2. *Dualvierscheitelsatz im dualkonformen Raume.*

Von Tsurusaburo TAKASU.
Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Jan. 12. 1935.)

Ich habe einen „Dualvierscheitelsatz" im Laguerreschen Raume bewiesen.[1] Bis jetzt ist es schwer geblieben den entsprechenden Satz im Dual-K- (d.h. dualkonformen = N. E. Laguerreschen) Raume zu beweisen. Im folgenden möchte ich diese Schwerigkeit beseitigen, indem ich meinen Vierscheitelsatz in der Lieschen höheren Kreisgeometrie[2] auf die absolute Fläche anwenden.[3]

Definition. Eine Stelle einer Dual-K-Torse heisst eine *Dualscheitel*, wenn die entsprechende Dual-K-Dualkrümmung[4] P^{-1} eine Extreme wird.

Definition. Die Durchschnittsfigur der Dual-K-Torse auf der reellen absoluten Fläche wollen wir das *absolute Bild* der Dual-K-Torse nennen.

Hilfssatz 1°. *Geschlossene Dual-K-Torsen und ihre absoluten Bilder haben Dualscheiteln und Scheiteln*[5] *entsprechend.*

Dieser Satz ist ohne weiteres geometrisch zu ersehen.

Eine Kurvenklasse $\mathfrak{C}$ auf der absoluten Fläche. *Im folgenden wollen wir diejenige Kurvenklasse $\mathfrak{C}$ von Kurven auf der reellen absoluten Fläche*[5] *samt ihrer irgend einen Schar von orientierten Tangentialkreisen betrachten, dass die Kurven der Klasse $\mathfrak{C}$ einfach-geschlossen, überall mit H-Dualkrümmung P^{-1} sowie mit ihrer stetigen Ableitung $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{P}\right)$ (wo $d\theta$ der H-Kontingenzwinkel ist) versehen sind, ausgenommen höchstens an einer endlichen Anzahl von H-Dualeckstellen und an einer endlichen Anzahl von H-Spitzen.* Dabei verstehen wir unter den *H-Dualeckstellen* diejenien Stellen ξ der Kurve, an jeder von

---

1) Die letzte Note dieser Heft.

2) T. Takasu: Vierscheitelsatz in der Lieschen höheren Kreisgeometrie. Tôhoku Math. Journ., vol. 38 (1933), S. 295.

3) Diese Untersuchung ist durch die Stiftung „Saitô-Hôônkwai" unterstützt.

4) N. E. Verallgemeinerung der L-Dualkrümmung. Vgl. T. Takasu: Differentialkugelgeometrie, XIV. Tôhoku Sci. Rep., 22 (1933), S. 1009.

5) Die absolute Fläche können wir als die Ebene der Lieschen höheren Kreisgeometrie ansehen. „H-" soll „Lie-geometrisch" bedeuten. Die Scheiteln sind sich selbst dual.

denen der in Betracht kommende progressive orientierte Tangentialkreis $\mathfrak{x}$, der eine H-Verallgemeinerung des Kurvenpunktes ist, von dem in Betracht kommenden regressiven orientierten Tangentialkreis verschieden ist und diese beiden (d.h. der progressive und der regressive) orientierten Tangentialkreise sich nicht berühren. *Die H-Dualeckstellen rechnen wir in den Scheiteln ein.* Diejenige Stelle $\mathfrak{x}$ einer Kurve, an welcher der orientierte Krümmungskreis (der sich selbst dual ist) auf dem in Betracht kommenden orientierten Tangentialkreise $\mathfrak{x}$ zusammenfällt, wollen wir dabei, in Analogie mit den gewöhnlichen Spitzen, *H-Spitze* nennen. An jeder H-Spitze verschwindet die H-Dualkrümmung $\frac{1}{P}$, denn der betreffende orientierte Tangentialkreis $\mathfrak{x}$ (der mit dem Krümmungskreis zusammenfällt) dort dual-stationär ist. *Die H-Spitzen sind im allgemeinen nicht Scheiteln.*

Hilfssatz 2°. *Die Mindestzahl der Scheiteln einer Kurve der Klasse $\mathfrak{C}$ ist vier.*[1]

Ein Dual-K-Torsenklasse $\mathfrak{C}^*$. *Diejenige Klasse von einfachgeschlossenen Dual-K-Torsen, die absoluten Bilder von denen zur Klasse $\mathfrak{C}$ gehören, wollen wir mit $\mathfrak{C}^*$ bezeichnen.*

Dualvierscheitelsatz im Dual-K-Raume. *Jede Dual-K-Torse der Klasse $\mathfrak{C}^*$ besitzt $2n$ Dualscheiteln, wobei die natürliche Zahl $n \geqq 2$ ist.*

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge der beiden Hilfssätze 1° und 2°.

1) Siehe die Fussnote 2).