

HENRI POINCARÉ, EN MATHÉMATIQUES SPÉCIALES À NANCY.

PAR

P. APPELL

à PARIS.

(Lettre à M. MITTAG-LEFFLER).

Vous me demandez, mon cher ami, de vous raconter mes souvenirs de Collège sur HENRI POINCARÉ. Je vais tâcher de le faire, le plus simplement possible, avec le seul souci de la sincérité et de la vérité, sans me laisser dominer par l'émotion que soulève en moi l'évocation de ces années de jeunesse, à la fois si lointaines et si proches, où naquit entre POINCARÉ et moi une amitié profonde, chaque jour accrue, si cruellement brisée.

C'est en octobre 1872 que je le vis pour la première fois.

Après les fêtes de Pâques, ma mère m'avait envoyé de Strasbourg à Nancy, pour suivre la classe préparatoire à l'École Polytechnique. Je tombai, jeune écolier inexpérimenté, dans la classe de M. PRUVOST, qui voulut bien m'admettre, quoique les cours fussent très avancés, et qui me donna des conseils dont je lui garde une grande reconnaissance. A la rentrée d'octobre, la classe de spéciales fut confiée à un jeune agrégé des plus distingués, ELLIOT¹, mathématicien de valeur qui eut la plus heureuse influence sur tous ses élèves.

Dès la première classe, un de mes camarades me dit, en montrant POINCARÉ: «voilà un type très fort, il vient d'être reçu second à l'École Forestière,

¹ ELLIOT, élève de la promotion de 1866 à l'École Normale, agrégé en 1869, docteur en 1876 après soutenance d'une thèse «Détermination du nombre des intégrales abéliennes de première espèce» (Annales de l'École Normale Supérieure, 2:ème série, t. IV); collaborateur des *Acta*; mort en 1894, étant professeur à la Faculté des Sciences de Besançon. Je tiens de M. le Recteur LIARD le fait suivant: pendant les vacances de Pâques en 1873, ELLIOT, rencontrant à Paris son camarade LIARD, lui dit «J'ai dans ma classe un élève qui est un monstre de mathématiques»; il parlait de POINCARÉ. (P. A.)

il a remporté le premier prix de mathématiques élémentaires au concours général, il a résolu tout seul l'année dernière le problème donné à l'École Polytechnique.»

La physionomie de POINCARÉ me frappa: il n'avait pas, à première vue, le type ordinaire de l'élève intelligent: il était comme absorbé dans des pensées intérieures, avec des yeux en quelque sorte voilés par la réflexion: quand il parlait, ses yeux s'animaient d'une expression de bonté, à la fois malicieuse et profonde. Je me sentis attiré vers lui: comme nous étions externes tous deux, nous échangeames quelques mots en sortant. Je fus frappé de sa façon de parler un peu brève et saccadée, entrecoupée de longs silences.

Dès les premières interrogations en classe, sa supériorité apparut éclatante: il répondait aux questions en supprimant les raisonnements intermédiaires, avec une brièveté et une concision telles, que le professeur lui demandait toujours de développer ses réponses: il lui disait: «Si vous répondez ainsi à l'examen, vous risquez de n'être pas compris».

Nous prîmes l'habitude, POINCARÉ et moi, de causer en sortant de classe et bientôt nous fûmes tout à fait liés.

Deux de nos camarades demeuraient assez loin du lycée; l'un nancéien, HENRY, aujourd'hui professeur agrégé au lycée de Saint Quentin, habitait en ville, rue de Malzéville; l'autre, strasbourgeois, HARTMANN, aujourd'hui commandant d'artillerie en retraite, chef des travaux de mécanique à l'École Polytechnique, habitait le village de Malzéville. Accompagner ces deux camarades devint notre promenade quotidienne après la classe de l'après midi. Nous ne prenions pas toujours le chemin le plus court. Parfois, tout en discutant un problème de mathématiques, nous interrompions notre promenade: sur le mur voisin, POINCARÉ traçait du doigt une figure géométrique idéale, qui nous aidait à suivre son raisonnement. Après avoir traversé la grande rue Ville-Vieille, nous franchissions les portes de la Craffe et de la citadelle, pour arriver jusqu'à la rue de Malzéville, où nous laissions HENRY; quelquefois nous allions plus loin, mais, ordinairement, nous revenions POINCARÉ et moi, seuls ou avec HARTMANN, et nous allions jusqu'à la porte de POINCARÉ 6 Rue Lafayette. Nous parlions des grands événements qui venaient de bouleverser notre pays, de la guerre, de la Commune, de la libération du territoire, de l'Alsace-Lorraine et de son immuable attachement à la France: puis aussi des incidents de la vie publique, de l'élection Barodet-Rémusat, des débats de l'Assemblée nationale, des partis politiques

Nancy était occupé par les vainqueurs; la tristesse de la défaite, l'annexion de l'Alsace-Lorraine pesaient lourdement sur nos entretiens: mais nous avions

une confiance entière dans l'avenir: nous désirions que Thiers pût fonder une République ordonnée et active, qui nous apparaissait comme le régime le plus capable de relever la Patrie et de lui rendre sa place dans le monde. Cette opinion, qui était celle de la grande majorité de nos camarades, se manifesta quand Thiers fut renversé le 16 Mai: une adresse de sympathie et de protestation, au Président tombé, circula sur les bancs, pendant une classe d'Allemand, et fut signée par tous les élèves de spéciales, à l'exception d'un seul.

Dans nos promenades nous parlions aussi, comme on peut le penser, de nos études, des problèmes posés par notre professeur, des généralisations qu'on pouvait leur apporter, des solutions fournies par la géométrie. Il nous arrivait quelquefois de philosopher: POINCARÉ souriait doucement de la psychologie et de la théodicée naïves qu'on enseignait alors en vue du baccalauréat. Je me souviens également de longues conversations, sur les raisons scientifiques et philosophiques de croire à l'existence de la vie dans les autres planètes.

POINCARÉ lisait beaucoup: il étudiait l'algèbre de J. BERTRAND, l'analyse de DUHAMEL, la géométrie supérieure de CHASLES, la géométrie de ROUCHÉ. Avec la plus grande simplicité et la camaraderie la plus cordiale, il donnait à ses condisciples tous les renseignements et toutes les explications qu'ils désiraient. Il avait des aperçus synthétiques des problèmes; ainsi, le professeur ayant demandé le lieu géométrique des points d'où l'on voit une ellipse sous un angle donné, POINCARÉ dit immédiatement: la tangente de l'angle sera un rapport; au numérateur se trouvera le premier membre de l'équation de l'ellipse, au dénominateur le premier membre de l'équation du cercle lieu des sommets des angles droits circonscrits: il reste à voir seulement avec quels exposants et quels facteurs constants, figureront ces polynômes. Dans les problèmes de géométrie analytique il donnait des solutions géométriques souvent très élégantes. En voici des exemples qui me reviennent à la mémoire:

A la question de trouver analytiquement le lieu des projections, d'un point fixe, P , sur les tangentes à une parabole, POINCARÉ donna immédiatement la solution géométrique suivante. Soient F le foyer, AB la tangente au sommet, de la parabole, TH une tangente qui rencontre AB en H , M la projection de P sur cette tangente; projetons F sur PM en I et prenons PK égal et parallèle à FH , de même sens que FH ; le point I décrit une circonférence de diamètre PF , le point K une droite DD' parallèle à AB . On peut donc définir le lieu du point M à l'aide d'une droite et d'un cercle, de la façon suivante: on donne une circonférence et une droite fixes, un point P fixe sur la circonférence, on mène par P une sécante variable PKI qui coupe la droite en K , la circonférence en I , et on prend, sur cette sécante, $IM = PK$, les deux segments ayant

le même sens; trouver le lieu du point M . Partant de là, POINCARÉ discute la forme de la courbe suivant les positions relatives de la droite et du cercle, trouve l'asymptote, les tangentes au point P , et reconnaît les cas particuliers où la courbe est une cissoïde ou une strophoïde.

Pour résoudre le problème de géométrie analytique, de trouver les directions de diamètres conjugués communes à deux coniques données, POINCARÉ rend les coniques concentriques en considérant en même temps les coniques conjuguées; il fait varier l'une d'elles homothétiquement par rapport au centre commun, jusqu'à ce qu'elles soient bitangentes (si cela est possible): la corde des contacts AA' et la parallèle aux tangentes communes en A et A' forment le système cherché; la discussion découle facilement de cette méthode.

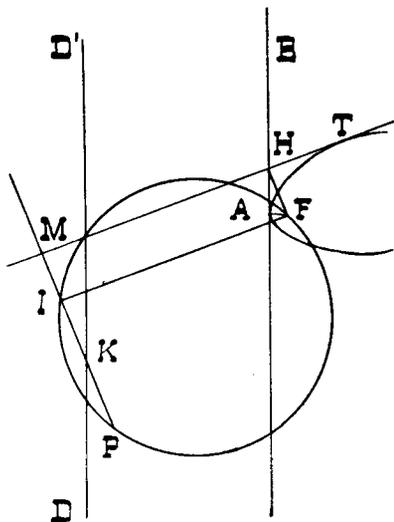


Fig. 1.

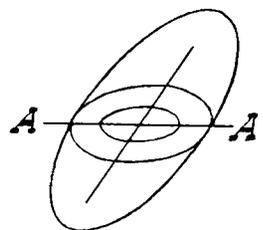


Fig. 2.

Notre professeur donnait quelquefois des devoirs spéciaux aux élèves les plus avancés: un de ces exercices consistait dans l'étude des fonctions:

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2};$$

addition des arguments, division par deux et par trois. Tandis que nous cherchions à résoudre directement la question, POINCARÉ se servant de la formule d'EULER qu'il avait vue dans DUHAMEL, ramena immédiatement le problème aux fonctions circulaires.

En physique, il s'intéressait beaucoup au cours qui était très bien fait; la chimie par contre, enseignée par le même professeur, l'ennuyait, probablement

parce qu'il était visible que le professeur ne s'y intéressait pas. Ce professeur, qui nous enseignait aussi la mécanique, nous donna un jour à traiter, comme exercice, l'étude du mouvement d'un point qui peut glisser sans frottement sur une droite tournant, dans un plan horizontal, avec une vitesse angulaire constante ω , autour d'un de ses points supposé fixe. Le professeur croyait que la trajectoire était toujours une spirale logarithmique. POINCARÉ contesta son raisonnement, en imaginant un observateur qui serait entraîné avec la droite et qui observerait le mouvement relatif. Il donna l'équation exacte du problème :

$$r'' = \omega^2 r$$

et en conclut la véritable trajectoire. Le professeur maintint son opinion et l'on prit comme arbitre le professeur BACH de la Faculté des Sciences, qui dut donner raison à l'élève.

Au concours général de mathématiques spéciales, la composition de POINCARÉ, non seulement fut classée la première sur l'ensemble de Paris et des départements, mais fut très remarquée des correcteurs.

A l'approche des examens, notre professeur manifestait de plus en plus la crainte que POINCARÉ fit des réponses trop elliptiques, qui pourraient paraître obscures aux examinateurs. Il arriva, en effet, qu'à l'École Normale supérieure, un des examinateurs, mort aujourd'hui, trouva que POINCARÉ s'exprimait mal et qu'il ne serait pas un bon professeur; aussi lui donna-t-il une note qui, à notre stupéfaction générale, le fit recevoir cinquième. Etrange destinée du génie qui ne peut rentrer dans les classifications des hommes ordinaires! Erreur moins grave pourtant que celle qui fit refuser GALOIS à l'École Polytechnique, sur une question relative aux logarithmes, à la suite d'une discussion, dans laquelle il avait eu raison contre son examinateur.

A ce même concours de l'École Normale, se place un incident amusant. Les candidats admissibles, devaient faire à Paris, au moment des examens oraux, une épure de Géométrie descriptive: en voici le sujet, que je dois à l'obligeance de M. CARON, alors maître de conférences de Géométrie descriptive à l'École.

«Intersection d'un hyperboloïde de révolution et d'un cône de révolution dont les axes se rencontrent. Le centre de l'hyperboloïde est le point $x = 0$, $y = 10$ cm, $z = 10$ cm; l'axe est vertical; le rayon du cercle de gorge est de 2 cm; enfin les génératrices font, avec l'axe, un angle de 45° . Le sommet du cône est le point $x = 0$, $y = 10$ cm, $z = 9$ cm: l'axe est parallèle à la ligne de terre et les génératrices font, avec l'axe, un angle de 45° . Solide commun».

POINCARÉ, qui ne voyait aucun intérêt mathématique à tracer des lignes

de rappel et à faire un dessin minutieux qui l'ennuyait, préféra, après avoir mis toutes les données en place, chercher par le calcul l'équation de la projection horizontale de la courbe d'intersection. Il trouva ainsi cette courbe, avec une perfection que n'atteignirent pas ceux qui avaient employé les constructions classiques: mais, en la dessinant sur sa feuille, il eut une distraction et la plaça à l'envers, la faisant tourner de 180°. Le correcteur fut très intrigué par cette solution, à la fois inexacte et parfaite.

Après les examens de l'École Normale, nous revînmes à Nancy, faire les compositions écrites pour l'École Polytechnique du 4 au 6 Aout 1873. Nous trouvâmes la ville dans l'allégresse: des drapeaux partout, à toutes les maisons, à toutes les voitures, jusqu'aux charrettes des laitiers ou des maraîchers: les troupes allemandes venaient de partir, et précisément, pendant la composition de lavis, l'avant-garde de l'armée française fit son entrée à Nancy. Jour de joie et de délivrance, bien mélancolique pour nous, les Alsaciens, qui ne pouvions perdre de vue que la libération du territoire français allait s'arrêter, pour longtemps peut être, aux Vosges. POINCARÉ, rendu nerveux par l'émotion, avait particulièrement mal réussi son lavis, exercice auquel il n'excellait pas d'ailleurs; il avait collé sa feuille de papier trop vite, puis il avait étendu trop rapidement les couches d'encre de Chine successives, avant que les précédentes fussent sèches. Il avait hâte de rejoindre, à l'Hotel de Ville, sa famille qui attendait l'arrivée des troupes françaises sur la place Stanislas.

Pendant que nous préparions les examens oraux de l'École Polytechnique, POINCARÉ, pour rendre service, consentait à interroger ses camarades: il prenait les feuilles d'examens et, imitant les intonations des examinateurs, reproduisant leurs habitudes d'esprit, il poussait des colles terribles, dont il riait ensuite discrètement. Il demandait, par exemple, à un candidat, de construire la courbe

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin 2\vartheta}}$$

de chercher l'asymptote, les points de rencontre de la courbe et de l'asymptote avec les axes, avec la bissectrice des axes... points qui coïncidaient tous, jusqu'à ce qu'enfin le candidat découvrit que la courbe se confondait avec son asymptote. Je le vois encore disant, avec un air de pince-sans-rire, à un candidat d'un collège voisin, terrifié par cette révélation, que l'examineur MOUTARD demandait les propriétés du limaçon de pascalöide de révolution.

Après des examens très brillants et un examen de géométrie particulièrement remarquable avec TISSOT, il fut reçu premier à l'École Polytechnique.

Nous nous retrouvâmes, à la rentrée suivante, à Paris, POINCARÉ à l'École

polytechnique, et moi à l'École Normale. Mais je dois m'arrêter, puisque je ne Parle que de Nancy.

Vous voyez, mon cher ami, que, dès le lycée, POINCARÉ était un grand intuitif, rapide et sûr, pénétrant et fin, un bon français, un ami fidèle, un camarade simple et dévoué: tel il était alors, tel je l'ai toujours connu, admiré et aimé.

Paris le 22 Décembre 1912.

