delta_2}\cdots x^{\delta_{k_s}}, \tag{2.1}$$

où nous ajoutons quelques restrictions suivantes: 1°) Lorsque $k_1=0$, les indices $\alpha_1,\cdots,\alpha_{k_1}$ des coefficients $a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}}$ disparaissent et nous omettons $x^{\alpha_1}\cdots x^{\alpha_{k_1}}$; lorsque $k_2=0$, les indices $\beta_1,\cdots,\beta_{k_2}$ des coefficients $a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\beta_1\cdots\beta_{k_2}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}}$ sont disparus et on omet $x^{\beta_1}\cdots x^{\beta_{k_2}};\cdots$; lorsque $k_s=0$, les indices $\delta_1,\cdots,\delta_{k_s}$ de $a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}}$ disparaissent et $x^{\delta_1}\cdots x^{\delta_{k_s}}$ est disparu: 2°) Si $k_1=k_2=\cdots=k_s=0$, les coefficients $a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}}$ sont identiquement zéro: 3°) Les coefficients sont symétriques par rapport aux indices $\alpha_1,\cdots,\alpha_{k_1}$, par rapport aux $\beta_1,\cdots,\beta_{k_2},\cdots$, et par rapport aux $\delta_1,\cdots,\delta_{k_s}$: 4°) Aux coefficients $a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}}$, on écrit habituellement d'abord les indices (α) et puis $(\beta),\cdots$, à la fin (δ), mais généralement nous supposons que les coefficients soient symétriques par rapport à la série des ensembles des indices (α), $(\beta),\cdots,(\delta)$.

Si $r_2=r_3=\cdots=r_s=0$, (2.1) se réduit

$$y^i=\sum_{k_1=1}^{r} a^i_{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{k_1}} x^{\alpha_1}x^{\alpha_2}\cdots x^{\alpha_{k_1}},$$

qui est un représentant tensoriel du jet infinitésimal d'ordre r. Nous désignons l'ensemble des matrices des coefficients $(a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}})$ par $M_{n(p_1\cdots p_s)}^{\;r_1\cdots r_s}$.

Proposition 2.1: *Lorsque* $s=2$, *nous avons l'expression suivante*:

$$L_{np_1+p_2}^{r_1+r_2}=(0\in R_n,\, 0\in R_{p_1},\, 0\in R_{p_2},\, M_{np_1}^{r_1},\, M_{np_2}^{r_2},\, M_{n(p_1p_2)}^{\;r_1r_2}),$$

et en cas de $s=3$, *on a*

$$L_{np_1+p_2+p_3}^{r_1+r_2+r_3}=(0\in R_n,\, 0\in R_{p_1},\, 0\in R_{p_2},\, 0\in R_{p_3},\, M_{np_1}^{r_1},\, M_{np_2}^{r_2},\, M_{np_3}^{r_3},$$
$$M_{n(p_1p_2)}^{\;r_1r_2},\, M_{n(p_1p_3)}^{\;r_1r_3},\, M_{n(p_2p_3)}^{\;r_2r_3},\, M_{n(p_1p_2p_3)}^{\;r_1r_2r_3}).$$

Lorsque nous définissons l'opération suivante

$$[0\in R_n,\, 0\in R_{p_1},\cdots,\, 0\in R_{p_\lambda},\, M_{n(\beta}^{\;\gamma},\cdots,\, M_{n(\mu\cdots\nu}^{\;\delta\cdots\varepsilon}]_{,p)}^{\,r}$$
$$\equiv(0\in R_p,\, M_{n(\beta p)}^{\;\gamma r},\cdots,\, M_{n(\mu\cdots\nu_p)}^{\;\delta\cdots\varepsilon}),$$

la proposition précédente peut s'écrire comme suit:

Proposition 2.2: *Les expressions suivantes*

$$L_{np_1+p_2}^{r_1+r_2}=(M_{np_2}^{r_2},\, L_{np_1}^{r_1},\, [L_{n(p_1}^{\;r_1}],\,{}_{p_2)}^{r_2}),$$
$$L_{np_1+p_2+p_3}^{r_1+r_2+r_3}=(M_{np_3}^{r_3},\, L_{np_1+p_2}^{r_1+r_2},\, [L_{n(p_1+p_2}^{\;r_1+r_2}],\,{}_{p_3)}^{r_3})$$

sont obtenues.

Alors, généralement, nous avons la

Proposition 2.3: *Nous obtenons l'expression récurrente de décomposition de* $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$:

(2.2) $$L_{np_1+p_2+\cdots+p_s}^{r_1+r_2+\cdots+r_s}=(M_{np_s}^{r_s},\, L_{np_1+p_2+\cdots+p_{s-1}}^{r_1+r_2+\cdots+r_{s-1}},\, [L_{n(p_1+p_2+\cdots+p_{s-1}}^{\;r_1+r_2+\cdots+r_{s-1}}]_{,p_s)}^{r_s}).$$

Dans un autre article [6], on voit que l'ensemble des jets infinitésimaux d'ordre (r_1, r_2, r_3) se représente par

$$L_{np_1p_2p_3}^{r_1r_2r_3}=(0\in R_n,\, 0\in R_{p_1},\, 0\in R_{p_2},\, 0\in R_{p_3},\, M_{np_1}^{r_1},\, M_{np_2}^{r_2},\, M_{p_1p_2}^{r_2},$$
$$M_{np_3}^{r_3},\, M_{np_1p_2}^{r_1r_2},\, M_{np_1p_3}^{r_1r_3},\, M_{np_2p_3}^{r_2r_3},\, M_{p_1p_2p_3}^{r_2r_3},\, M_{np_1p_2p_3}^{r_1r_2r_3}).$$

Alors, on en déduit immédiatement la

Proposition 2.4: *Lorsque* $s=3$, *nous avons la relation suivante entre l'ensemble des jets infinitésimaux d'ordre* (r_1, r_2, r_3) *et celui des jets infinitésimaux d'ordre* $(r_1+r_2+r_3)$:

$$L_{n(p_1p_2p_3)}^{\;r_1r_2r_3}=(L_{np_1+p_2+p_3}^{r_1+r_2+r_3},\, M_{p_1p_2}^{r_2},\, M_{p_1(p_2p_3)}^{\;r_2r_3}),$$

en général, en omettant les ensembles $M_{p_\lambda(p_\mu\cdots p_\nu)}^{\;r_\mu\cdots r_\nu}$ *dans* $L_{np_1\cdots p_s}^{r_1\cdots r_s}$ *et en supposant symétrie par rapport aux indices* $p_\mu,\cdots, p_\nu$, *nous obtenons* $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$.

3. Deux lois de composition et la structure de prolongement sur l'ensemble des vitesses d'ordre $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$. On peut considérer une loi de composition externe à gauche de l'élément de $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$ par l'élément de L_{mn}^r, et de même par l'élément du groupe d'isotropie infinitésimal L_n^r. En calculant ses représentants tensoriels, on a la

Proposition 3.1: *Pour l'élément du groupe d'isotropie infinitésimal* L_n^r *d'origine* $0\in R_n$, $(r=r_1+r_2+\cdots+r_s)$, *dont le représentant tensoriel s'exprime par*

$$x^j = \sum_{\lambda=1}^{r} a^j_{i_1\cdots i_\lambda} x^{i_1}\cdots x^{i_\lambda},$$

les coefficients du représentant tensoriel (2.1) *de l'élément de* $L^{r_1+\cdots+r_s}_{np_1+\cdots+p_s}$ *se transforment comme suit:*

$$\begin{aligned} a^j_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\beta_1\cdots\beta_{k_2}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}} &= \sum_{\lambda=1}^{k_1+k_2+\cdots+k_s} \sum_{(+\mu\lambda)}^{k_1}{}^{*} \sum_{(+\omega\lambda)}^{k_2}{}^{*} \cdots \sum_{(+\eta\lambda)}^{k_s}{}^{*} \frac{k_1!}{\mu_1!\cdots\mu_\lambda!} \\ &\times \frac{k_2!}{\omega_1!\cdots\omega_\lambda!}\cdots\frac{k_s!}{\eta_1!\cdots\eta_\lambda!}\frac{1}{\nu_0!\nu_1!\cdots\nu_{k_1+\cdots+k_{s-\lambda}}!} a^j_{i_1 i_2\cdots i_\lambda} \\ &\times a^{i_1}_{((\alpha(\mu_1)\beta(\omega_1)\cdots\delta(\eta_1)} a^{i_2}_{\alpha(\mu_2)\beta(\omega_2)\cdots\delta(\eta_2)} \cdots a^{i_\lambda}_{\alpha(\mu_\lambda)\beta(\omega_\lambda)\cdots\delta(\eta_\lambda)))}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

où nous utilisons les notations suivantes: 1°) *Lorsque* τ *indices* $\mu_{\sigma_1},\cdots,\mu_{\sigma_\tau}$ *dans* $(\mu_1,\cdots,\mu_\lambda)$ *sont égaux à a, et en même temps* $\omega_{\sigma_1},\cdots,\omega_{\sigma_\tau}$ *dans* $(\omega_1,\cdots,\omega_\lambda)$ *sont égaux b,$\cdots$, et* $\eta_{\sigma_1},\cdots,\eta_{\sigma_\tau}$ *sont égaux à d, alors, nous désignons le nombre* τ *par* ν_a, *en prenant a de* 0 *au plus à* $k_1+k_2+\cdots+k_{s-\lambda}$; 2°) *Si* $\mu_\sigma=0$, *les indices* $\alpha(\mu_\sigma)$ *disparaissent, si* $w_\sigma=0$, *les indices* $\beta(\omega_\sigma)$ *sont disparus, etc.;* 3°) *Quant aux symboles de sommation* $\sum\limits_{(+\mu\lambda)}^{k_1}{}^{*},\cdots,\sum\limits_{(+\eta\lambda)}^{k_s}{}^{*}$, *on a déjà expliqué dans un autre article.*[3] *Ainsi, les symboles de symétrie* (( )) *peuvent être trouvés dans le travail de l'auteur* [6].

Ensuite, nous pouvons aussi considérer une loi de composition externe à droite de l'élément de $L^{r_1+\cdots+r_s}_{np_1+\cdots+p_s}$ par l'élément du produit $L^{r_1}_{p_1}\times L^{r_2}_{p_2}\times\cdots\times L^{r_s}_{p_s}$ des groupes d'isotropie d'origine $(0\in R_{p_1}, 0\in R_{p_2},\cdots, 0\in R_{p_s})$. Et on a la

Proposition 3.2: *Pour l'élément du groupe d'isotropie infinitésimal* $L^{r_1}_{p_1}\times L^{r_2}_{p_2}\times\cdots\times L^{r_s}_{p_s}$ *à la source* $(0\in R_{p_1}, 0\in R_{p_2},\cdots, 0\in R_{p_s})$ *dans* $R_{p_1}\times R_{p_2}\times\cdots\times R_{p_s}$, *les coefficients du représentant tensoriel* (2.1) *se transforment comme suit:*

$$\begin{aligned} a^i_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}\beta_1\cdots\beta_{k_2}\cdots\delta_1\cdots\delta_{k_s}} &= \prod_{\sigma=1}^{s}\Bigg[\sum_{\lambda_\sigma=1}^{k_\sigma}\sum_{(+\rho_\sigma\lambda_\sigma)}^{k_\sigma}\frac{k_\sigma!}{\rho_{\sigma1}!\rho_{\sigma2}!\cdots\rho_{\sigma\lambda_\sigma}!\tau_{\sigma1}!\cdots\tau_{\sigma k_\sigma-\lambda_\sigma}!} \\ &\times \beta^{\bar{\alpha}_{\sigma1}}_{(\alpha_\sigma(\rho_{\sigma1})}\beta^{\bar{\alpha}_{\sigma2}}_{\alpha_\sigma(\rho_{\sigma2})}\cdots\beta^{\bar{\alpha}_{\sigma\lambda_\sigma}}_{\alpha_\sigma(\rho_{\sigma\lambda_\sigma}))}\Bigg] a^i_{\bar{\alpha}_1\cdots\bar{\alpha}_{\lambda_1}\bar{\beta}_1\cdots\bar{\beta}_{\lambda_2}\cdots\bar{\delta}_1\cdots\bar{\delta}_{\lambda_s}}, \end{aligned} \tag{3.2}$$
[4]

$$k_1=1,\cdots,r_1,\ k_2=1,\cdots,r_2,\cdots,\ k_s=1,\cdots,r_s,$$

où nous posons $\alpha_{1t}\equiv\alpha_t, \alpha_{2t}\equiv\beta_t,\cdots,\alpha_{st}\equiv\delta_t$ *et le représentant tensoriel d'un élément de* $L^{r_1}_{p_1}\times L^{r_2}_{p_2}\times\cdots\times L^{r_s}_{p_s}$ *est désigné par*

$$x^{\bar{\alpha}} = \sum_{k_1=1}^{r_1}\frac{1}{k_1!}\beta^{\bar{\alpha}}_{\alpha_1\cdots\alpha_{k_1}}x^{\alpha_1}\cdots x^{\alpha_{k_1}},\quad x^{\bar{\beta}} = \sum_{k_2=1}^{r_2}\frac{1}{k_2!}\beta^{\bar{\beta}}_{\beta_1\cdots\beta_{k_2}}x^{\beta_1}\cdots x^{\beta_{k_2}},$$

$$\cdots,\ x^{\bar{\delta}} = \sum_{k_s=1}^{r_s}\frac{1}{k_s!}\beta^{\bar{\delta}}_{\delta_1\cdots\delta_{k_s}}x^{\delta_1}\cdots x^{\delta_{k_s}}.$$

Évidemment, si $k_1=0$, $a^i_{\alpha\cdots\alpha\beta\cdots\beta\cdots\delta\cdots\delta}$ se réduit $a^i_{\beta\cdots\beta\cdots\delta\cdots\delta}$ et $\beta^{\bar{\alpha}}_{\alpha\cdots\alpha}$ dans

3) Voir, M. Kawaguchi [5], p. 78.

4) On trouve l'explication du symbole $\sum\limits_{(+\rho)}^{k_\sigma}$ dans l'autre travail ([5], p. 78, ou A. Kawaguchi [4], p. 259).

(3.2) disparait. Si $k_2=0$, $a^i_{\alpha\cdots\alpha\beta\cdots\beta\cdots\delta\cdots\delta}$ devient $a^i_{\alpha\cdots\alpha\cdots\delta\cdots\delta}$ et $\beta^{\bar{\beta}}_{\beta\cdots\beta}$ est disparu, etc.

Par conséquent, en tenant compte des changements des coefficients aux formes (3.1), (3.2), on voit que un élément de $M_{n(p_\lambda\cdots p_\mu)}^{r_\lambda\cdots r_\mu}$ dans $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$ à la forme (2.2) correspond à un élément du même $M_{n(p_\lambda\cdots p_\mu)}^{r_\lambda\cdots r_\mu}$ et enfin un élément de $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$ correspond à un élément de lui-même.

Proposition 3.3: *Pour la composition à gauche par l'élément de* L_n^r, *ou pour celle à droite par l'élément de* $L_{p_1}^{r_1}\times L_{p_2}^{r_2}\times\cdots\times L_{p_s}^{r_s}$, *l'élément de* $L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}$ *conserve les mêmes caractères*, (*simplement dit, cela est intrinsèque*).

Finalement, en vertu de la théorie d'espaces fibrés, les considérations précédentes conduisent immédiatement à la

Proposition 3.4: *On peut définir une structure de prolongement* (*ordinaire*) *d'ordre* r *sur l'ensemble des vitesses d'ordre* $(r_1+r_2+\cdots+r_s)$, $E\equiv T_{p_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}(V_n)$ *comme suit:*

$$E(V_n, L_{np_1+\cdots+p_s}^{r_1+\cdots+r_s}, L_n^r, H^r(V_n)).$$

Références

[1] H. V. Craig: On multiple parameter Jacobian extensors, Tensor (new series), **2**, 27-35 (1952).

[2] Ch. Ehresmann: Les prolongements d'une variété différentiable, I-V, C. R. Acad. Sci., Paris, **233**, 598-600, 777-779, 1081-1083 (1951); **234**, 1028-1030, 1424-1425 (1952).

[3] Ch. Ehresmann: Introduction à la théorie des structures infinitésimales et des pseudo-groupes de Lie, Colloque intern. Géométrie différentielle de Strasbourg, C.N.R.S., 97-110 (1953).

[4] A. Kawaguchi: Die Differentialgeometrie höherer Ordnung IV. Erweiterung der verallgemeinerten Rheonomtransformation von Flächenelementen höherer Ordnung und R_k-Extensoren, Publicationes Mathematicae, Debrecen, **7**, 256-276 (1960).

[5] M. Kawaguchi: Sur les dérivées covariantes des g-extenseurs, Tensor (new series), **11**, 74-98 (1961).

[6] M. Kawaguchi: Une généralisation du calcul des jets et quelques prolongements généralisés de variétés différentiables (à paraître).