

BOETII  
DE INSTITUTIONE ARITHMETICA  
LIBRI DUO.

---

NOTARUM EXPLICATIO.

- a = codex Bambergensis HL. IV. 12. (F, 20) saec. X. splendidissime ornatus, quem Gerbertum ad Ottonem tertium misisse maxime est verisimile. Non tamen eadem est lectionum praestantia. Multis enim locis correctoris manu emendatis haud pauci emendandi relictis sunt. Ex capitulo inscriptionibus quindecim alieno loco sunt positae. Nec fortunam aequam nactus est sex vel septem foliis inter secundi libri caput tricesimum septimum et quadragagesimum tertium et ultimo folio cum fine capituli quinquagesimi quarti deperditis.
- b = codex Bambergensis HL. IV. 11. (F, 16) saec. X., cuius lectiones ubique fere sunt meliores. Multa quoque supra versus et in margine manu non multo recentiore sunt adnotata, quae in aliis codicibus vel maiore vel non minore probabilitate legebantur.
- c = codex Bambergensis HL. IV. 14. (F, 3) saec. X. pulcherrime scriptus, non diligentissime. Multa enim singula vocabula sunt omissa, maiores lacunae inveniuntur quinque. Propior tamen accedit ad b quam ad a.
- d = codex Bambergensis HL. IV. 13. (F, 26) saec. XI., cui ita similitudo est cum c, ut compluribus locis meliora praebeat. Multa supra versus et in margine secunda manu sunt addita.

f = codex Monacensis 18480 (Tegerns. 480) saec. XI. et pulcherrime scriptus et diligentissime. Multi tamen loci tantum a reliquorum codicum consensu recedunt, ut non vera Boetii verba sed scriptoris non imperiti cogitata prodere videantur. Maxime similis est codici d.

l = codex Monacensis 14601 (Ratisb. Emm. F, CIV) saec. XII. Huius codicis in libro priore tanta est similitudo cum d, ut descriptus ex eo possit videri, quippe qui vel in contextum receperit, quae in d correctae erant; in altero tamen libro multo similior est codici b.

r = codex Monacensis 3517 (Aug. civ. 17) saec. IX—X. nitide scriptus. Maior autem arithmeticae cognitio in scriptore erat quam diligentia in litteris pingendis, nisi forte alius recensor alius scriba operis fuit. Codex non multo postquam erat scriptus retractatus et correctus videtur esse. Similis est codici c et ex parte etiam a. Tituli capitum libri secundi similes sunt titulis codicis f. Nonnullis locis additamenta in eo sunt superflua.

s = codex Monacensis 6405 (cod. Fris. 205) s. XI. nitidissime scriptus. Ultima tamen folia et vermis et usus aliqua ex parte laesit. Multa quae rubro colore descripta erant vel pallidiora facta sunt vel evanuerunt. Maxime similis est codici a nec tamen admodum similis. Aliquot locis inveniuntur quae de suo quis addidit.

F = Fragmentum, quod ex codice saeculi undecimi edidit Carolus Fredericus Weber Cassellis MDCCCXLVII.

Duo codicum genera ut discernas adduci potes capite quarto libri prioris, ubi alteri codices (a, b) definitionem in parvis numeris in medio capite, alteri (c, d, f, l, r, s) in fine habent. Meliores lectiones repereris maximam partem in c, d, f, l; sed adsunt vestigia, quae hos saltem codices, quos ego contuli et supra descripsi, ex uno eodemque fonte manasse verisimile reddant.

DOMINO SUO PATRICIO SYMMACHO BOETIUS.

In dandis accipiendisque muneribus ita recte officia inter eos praecipue, qui sese magni faciunt, aestimantur, si liquido constabit, nec ab hoc aliud, quod liberalius offerret, inventum, nec ab illo unquam, quod iucundius benevolentia complecteretur, acceptum. Haec ipse considerans attuli non ignava opum pondera, quibus ad facinus nihil instructius, cum habendi sitis incanduit, ad meritum nihil vilius, cum ea sibi victor animus calcata subiecit, sed ea, quae ex Graecarum opulentia litterarum in Romanae orationis thesaurum sumpta conveximus. Ita enim mei quoque mihi operis ratio constabit, si, quae ex sapientiae doctrinis elicui, sapientissimi iudicio conprobentur. Vides igitur, ut tam magni laboris effectus tuum tantum spectet examen, nec in aures prodire publicas, nisi doctae sententiae adstipulatione nitatur. In quo nihil mirum videri debet, cum id opus, quod sapientiae inventa persequitur, non auctoris sed alieno incumbit arbitrio; suis quippe instrumentis res rationis expenditur, cum iudicium cogitur subire prudentis. Sed huic munusculo non eadem quae ceteris imminent artibus munimenta constituo, neque enim

1 Incipit epistola Boecii ad Simmachum patrum socerum v. c. Domino suo patricio Simmacho Boecius. Manilius Severinus floruit temporibus Teoderici regis Italorum transtulitque libellum istum de Greco in Latinum gemavitque floribus facundiae Romanae. Incipit liber Boetii de Arithmetica. a. || suo om. d, l. || patri d, l, r. || Domino ... Boetius om. f, s. 2 ita recte in margine r, supra versum s. 5 offerret c, d, f, r. 8 post instructius: et a, e ex corr. d, est f, s. 12 operis mihi a, c, d, f, l, s. 14 exspectet b || spectet litura praecedente a. 17 quod om. f. 21 constituo munimenta a, b.

fere ulla sic cunctis absoluta partibus nullius indiga suis tantum est scientia nixa praesidiis, ut non ceterarum quoque artium adiuventa desideret. Nam in effigiendis marmore statuis alius excidendae molis labor est, alia formandae imaginis ratio, nec eiusdem artificis manus politi operis nitor exspectat. At picturae manibus tabula commissa fabrorum: cerae rustica observatione decerptae, colorum fuci mercatorum sollertia perquisiti, lintea operosis elaborata textrinis multiplicem materiam praestant. Nonne idem quoque in bellorum visitur instrumentis? Hic spicula sagittis exacuit, illi validus torax nigra gemit incude, ast alius crudi umbonis tegmina proprii laboris orbi infigenda mercatur. Tam multis artibus ars una perficitur. At nostri laboris absolutio longe ad faciliorem currit eventum. Tu enim solus manum supremo operi inpones, in quo nihil de decernentium necesse est laborare consensu. Quamlibet enim hoc iudicium multis artibus probetur excultum, uno tamen cumulatur examine.

Experiare igitur licet, quantum nobis in hoc studio longis tractus otii labor adiecerit, an rerum subtilium fugas exercitatae mentis velocitas comprehendat, utrum ieiunae macies orationis ad ea, quae sunt caligantibus impedita sententiis expedienda sufficiat. Qua in re mihi alieni quoque iudicii lucra quaeruntur, cum tu utrarumque peritissimus litterarum possis Graiae orationis expertibus quantum de nobis iudicare audeant, sola tantum pronuntiatione praescribere. At non alterius obnoxius institutis artissima memet ipse translationis lege constringo, sed paululum liberius evagatus alieno itineri, non vestigiis, insisto. Nam et ea, quae de numeris a Nicomacho diffusius disputata sunt, moderata

1 indigua a. 3 effingendis f. effigendis r. 4 est om. d, l. 8 solatia d. 10 imbellorum c. || in bellorum quoque f, r. 11 thorax f. 12 crudium bonis a, b, s. || infigens demercatur c. 17 multis artibus hoc iudicium f, multis hoc iudicium artibus s. 18 cumulatur c, r. 24 mihi s in margine || alieni mihi c. 25 linguarum (supra versum: † litterarum) s. 28 obnoxiiis a. || ipse f.



brevitate collegi et quae transcurra velocius angustiore  
 intelligentiae praestabant aditum mediocri adiectione re-  
 seravi, ut aliquando ad evidentiam rerum nostris etiam for-  
 mulis ac descriptionibus uteremur. Quod nobis quantis  
 vigiliis ac sudore constiterit, facile sobrius lector agnoscet. 5  
 Cum igitur quattuor matheseos disciplinarum de arithme-  
 tica, quae est prima, perscriberem, tu tantum dignus eo  
 munere videbare, eoque magis inerrato opus esse intelle-  
 gebam. Nam etsi apud te facilis veniae locus esset, ali-  
 quando tamen ipsam formidabat facilitatem suspecta secu- 10  
 ritas. Arbitrabar enim nihil tantae reverentiae oblatum  
 iri oportere, quod non elaboratum ingenio, perfectum  
 studio, dignum postremo tanto otio videretur. Non igitur  
 ambigo, quin pro tua in me benevolentia supervacua rese-  
 ces, hiantia suppleas, errata reprehendas, commode dicta 15  
 mira animi alacritate suscipias. Quae res inpulit pigram  
 consilii moram. Nimios enim mihi fructus placitura resti-  
 tuent. Novi quippe, quanto studiosius nostra quam cetero-  
 rum bona diligamus. Recte ergo, quasi aureos Cereri  
 culmos et maturos Baccho palmites, sic ad te novi operis 20  
 rudimenta transmisi. Tu tantum paterna gratia nostrum  
 provehas munus. Ita et laboris mei primitias doctissimo  
 iudicio consecrabis et non maiore censebitur auctor merito  
 quam probator.

*Incipiunt capitula libri primi.*

25

- I. Proemium, in quo divisio mathematicae.
- II. De substantia numeri.

1—3 quae . . . reseravi c. *in margine ex corr.* 1 veloci-  
 ciis a. 3 aliquanto c. 6 Cum igitur . . . arithmetica s.  
 bis. || .III. c. 7 quae est prima om. c. 9 Nametsi (*punc-  
 to sub N posito et T supra scripto*) a, Tametsi f. || ali-  
 quanto b, c, d, f, l, r, s. 10 ipsum a || formidabat ipsam f.  
 11 oblatum ire a, b. oblaturi r. 13 supremo a, c. su-  
 premo f. 16 mira om. c. s; *supra versum litura deletum d,  
 correctione additum l.* 20 et om. c, r. 23 minore b, c.  
 25 Explicit prologus in libro Boetii. a. Incipiunt om. r ||  
 libri I a, c. de libro primo f. || *Inscriptionem om. b, d, l, s.*  
 26 mathematicae om. a.

- III. Definitio et divisio numeri et definitio paris et imparis.  
 IIII. Definitio numeri paris et imparis secundum Pythagoram.  
 V. Alia secundum antiquiorem modum divisio paris et imparis.  
 5 VI. Definitio paris et imparis per alterutrum.  
 VII. De principalitate unitatis.  
 VIII. Divisio paris numeri.  
 VIII. De numero pariter pari eiusque proprietatibus.  
 10 X. De numero pariter impari eiusque proprietatibus.  
 XI. De numero impariter pari eiusque proprietatibus deque eius ad pariter parem et pariter inparem cognatione.  
 XII. Descriptionis ad impariter paris naturam pertinentis expositio.  
 15 XIII. De numero impari eiusque divisione.  
 XIII. De primo et incomposito.  
 XV. De secundo et composito.  
 XVI. De eo, qui per se secundus et compositus est, ad alium primus et incompositus.  
 20 XVII. De primi et incompositi et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi ad alterum vero primi et incompositi procreatione.  
 XVIII. De inventione eorum numerorum, qui ad se secundi et compositi sunt, ad alios vero relati primi et incompositi.  
 25 XVIII. Alia partitio paris secundum perfectos imperfectos et ultra quam perfectos.  
 XX. De generatione numeri perfecti.  
 XXI. De relata ad aliquid quantitate.

1 definitio hic et infra libri praeter d || imparis hic et infra maximam partem libri. 2 numeri om. c, r. 6 super b.

9 <sup>im</sup> pari f. 10 Toto hoc versu omisso sequentium capitulum numeros uno minores habent d, f, l. 12 cognomine r. 13 pariter a. 16 De proprio a. 18 compositus et s. 20 et secundi et compositi om. a, c, d, l, r, s. 21 incompositi et alterum c. || et alterum l. 23 ad secundi b. 24 vero om. a. 26 Alio c || partio a. participio d. participatio l. 27 et utraque a || et om. d, l, r.

- XXII. De speciebus maioris quantitatis et minoris.  
 XXIII. De multiplici eiusque speciebus earumque generationibus.  
 XXIII. De superpartulari eiusque speciebus earumque generationibus. 5  
 XXV. De quodam utili ad cognitionem superpartularibus accidente.  
 XXVI. Descriptio, per quam docetur, ceteris inaequalitatis speciebus antiquiorem esse multiplicitem.  
 XXVII. Ratio atque expositio digestae formulae. 10  
 XXVIII. De tertia inaequalitatis specie, quae dicitur superpartiens deque eius speciebus earumque generationibus.  
 XXVIII. De multiplici superpartulari.  
 XXX. De eorum exemplis in superiori formula inveniendis.  
 XXXI. De multiplici superpartiente. 15  
 XXXII. Demonstratio, quemadmodum omnis inaequalitas ab aequalitate processerit.

*Expliciunt capitula libri primi.*

**I n c i p i t l i b e r p r i m u s .**

*Proemium, in quo divisio mathematicae.* 20

I. Inter omnes priscae auctoritatis viros, qui Pythago-  
 raga duce puriore mentis ratione viguerunt, constare ma-  
 nifestum est, haud quemquam in philosophiae disciplinis  
 ad cumulum perfectionis evadere, nisi cui talis prudentiae  
 nobilitas quodam quasi quadrivio vestigatur, quod recte 25  
 intuentis sollertiam non latebit. Est enim sapientia re-  
 rum, quae sunt suique inmutabilem substantiam sortiun-

2 eorumque a, c, r, s. earum l. || generibus r. 4 eo-  
 rumque b, c, r, s. 6 cognationem a, b, c cognitionem  
 (puncto sub i posito et a supra scripto) s. 8 inaequalitati-  
 bus a. 10 degestae c, d, r. 11 quae om. b. 12 spe-  
 ciebus om. b. || eorumque s. 14 superioris f, superiore r.  
 18 Finit Boetii prologus b. || libri primi om. c, r. || *Inscriptio-*  
*nem om. d, f, l, s.* 19 Incipit liber primus om. b, f, r,  
 d, l. 20 Proemium... mathematicae om. a, d, l. || in quo  
 est divisio c. 26 sollertiam intuentis a, b, c, d, f, l.

tur, comprehensio veritatis. Esse autem illa dicimus, quae nec intentione crescunt nec retractione minuuntur nec variationibus permutantur, sed in propria semper vi suae se naturae subsidiis nixa custodiunt. Haec autem sunt  
 5 qualitates, quantitates, formae, magnitudines, parvitates, aequalitates, habitudines, actus, dispositiones, loca, tempora et quicquid adunatum quodammodo corporibus invenitur, quae ipsa quidem natura incorporea sunt et inmutabili substantiae ratione vigentia, participatione vero corporis permutantur et tactu variabilis rei in vertibilem  
 10 inconstantiam transeunt. Haec igitur quoniam, ut dictum est, natura inmutabilem substantiam vimque sortita sunt, vere proprieque esse dicuntur. Horum igitur, id est, quae sunt proprie quaeque suo nomine essentiae nominantur, scientiam sapientia profitetur. Essentiae autem  
 15 geminae partes sunt, una continua et suis partibus iuncta nec ullis finibus distributa, ut est arbor lapis et omnia mundi huius corpora, quae proprie magnitudines appellantur. Alia vero disiuncta a se et determinata partibus  
 20 et quasi acervatim in unum redacta concilium, ut grex populus chorus acervus et quicquid, quorum partes propriis extremitatibus terminantur et ab alterius fine discretae sunt. His proprium nomen est multitudo. Rursus multitudinis alia sunt per se, ut tres vel quattuor vel  
 25 tetragonus vel quilibet numerus, qui ut sit nullo indiget. Alia vero per se ipsa non constant, sed ad quiddam aliud referuntur, ut duplum, ut dimidium, ut sesquialterum vel sesquitercium et quicquid tale est, quod, nisi relatum sit ad aliud, ipsum esse non possit. Magnitudinis vero alia  
 30 sunt manentia motuque carentia, alia vero, quae mobili semper rotatione vertuntur nec ullis temporibus adque-

3 se vi suae a. 8 inmutabilis d, l; s *ex corr.* 10 in-  
 vestibilem a. 12 sortiuntur (*supra versum*: l sortita sunt) s.  
 15 *supra* scientiam: quoque a. 17 arbor b. 18 huius  
 mundi f. 20 coacervatim f, s; acervatim *syllaba* co *ad-*  
*scripta* a. 21 *supra* quicquid: est eorum a, est horum b, d.  
 23 discreta c. 27 *post* dimidium: vel f. 31 ratione a, c,  
 f, s. *supra* ratione: alii rotatione b, r || vertantur d, r. ad-  
 quiescant d, r.

scunt. Horum ergo illam multitudinem, quae per se est, arithmetica speculatur integritas, illam vero, quae ad aliquid, musici modulaminis temperamenta pernoscunt, immobilis vero magnitudinis geometria notitiam pollicetur, mobilis vero scientiam astronomicae disciplinae peritiam vendicat. Quibus quattuor partibus si careat inquisitor, verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est. Est enim sapientia earum rerum, quae vere sunt, cognitio et integra comprehensio. Quod haec qui spernit id est has semitas sapientiae ei denuntio non recte esse philosophandum, siquidem philosophia est amor sapientiae, quam in his spernendis ante contempserit. Illud quoque addendum arbitror, quod cuncta vis multitudinis ab uno progressa termino ad infinita progressionis augmenta concrescit. Magnitudo vero a finita inchoans quantitate modum in divisione non recipit; infinitissimas enim sui corporis suscipit sectiones. Hanc igitur naturae infinitatem indeterminatamque potentiam philosophia sponte repudiat. Nihil enim, quod infinitum est, vel scientia potest colligi vel mente comprehendi, sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio, in quibus possit indagatricem veritatis exercere sollertiam. Delegit enim de infinitae multitudinis pluralitate finitae terminum quantitatis et interminabilis magnitudinis sectione reiecta definita sibi ad cognitionem spatia depoposcit. Constat igitur, quisquis haec praetermiserit, omnem philosophiae perdidisse doctrinam. Hoc igitur illud quadrivium est, quo his viandum sit, quibus excellentior animus a nobiscum procreatis sensibus

3 post ad aliquid: est r, supra ad aliquid: est b. || musicae modulationis s. || praenoscent a, f, r, s. 4 geometrica a, c, d, f, r. 5 vero om. a, d, f, l, r. astronomiae c. 6 vindicat l, vendicavit, a, b, c, d, r. || .III. c. 7 poterit b, c. potest f. poterit si sit *linea subnotatum et supra versum* possit r. 9 verae c, d, l. 11 sententias sapientiae c. esse om. c, d, f, l, r, s. 18 corporis sui recipit f. || infinitatem naturae d, l. 22 ratio ipsa f. ea ipsa ratio s || posset d, f, l. 23 infinita c, r *in litura*. infinite f. 24 finite f. 26 deoposcit a, c, d, r, s.

ad intelligentiae certiora perducitur. Sunt enim quaedam gradus certaeque progressionum dimensiones, quibus ascendi progredique possit, ut animi illum oculum, qui, ut ait Plato, multis oculis corporalibus salvari constitui-  
 5 que sit dignior, quod eo solo lumine vestigari vel inspiciveritas queat, hunc inquam oculum demersum orbatumque corporeis sensibus hae disciplinae rursus inluminent. Quae igitur ex hisce prima discenda est nisi ea, quae principium matrisque quodammodo ad ceteras obtinet  
 10 portionem? Haec est autem arithmetica. Haec enim cunctis prior est, non modo quod hanc ille huius mundanae molis conditor deus primam suae habuit ratiocinationis exemplar et ad hanc cuncta constituit, quaecunque fabricante ratione per numeros adsignati ordinis invenere  
 15 concordiam, sed hoc quoque prior arithmetica declaratur, quod, quaecunque natura priora sunt, his sublatis simul posteriora tolluntur; quod si posteriora pereant, nihil de statu prioris substantiae permutatur, ut animal prius est homine. Nam si tollas animal, statim quoque hominis  
 20 natura deleta sit, si hominem sustuleris, animal non peribit. Et e contrario ea semper posteriora sunt, quae secum aliud quodlibet inferunt, ea priora, quae cum dicta sunt, nihil secum de posterioribus trahunt, ut in eodem quoque homine. Nam si hominem dixeris, simul  
 25 quoque animal nominabis, idem est enim homo, quod animal; si animal dixeris, non speciem simul hominis intulisti, non est enim idem animal, quod homo. Hoc idem in geometria vel arithmetica videtur incurrere. Si enim numeros tollas, unde triangulum vel quadratum vel quic-  
 30 quid in geometria versatur, quae omnia numerorum de-

1 producitur c. 7 eae a, b. || rursus a, d, f, l. 8 post his *tituram* habet a, *supra versum* al. ex his b, his ee c, hiscae d. 10 Haec *om.* c. 11 prior cunctis c. 12 rationationis s. 17 posteriora tolluntur simul l. et quod f, l. || posteriora si f. si posteriores s. 23 sint c, f, s. 26 si animal quoque dixeris b. 28 geometrica a, c, d, f, r, s; *in l' c rasura deletum.* 30 geometrica a, c, d; *in l' c rasura deletum.*

nominativa sunt? At vero si quadratum triangulumque sustuleris omnisque geometria consumpta sit, tres et quattuor aliorumque numerorum vocabula non peribunt. Rursus cum aliquam geometricam formam dixerō, est illi simul numerorum nomen implicitum; cum numeros dixerō, nondum ullam formam geometricam nominavi. Musica vero quam prior sit numerorum vis, hinc maxime probari potest, quod non modo illa natura priora sunt, quae per se constant, quam illa, quae ad aliquid referuntur. Sed etiam ea ipsa musica modulatio numerorum nominibus adnotatur, et idem in hac evenire potest, quod in geometria praedictum est. Diatessaron enim et diapente et diapason ab antecedentis numeri nominibus nuncupantur. Ipsorum quoque sonorum adversus se proportio solis neque aliis numeris invenitur. Qui enim sonus in diapason symphonia est, idem duplicis numeri proportione colligitur; quae diatessaron est modulatio, epitrita conlatione componitur; quam diapente symphoniam vocant, hemiolia medietate coniungitur; qui in numeris epogdous est, idem tonus in musica, et ne singula persequi laborem, huius operis sequentia, quanto prior sit arithmetica sine ulla dubitatione monstrabit. Sphericam vero atque astronomiam tanto praecedat, quanto duae reliquae disciplinae hanc tertiam natura praecedunt. In astronomia enim circuli, sphaera, centrum, parallelique circuli mediusque axis est, quae omnia geometricae disciplinae curae sunt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniore[m] geometriae vim, quod omnis motus est post quietem et natura semper statio prior est, mobilium vero

2 geometrica a, c, d, s; *in l e rasura deletum.* || .III. et .IIII. a, c, l, s. 3 non peribunt vocabula c. 4 rursus a, c, f. 10 modulatio musica f. 12 geometrica a, c, d; geometria *in litura l*; *in s c rasura deletum.* 13 antecedentibus c, r. 17 proportio c. 18 modulatione, *supra versum* 1 conlatione r. || componit c || symphonia *m rasura deleto* c. 19 coniungit c. 20 apogdous c. 23 astronomicam a, f, l; *in d e rasura deletum.* 27 cura a, b, c, r, s. 28 geometricae c, d, l, r, s. 29 statu a, *supra versum* s. motu b || *post est addit* motu s.

astronomia, immobilium geometria doctrina est; vel quod  
 armonicis modulationibus motus ipse celebratur astro-  
 rum. Quare constat quoque musicae vim astrorum cursus  
 antiquitate praecedere, quam superare natura arithmeti-  
 5 cam dubium non est, cum prioribus, quam illa est, videat-  
 ur antiquior. Proprie tamen ipsa numerorum natura  
 omnis astrorum cursus omnisque astronomica ratio con-  
 stituta est. Sic enim ortus occasusque colligimus, sic  
 tarditates velocitatesque errantium siderum custodimus,  
 10 sic defectus et multiplices lunae variationes agnoscimus.  
 Quare, quoniam prior, ut claruit, arithmeticae vis est,  
 hinc disputationis sumamus exordium.

*De substantia numeri.*

II. Omnia quaecunque a primaeva rerum natura  
 15 constructa sunt, numerorum videntur ratione formata.  
 Hoc enim fuit principale in animo conditoris exem-  
 plar. Hinc enim quattuor elementorum multitudo mu-  
 tuata est, hinc temporum vices, hinc motus astro-  
 rum caelique conversio. Quae cum ita sint, cumque  
 20 omnium status numerorum colligatione fungatur, eum  
 quoque numerum necesse est in propria semper sese ha-  
 bentem aequaliter substantia permanere, eumque compo-  
 situm non ex diversis — quid enim numeri substantiam  
 coniungeret, cum ipsius exemplum cuncta iunxisset? —  
 25 sed ex se ipso videtur esse compositus. Porro autem ni-  
 hil ex similibus componi videtur, nec ex his, quae nulla  
 rationis proportione iunguntur et a se omni substantia  
 naturaque discreta sunt. Constat ergo, quoniam coniun-  
 ctus est numerus, neque ex similibus esse coniunctum  
 30 neque ex his, quae ad se invicem nulla ratione proportio-

1 geometrica c, d, f, r; in l c *rasura deletum*. 4 procedere a. 6 antiquior videatur a, c, f, s. || in ipsa f. 13 *Inscriptionem secunda manus addidit in d.* 20 rerum omnium f, omnium rerum s || numerum c || collectione r. 26 ex his om. l; in *marginē add. d.* 27 coniunguntur f. 30 se ad d. || rationi, s *rasura deleto*, c.



nis haerent. Erunt ergo, numeros prima quae iungant, ad substantiam quidem quae constant semperque permanent. Neque enim ex non subsistentibus effici quicquam potest et sunt ipsa dissimilia et potentia componendi. Haec autem sunt, quibus numerus constat, par atque impar<sup>5</sup> quae divina quadam potentia, cum disparia sint contrariaque, ex una tamen genitura profluunt, et in unam compositionem modulationemque iunguntur.

*Definitio et divisio numeri et definitio paris et imparis.*

III. Et primum quid sit numerus definiendum est.<sup>10</sup> Numerus est unitatum collectio, vel quantitatis acervus ex unitatibus profusus. Huius igitur prima divisio est in inparem atque parem. Et par quidem est, qui potest in aequalia duo dividi, uno medio non intercedente, impar vero, quem nullus in aequalia dividit eo, quod in medio<sup>15</sup> praedictus unus intercedat. Et haec quidem huiusmodi definitio vulgaris et nota est.

*Definitio numeri paris et imparis secundum Pythagoram.*

III. Illa autem secundum pythagoricam disciplinam talis est: par numerus est, qui sub eadem divisione potest<sup>20</sup> in maxima parvissimaque dividi, maxima spatio, parvissima quantitate secundum duorum istorum generum contrarias passionem. Impar vero numerus est, cui hoc quidem accidere non potest, sed cuius in duas inaequales

1 Ergo erunt l. || *supra versum* l orum id est numerorum b, numerorum et in *marginem* numeros r. || que f. || coniungant f. 2 constant a, c, s. 7 tamen ex una c, f, s. || genitura in *marginem* a. 9 *Inscriptionem secunda manus addidit in d* || Definitio et om. f. et definitio om. c, r, s || differentia paris f. 11 Numerus enim f. 13 est quidem f. 14 intercedente f. 16 intercedat b, f, l, s. 18 *Inscriptionem om. d.* || numeri om. f, l, r. 21 dividi . . . quantitate in *marginem superiore* d. || parvissimaque quantitate f. 22 istorum duorum s || duorum *correxerit in duum* a. 23 et 24 *Definitionem imparis numeri in fine capitis huius collocant* c, d, f, l, r, s. || hec f. || idem d, l, s. 24 accedere a.

summas naturalis est sectio. Hoc est autem exemplar: ut si quilibet datus par numerus dividatur, maior quidem quantum ad divisionis spatia non inveniatur, quam disgregata medietas, quantitate vero nulla minor est, quam in gemina facta partitio; ut, si par numerus, qui est  $\cdot VIII \cdot$ , dividatur in  $\cdot III \cdot$  atque alios  $\cdot III \cdot$ , nulla erit alia divisio, quae maiores partes efficiat; porro autem nulla erit alia divisio, quae totum numerum minore dividat quantitate. In duas enim partes divisione nihil minus est.

10 Cum enim totum quis fuerit trina divisione partitus, spatii quidem summa minuitur, sed numerus divisionis augetur. Quod autem dictum est: secundum duorum generum contrarias passiones, huiusmodi est: praedocimus enim quantitatem in infinitas pluralitates ad crescere, spatia

15 vero, id est magnitudines in infinitissimas minui parvitates atque ideo hic contra evenit. Haec namque paris divisione spatio est maxima, parvissima quantitate.

*Alia secundum antiquiorem modum divisio paris et imparis.*

V. Secundum antiquiorem vero modum alia est paris numeri definitio. Par numerus est, qui in duo aequalia et in duo inaequalia partitionem recipit, sed ut in neutra divisione vel imparitati paritas vel paritati imparitas misceatur, praeter solum paritatis principem, binarium numerum, qui in aequalem non recipit sectionem, propterea

25 quod ex duabus unitatibus constat et ex prima duorum quodammodo paritate. Quod autem dico, tale est: si enim ponatur par numerus, potest in duo aequalia dividi, ut denarius dividitur in quinos, porro autem et per inaequalia, ut idem denarius in  $\cdot III \cdot$  et  $\cdot VII \cdot$ , sed hoc modo, ut cum

1 Hoc autem est, *omisso vocabulo* exemplar d, l. Hoc autem exemplar est r. 2 quis libet a, s. 4 sit a, d, l. 6 quattuor *pro*  $\cdot III \cdot$  d, quattuor et in  $\cdot III \cdot$  s. || alias c. 12 duorum *correxit* in duum a. 15 infinitas f. 18 *Inscriptionem* om. d. 22 vel paritati imparitas vel imparitati paritas f. || vel paritati imparitas *in margine superiore* d. 25 constat unitatibus f. 27 aequa b, d, l. 28 per *om.* d. 29 tres et septem r, tres et in  $\cdot VII \cdot$  f.

una pars fuerit divisionis par, alia quoque par inveniatur, et si una impar, reliqua ab eius imparitate non discrepet, ut in eodem numero, qui est denarius. Cum enim divisus est in quinos, vel cum in tres septem, utraeque in utraque portione partes impares extiterunt. Si autem ipse, 5 vel alius numerus par, dividatur in aequales, ut octonarius in ·III· et ·III·, et item per inaequales, ut idem octonarius in ·V· et ·III·, in illa quidem divisione utraeque partes pares factae sunt, in hac utraeque impares extiterunt; neque unquam fieri potest, ut, cum una pars divisionis 10 par fuerit, alia impar inveniri queat, aut, cum una impar sit, alia par possit intellegi. Impar vero numerus est, qui ad quamlibet illam divisionem per inaequalia semper dividitur, ut utrasque species numeri semper ostendat, nec unquam altera sine altera sit, sed una pars paritati, in 15 paritati alia deputetur, ut, ·VII· si divides in ·III· atque ·III·, altera portio par altera impar est. Et hoc idem in cunctis imparibus numeris invenitur, neque unquam in imparis divisione praeter se esse possunt. Hae geminae species, quae naturaliter vim numeri substantiamque componunt. 20

*Definitio paris et imparis per alterutrum.*

VI. Quod si haec etiam per alterutras species definienda sunt, dicetur inparem numerum esse, qui unitate differt a pari vel cremento vel deminutione. Par item numerus est, qui unitate differt ab impari vel cremento vel deminutione. Si enim pari unum dempseris, vel unum adieceris, impar efficitur, vel si impari idem feceris, par continuo procreatur.

1 fuerit *om.* c. 4 tres vel in septem a, ·III· et ·VII· c, l, tres et ·VII· f. 6 et octonarius f. 8 quinque et tres d. 11 ut c. 14 ut *secunda manus addidit in d.* || ostendit c. 16 septem d || ·III· et ·III· a, c, f, tres atque quattuor d, ·III· atque in ·III· r, s. 18 numeris *om.* f. 19 Hae a. 21 *Inscript.* *om.* d. || et imparis *om.* f. 24 incremento f. || Item par c, f, s, Item par iterum a. 25 vel cremento *supra versum ex corr.* d. 26 demseris a, b, s.

*De principalitate unitatis.*

VII. Omnis quoque numerus circum se positorum et naturali sibimet dispositione iunctorum medietas est; et qui super duos illos sunt, qui medio iunguntur, si componantur, etiam ipsorum supradictus numerus media portio est; et rursus illorum, qui sunt super secundo loco iunctos, cum ipsi quoque sint compositi, prior his numerus medietatis loco est, et hoc erit, usquedum occurrens unitas terminum ponat, ut si ponat quis quinarium numerum, altrinsecus circa ipsum sunt super  $\cdot\text{III}\cdot$  inferius  $\cdot\text{VI}\cdot$ . Hi ergo si iuncti sint, faciunt  $\cdot\text{X}\cdot$ , quorum  $\cdot\text{V}\cdot$  numerus medietas est. Qui autem circa ipsos id est circa  $\cdot\text{VI}\cdot$  et  $\cdot\text{III}\cdot$  sunt,  $\cdot\text{III}\cdot$  scilicet et  $\cdot\text{VII}\cdot$ , idem si iuncti sint, eorum quinarium numerus medietas est; rursus istorum, qui altrinsecus positi sunt, si iungantur, etiam hi quinarium numeri dupli sunt; nam super  $\cdot\text{III}\cdot$  sunt  $\cdot\text{II}\cdot$ , super  $\cdot\text{VII}\cdot$  sunt  $\cdot\text{VIII}\cdot$ ; hi ergo si iuncti sint, faciunt  $\cdot\text{X}\cdot$ , quorum quinarium rursus medietas est. Hoc idem in omnibus numeris evenit, usquedum ad unitatis terminum perveniri queat; sola enim unitas circum se duos terminos non habet, atque ideo eius, qui est prope se, solius est medietas. Nam iuxta  $\cdot\text{I}\cdot$  solus est binarius naturaliter constitutus, cuius unitas media pars est. Quare constat primam esse unitatem cunctorum, qui sunt in naturali dispositione, numerorum et eam rite totius quamvis prolixae genitricem pluralitatis agnosci.

1 *Inscriptionem om. d.* 3 et illi qui supra illos duos sunt f. 4 iungantur, u *super a scripto r.* || componuntur f. 7 hic a, is h *rasura deleta l.* 9 terminum fecerit c, d, f, l; fecerit et supra *versum* † ponat b. || *Iuxta sequentia*  $\cdot\text{I}\cdot$   $\cdot\text{II}\cdot$   $\cdot\text{III}\cdot$  usque ad  $\cdot\text{X}\cdot$  in *marginē* f, l, r; *insuper*  $\cdot\text{I}\cdot$   $\cdot\text{II}\cdot$   $\cdot\text{III}\cdot$  usque ad <sup>or.</sup>  $\cdot\text{XI}\cdot$  in *contextu* f. 10  $\cdot\text{III}\cdot$  d. 11 sunt a, b, d, l, r, fuerint c, s. || facient a, b, c, l, s. || quinarium c, f, r, s. 13 tres a, f, l, s || iuncti si c, d, r, s. || sunt a. 14 erit d. 15 iungantur d, iungatur r. 16 duplici c. || tres d. || duo f. ||  $\cdot\text{VI}\cdot$  sunt  $\cdot\text{VII}\cdot$  c. 17 sunt a, b, c, d, l, r. 18 quinarium numerus f. 20 autem b, d, f, l, r. || circa f, l. 22 unum c, f, s. 25 prolixē c, d, f, l.

*Divisio paris numeri.*

VIII. Paris autem numeri species sunt tres. Est enim una, quae dicitur pariter par, alia vero pariter impar, tertia impariter par. Et contraria quidem locumque obtinentia summatum videntur esse pariter par et pariter impar. <sup>5</sup> Medietas autem quaedam, quae utrorumque participat, est numerus, qui vocatur impariter par.

*De numero pariter pari eiusque proprietatibus.*

VIII. Pariter par numerus est, qui potest in duo paria dividi, eiusque pars in alia duo paria partisque pars in <sup>10</sup> alia duo paria, ut hoc totiens fiat, usquedum divisio partium ad indivisibilem naturaliter perveniat unitatem. Ut ·LXIII· numerus habet medietatem ·XXXII·, hic autem medietatem ·XVI·, hic vero ·VIII·. Hunc quoque quaternarius in aequa partitur, qui binarii duplus est; sed binarius <sup>15</sup> unitatis medietate dividitur, quae unitas naturaliter singularis non recipit sectionem. Huic numero videtur accidere, ut quaecumque eius fuerit pars, cum nomine ipso vocabuloque pariter par inveniatur; tum etiam quantitate. Sed ideo mihi videtur hic numerus pariter par vocatus, <sup>20</sup>

1 *Inscript. om. d. In s haec numerorum dispositio addita est*

I.

II.

III.

IIII.

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X.

VI.

VII.

VIII.

VIII.

X.

2 ·III· a, b, c, l, r, s. 4 e contraria c. || locumque et supra versum ¶ loca b, locaque a, loca s, locumque in litura r. 8 eiusque proprietatibus om. d. || et eiusdem s. 11 tocies a, tociens b, c, r. 12 indivisionem c. 13 autem numerus b, c, s. 14 hic autem ·VIII· f. 17 Huic autem f; Huic pariter pari s. 18 primo cum nomine f. 19 tunc e, r.

quod eius omnes partes et nomine et quantitate pares pariter inveniuntur. Quomodo autem et nomine et quantitate pares habeat partes hic numerus, post dicemus. Horum autem generatio talis est: ab uno enim quoscunque in duplici proportione notaveris, semper pares pariter procreantur. Praeter hanc autem generationem ut nascantur aliter impossibile est. Huius autem rei tale detur per ordinem descriptionis exemplum sintque cuncti duplices ab uno I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVIII. CCLVI. DXII. atque hinc si fiat infinita progressio, tales cunctos inuenies, factique sunt ab uno in duplici proportione, et omnes sunt pariter pares. Illud autem non minima consideratione dignum est, quod eius omnis pars ab una parte quacunque, quae intra ipsum numerum est, denominatur tantamque summam quantitatis includit, quota pars est alter numerus pariter paris illius, qui eum continet, quantitatis. Itaque fit, ut sibi partes ipsae respondeant, ut quota pars una est, tantam habeat altera quantitatem, et quota pars ista est, tantum in priore summa necesse sit multitudinis inueniri. Et primum fit, si pares fuerint dispositiones, ut duae mediae partes sibi respondeant, post vero quae super ipsas sunt, sibi invicem convertantur, atque hoc idem fiat, donec uterque terminus extremitatis incurrat. Ponatur enim pariter paris ordo ab uno usque CXXVIII. hoc modo: I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVIII. et ea sit summa ma-

1 omnes eius d, f, l, r, s. || pariter pares c. 2 inveniuntur f. || quo autem modo f, s.; autem *om.* r, *sed in margine*: quo autem modo. 5 pariter pares f. 7 videtur a, videtur *et supra versum* l detur b, videtur r. 8 discretionis a || sintque] ut sint r || cuncti in ordinem c, s; in ordine *supra versum* d. 9 uno *ex corr. addit* r || .I. *om.* a, c. 10 in infinita b, l. 11 in *om.* a, b. 12 pariter pares sunt f. 13 omnis eius f. 14 quacunque *om.* a, c; quacunque parte f, s. || inter r. || est numerum c. 15 tantumque a, r. 19 ita d, ipsa f, est ista c. || tantam in priore summam a, b; tantum in priore summam, f, l; *in f tamen priore in prioris mutatum est sec. manu.* 20 fit] sit c. 22 ipsa f, ipsas partes s. || sint c. 24 extremitates b, f, r, s. 25 *idem numeri in l iterum leguntur in parte dextera,*

xima. In hoc igitur, quoniam pares dispositiones sunt, una medietas non potest inveniri. Sunt igitur duae, id est .VIII. et .XVI. quae considerandae sunt, quemadmodum ipsae sibi respondeant. Totius enim summae, id est .CXXVIII. octava pars est .XVI., sextadecima .VIII. 5 Rursus super has partes quae sunt, ipsae sibi invicem respondebunt, id est .XXXII. et .III. Nam .XXXII. quarta pars est totius summae, .III. vero tricesima secunda. Rursus super has partes .LXIII. secunda pars est, .II. vero sexagesima quarta; donec extremitates limi- 10 tem faciant, quas dubium non est eadem responsione gaudere. Est enim omnis summa semel .CXXVIII., unus vero centesimus vicesimus octavus.

Si autem in pares terminos ponamus, id est summas — idem enim terminos quod summas nomino — secundum 15] inparis naturam potest una medietas inveniri atque ipsa una sibi est responsura. Si enim ponatur hic ordo I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. una erit sola medietas, id est VIII., qui VIII. summae totius pars est octava, et sibi ipsi ad denominationem quantitatemque convertitur. Eo- 20 demque modo sicut superius circa ipsum qui sunt termini donant sibi mutua nomina secundum proprias quantitates vocabulumque permutant. Nam .III. sextadecima pars est totius summae, .XVI. vero quarta. Et rursus super terminos hos .XXXII. secunda pars est totius summae, 25 .II. vero tricesima secunda; et semel tota summa .LXIII. sunt, sexagesima quarta vero unitas invenitur. Hoc igitur est, quod dictum est, omnes eius partes et nomine et quantitate pariter pares inveniri.

*itemque in s in margine, ubi addita sunt haec: Centesima XX<sup>a</sup>*

VIII<sup>a</sup> As. Sexagies quater II. CXXVIII et cetera usque ad CXXVIII. 4 sibi ipsae c, d, l; sibi invicem ipsae r.

5 VIII<sup>va</sup> f. 6 sibi ipsae b, d, l, r, s. 7 respondebunt invi-

cem f. || .III. f. 8—9 XXXII. c. 10 duo f. 12 unum vero centesima vicesima octava s. 13 vicesimus om. c. 17 una sibi ipsa a, c. || responsura est f. 20 Eodem quoque f. 24 Et om. s. 25 hos terminos d, l. 26 duo c.

Hoc quoque multa consideratione multaque constantia divinitatis perfectum est, ut ordinatim dispositae minores summae in hoc numero et super se ipsas coacervatae sequenti minus uno semper aequentur. Si enim unum iungas his, qui sequuntur, duobus, fiunt ·III·, id est, qui uno minus quaternario cadant, et si superioribus addas ·III·, sunt ·VII·, qui ab octonario sequente sola unitate vincuntur. Sed si eosdem ·VIII· supradictis adiunxeris, ·XV· fient, qui par ·XVI· numeri existeret quantitati, nisi minor unitas inpediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies servat atque custodit. Namque unitas, quae prima est, duobus subsequenter sola est unitate contractior; unde nihil mirum est, totum summae crementum proprio consentire principio. Haec autem nobis consideratio maxime proderit in his numeris cognoscendis, quos superfluos vel inminutos perfectosque monstrabimus. Illic enim coacervata quantitas partium numeri totius termino comparatur.

Illud quoque nulla possumus oblivione transmittere, quod in hoc numero respondentibus sibi invicem partibus multiplicatis maior extremitas eiusdem numeri summae conficitur. Et primum si pares fuerint dispositiones medii multiplicantur atque deinde qui super ipsos sunt et usque ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones secundum naturam paris duos in medio terminos continebunt, ut in ea dispositione numerorum, in qua extremus terminus ·CXXVIII· finitur. In hoc enim numero medietates sunt ·VIII· scilicet et ·XVI·, quae in se multiplicatae maioris summam crescente pluralitate conficiunt. Octies enim ·XVI· vel sedecies ·VIII·, si multiplices,

1 constantiae divinitate a, b, f; eadem correxit in constantia divinitatis d, constantia (e rasura deleta) divinitate c. 4 iungas unum f. 5 sequantur c. 6 quatuor f. 8 octo d, f. || quindecim a, l, r, s. 9 fiunt c. || sextidecimi c. || numeri ·XVI· f. || quantitates a, quantitate d, l. 10 etiam prima c, f, s. || progenies numeri s. 12 sequentibus omisso sub b, d, f, l. 16 minutos c. || demonstrabimus f. || In illis d, l. 23 inde a, d, f, l. 24 pares fuerint c, s. 28 octo d.



·CXXVIII· summa concresecet, atque hi numeri, qui super eosdem sunt, si multiplicentur, idem faciunt. Nam ·III· et ·XXXII·, in sesi multiplices supra dictam facient extremitatem. ·III· enim tricies et bis, vel quater ·XXXII· ducti ·CXXVIII· inmutabili necessitate complebunt, atque hoc usque ad extremos terminos cadit, id est ·I· et ·CXXVIII·. Semel enim extremus terminus ·CXXVIII· est; centies vicies atque octies unitate multiplicata nihil de priore quantitate mutabitur.

Si autem in pares fuerint dispositiones, unus medius terminus invenitur, atque ipse sibi propria multiplicatione respondet. In eo namque ordine numerorum, ubi extremus terminus ·LXIII· pluralitate concluditur, sola invenitur una medietas, id est ·VIII·, quam si octies id est in semet ipsum multiplices ·LXIII· explicabit, atque idem reddent illi, qui super hanc medietatem sunt, ut dudum hi, qui super duas positi, faciebant. Nam quater ·XVI· ·LXIII· sunt et sedecies ·III· idem complent. Rursus bis ·XXXII· facti a ·LXIII· non discedunt, et tricies bis ·II· eosdem cumulant, et semel ·LXIII· vel unitas sexagesies quater multiplicata eundem numerum sine ulla varietate restituent.

*De numero pariter impari eiusque proprietatibus.*

X. Pariter autem impar numerus est, qui et ipse quidem paritatis naturam substantiamque sortitus est, sed in contraria divisione naturae numeri pariter paris obpo-

3 in sese ante in ex corr. si addito a, in se c, in se se, altero se in si correcto, d. 4 quatuor f. || bis in margine, in contextu secundum, sed linea subnotatum a, secundo et supra versum bis d, duo et supra versum secundo r, ·III c. || ·XXXII· quater s. 5 implebunt a. 14 una om. d, l. octo a, b, l, r. || si octies] socias, litura inter e et s intercedente d; si occies r. 17 post faciebant addit summam numerositatis extremae a, in s haec in margine leguntur. 18 sedecim d, f. || quater a, quattuor d, r. 20 duo d, f. 23 numero om. d, l. || eiusque proprietatibus om. d. || et eiusdem s. 24 impar autem d, l, r. 25 est post paritatis ponunt b, d, l.

nitur. Docebitur namque, quam longe hic dissimili ratione dividatur. Nam quoniam par est, in partes aequales recipit sectionem, partes vero eius mox indivisibiles atque insecabiles permanebunt, ut sunt ·VI· X· XIII· XVIII·  
 5 XXII· et his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris divisione partitus, incurris in inparem, quem secare non possis. Accidit autem his quod omnes partes contrarie denominatas habent, quam sunt quantitates ipsarum partium, quae denominantur. Neque unquam fieri potest,  
 10 ut quaelibet pars huius numeri eiusdem generis denominationem quantitatemque suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par, quantitas partis erit impar, si denominatio impar, quantitas par: ut in ·XVIII· secunda eius pars, id est media, quod paritatis nomen est,  
 15 ·VIII·, quae impar est quantitas; tertia vero, quae impar est denominatio, ·VI·, cui par pluralitas est. Rursus si convertas, sexta pars, quae par est denominatio, ·III· sunt, sed ternarius impar est; et nona pars, quod impar est vocabulum, ·II·, qui par numerus est; atque  
 20 idem in aliis cunctis, qui sunt pariter inpaes, invenitur. Neque unquam fieri potest, ut, cuiuslibet partis eiusdem sit generis nomen et numerus.

Fit autem horum procreatio numerorum, si ab uno disponantur, quicunque duobus differunt, id est omnibus  
 25 imparibus naturali sequentia atque ordine constitutis. Namque hi si per binarium numerum multiplicentur, omnes pariter inpaes rite pluralitas demensa sufficiet. Ponatur enim prima unitas ·I· et post hunc, qui ab hoc duobus differt, id est ·III· et post hunc, qui rursus a supe-

2 aequas b, d, l. 3 sectiones b, d, f. 4 ut sunt om. b. || ante ·VI· addit ·II· f. 6 incurres s. || in inparem om. c. 7 contrariae c, d, f. 11 et si fuerit denominatio d, l; et si denominatio fuerit f; si denominatio fuerit s. 12 par] erit par d, f, l. 14 eius pars est d, l; pars eius est. f. || dimidia f. 15 quantitatis f. 16 sex d, f. || post. ·VI· addit sunt l; supra versum a, d, s. || est om. c. 18 tres a, b, d, l, r, s. 19 post. ·II· addit sunt l; supra versum d, s. 20 pares c. 21 sit eiusdem a, c, s; sit, eiusdem sit b. 27 efficiet, e expuncto et su superposito, efficiet s; l in rasura. 29 differt duobus f. tres a, b, d, f, l, r, s.

riore duobus, id est ·V·, et hoc in infinitum et sit huius modi dispositio

I. III. V. VII. VIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIII.

Hi ergo naturaliter se sequentes inpaes sunt, quos nullus in medio par numerus distinguit. Hos si per binarium numerum multiples, efficies hoc modo: bis ·I· id est ·II·, qui dividitur quidem, sed eius partes indivisibiles reperiuntur propter insecabilis unitatis naturam; bis ·III·, bis ·V·, bis ·VII·, bis ·VIII·, bis ·XI· et deinceps, ex quibus nascuntur hi: II. VI. X. XIII. XVIII. XXII.,<sup>10</sup> quos si divides, unam recipient sectionem ceteram repudiantes, quod secunda divisio ab imparis medietate partis excluditur.

His autem numeris a se invicem quaternarii sola distantia est; namque inter ·II· et ·VI· numeros ·III· sunt,<sup>15</sup> rursus inter ·VI· et ·X· et inter ·X· et ·XIII·, inter ·XIII· et ·XVIII· idem quaternarius differentiam facit. Hi namque omnes quaternaria sese numerositate transcendunt, quod idcirco contingit, quoniam primi qui positi sunt, id est eorum fundamenta, binario se numero praecedebant,<sup>20</sup> quos quoniam per binarium multiplicavimus, in quaternarium numerum crevit illa progressio; ·II· enim per ·II· multiplicati quaternariam faciunt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione pariter inpaes numeri quinto loco a se distant, solis ·III· se praecedunt, ·III· in medio<sup>25</sup> transeuntes, per binarium numerum multiplicatis imparibus procreati. Contrariae vero esse dicuntur hae species numerorum, id est pariter par et pariter impar, quod in

4 sese f. 5 detinet et supra versus disiungit d, disiungit l, distinguet r. 6 unum d 7 duo d. 9 tres d || quinque d. || septem d || novem d. 10 duo a, ·I· c. 11 recipiunt a, d, f, l, r, s. 12 quia et supra versus † quod s. 15 duo a, b, f, l, r, s. 16 sex a, b, c, d, l, r, s. || inter ·X· et om. c. || et quatuordecim f. || et inter ·XIII· r || inter ·XIII· et ·XVIII· om. d, f, l. 22 duo enim c, f, s. || per bis b, f, r, s; bis *eraso* per c, d; bis *omisso* per l. 23 facient a, d, f, l, r. 25 distant et f. *Fortasse scribendum est*: distantes. 26 supra imparibus supra versus ex f. 27 Contrariae f, r. || haeae a, b, f. he r.

numero pariter impari sola divisionem recipit maior extremitas, in illo vero solus minor terminus sectione solutus est, et quod in forma pariter paris numeri ab extremitatibus incipienti et usque ad media progredienti, quod continetur sub extremis terminis, idem est illi, quod continetur sub intra se positis summulis atque hoc idem usquedum ad duas medietates fuerit ventum in dispositionibus scilicet paribus; si autem fuerint impares dispositiones, quod ab una medietate conficitur, hoc idem sub

10 altrinsecus positis partibus procreatur, atque hoc usquedum ad extremitates progressio fiat. In ea enim dispositione, quae est par ut II. III. VIII. XVI., idem reddunt ·II· per ·XVI· multiplicati, quod ·III· per octonarium ducti, utroque enim modo ·XXXII· fient. Quod si impar

15 sit ordo, ut est II. III. VIII., idem facient extremi, quod medietas; bis enim ·VIII· sunt ·XVI·, qui numerus a quaternario in se ducto perficitur. In numero vero pariter impari, si fuerit unus in medio terminus, circum se positorum terminorum, si in unum redigantur, medietas est, et idem eorum quoque, qui super hos sunt terminos, medietas est, atque hoc usque ad extremos omnium terminorum, ut in eo ordine, qui est pariter imparium numerorum, II. VI. X., iunctus binarius cum denario ·XII· explet, cuius senarius medietas invenitur. Si vero

20 fuerint duae medietates iunctae, ipsae utraeque aequales erunt super se terminis constitutis, ut est in hoc ordine II. VI. X. XIII. Iuncti enim ·II· et ·XIII· in ·XVI· crescunt, quos senarius cum denario copulatus efficiet. At-

4 quod *om.* c. 5 extimis d, extimis *correctum in extremis l.* 10 extrinsecus l; extrinsecus *in contextu*, atrinsecus *in margine a.* 11 processio c, r. 12 par ut *om.* a, d, l, r; par ut *supra versum f*, par *supra versum omissio* ut s. 13 duo f. || quat. d. || octonarium numerum a, c, s. 15 faciunt f. || extimi d, l. 16 octo d. || *post ·XVI· addunt* quatuor quater sunt ·XVI· a, b, quater ·III· sunt ·XVI· c, r. *In d haec verba in margine erant scripta rursusque deleta sunt ratura.* 21 extimos d, l. 25 duae fuerint f. 27 duo c, d, f. || sedecim b, c, d, s. || crescent d. 28 copulatis c. || efficiat r.

que hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a mediis evenit usquedum ad extrema veniatur.

*De numero impariter pari eiusque proprietatibus deque eius ad pariter parem et pariter inparem cognatione.*

XI. Inpariter par numerus est ex utrisque confectus 5 et medietatis loco gemina extremitate concluditur, ut, quo ab utroque discrepet, eadem ad alterutrum cognatione iungatur. Hic autem talis est, qui dividitur in aequas partes, cuiusque pars in alias aequas dividi potest, etiam aliquando partes partium dividuntur, sed non usque ad 10 unitatem progreditur aequalis illa disiunctio, ut sunt .XXIII. et .XXVIII. Hi enim possunt in medietates dividi et eorum rursus partes in alias medietates sine aliqua dubitatione solvuntur. Sunt etiam quidam alii numeri, quorum partes alias recipiunt divisiones, sed ipsa divisio 15 ad unitatem usque non pervenit. Igitur in eo, quod plus quam unam suscipit sectionem, habet similitudinem pariter paris, sed a pariter impari segregatur; in eo vero, quod usque ad unum sectio illa non ducitur, pariter inparem non refutat, sed a pariter pari disiungitur. Con- 20 tingit autem huic numero et utraque habere, quae superiores non habent, et utraque, quae illi recipiunt, obtinere. Et habet quidem, quod utrique non habent, quod, cum in uno solus maior terminus divideretur, in alio vero solus minor terminus non divideretur, in hoc neque solus 25 maior terminus divisionem recipit, neque minor solus terminus a divisione seiungitur. Nam et partes solvuntur et usque ad unitatem sectio illa non pervenit, sed ante unitatem invenitur terminus, quem secare non possis. Obti-

3 *Inscriptionem om. d.* Descriptionis ad impariter paris naturam p. l. 7 ad *om. a.* 10 sed non ut b, d, f, l. 11 progrediatur d, f, l, r; progreditur, a *supra i posito* b. || aequabilis d, l. || divisio f. 15 recipiant a, s, recipiunt et *supra versum* l ant b. 17 recipit c. 24 in uno superiorum f, superiorum *ex corr. supra versum* l. || videretur, di *ex corr. addito*, d. 26 solus minor a, b. 28 illa *om. a.*, non pervenit illa sectio f.

net autem, quae illi quoque recipiunt, quod quaedam partes eius respondent denominanturque secundum genus suum ad propriam quantitatem, ad similitudinem scilicet pariter paris numeri, aliae vero partes contrariam denominationem sumunt propriae quantitatis, ad pariter imparis scilicet formam. In ·XXIII· enim numero par est quantitas partis a pari numero denominata. Nam quarta ·VI· secunda ·XII· sexta vero ·III· duodecima ·II·, quae vocabula partium a quantitatis paritate non discrepant. 10 Contrarie vero denominantur, ut tertia pars ·VIII·, octava vero ·III·. Vicesima autem quarta ·I· quae denominationes cum pares sint, inveniuntur impares quantitates, et cum sint pares summae, sunt impares denominationes.

Nascuntur autem tales numeri ita, ut substantiam naturamque suam in ipsa etiam propria generatione designent ex pariter paribus et pariter imparibus procreari. Pariter enim impares cuncti dudum ordinatim positus imparibus nascebantur, pariter vero pares ex duplici progressionem. Disponantur igitur omnes in ordinem naturaliter impares a tribus et sub his a quattuor inchoantes omnes duplices et sint hoc modo:

III.	V.	VII.	VIII.	XI.	XIII.
III.	VIII.	XVI.	XXXII.	LXIII.	CXXVIII.

8 secunda vero a, b, c, d, l, r. || sexta vero ·III· duodecima ·II· secunda ·XII· f; sexta vero ·III· secunda vero ·XII· duodecima ·II· s. 10 Contrariae c, d, f, r. || ut cum a, cum ut r, s. || ·III· c. 11 vero om. c, f. || *post* ·III· addita sunt in a: semel ·XXIII· quae quantitas par est, sed denominatio impar: quae verba secunda manu adscripta sunt in margine in b, d, l, r. || quarta autem d, f, l. || unitas r, unitas est c, unitas est semel ·XXIII· una, quae quantitas par est, sed denominatio impar s. || denominatio cum par sit, invenitur impar quantitas a. 16 procreati correctum in procreari a, c, f; procreari et supra versum 1 ti b, r. 19 Disponantur r. || in ordinem . . . inchoantes omnes in margine superiore secunda manu r. || in ordine d. 20 a tribus om. a, d, f, r; supra versum c. || ·III· f. 22 Huic versui addit ab initio: Pariter impares f; in fine addunt: ·XV· b, l; similiter sequenti versui: Pariter pares f; ·CCLVI· b, l.

His igitur ita positis si primus primi multiplicatione con-  
 crescat, id est si quaternarii ternarius, vel si idem pri-  
 mus secundi, id est octonarii ternarius, vel si idem pri-  
 mus tertii, id est ternarius sedecimi, et idem usque ad  
 ultimum, vel si secundus primi, vel si secundus secundi, <sup>5</sup>  
 vel si secundus tertii et eadem usque ad extremum multi-  
 plicatio proferatur, vel si tertius a primo inchoans usque  
 in extremum transeat atque ita quartus et omnes in ordi-  
 nem superiores multiplicent eos, qui sub ipsis in disposi-  
 tione sunt, omnes inpariter pares procreabuntur. Huius <sup>10</sup>  
 autem rei tale sumamus exemplum. Si ·III· quater multi-  
 plices ·XII· fient, vel si ·V· quattuor multiplicent ·XX·  
 numerus excrescet, vel si item ·VII· multiplicent ·III·  
 ·XXVIII· succrescet, atque hoc usque in finem. Rursus  
 si ·VIII· multiplicent ·III· nascentur ·XXIII·; si ·VIII· in <sup>15</sup>  
 ·V· fiunt ·XL·, si ·VIII· in ·VII· colligentur ·LVI· atque ad  
 hunc modum si omnes inferiores duplices a superioribus  
 multiplicentur, vel si superiores eosdem inferiores multi-  
 plicent, cunctos, qui nati fuerint, inpariter pares in-  
 venies. <sup>20</sup>

Atque haec est admirabilis huius numeri forma, quod  
 cum fuerit ipsa dispositio descriptioque perspecta nume-  
 rorum, ad latitudinem pariter imparium, ad longitudinem  
 pariter parium numerorum proprietas invenitur. Sunt  
 enim duabus in latitudine medietatibus aequales duae ex- <sup>25</sup>

1 Ante His capitibus numerum ·XII· habet f. || dispositis b.  
 4 ·XVI· a, f, l, sedecim c, d, s, sedecim et supra verum  
 a. sedecimi b; sed cum *linea inductum et supra verum se-*  
*cunda manu* sedecim r. 5 vel si secundus secundi in *mar-*  
*gine sec. m. d.* || alterum si omisso c. 6 si om. d. 7 per-  
 feratur a, b. || usque ad f. 8 extimum d. 10 procrea-  
 buntur *litteris u et r lineolis inductis* b. 12 fient ·XII· c, s.  
 12 et 13 quinque quater multiplices ·XX<sup>mus</sup>. numerus excres-  
 cit f. 13 idem a, d, r, s; item et supra verum  $\frac{1}{2}$  idem b. ||  
 ·III· multiplicent ·VII· b, ·III· multiplicent quat. d. ||  
 14 ·XX<sup>mus</sup>. octavus succrescit f. || in finem usque r; usque  
 om. a. 15 nascuntur a, c, f, r. 16 colliguntur f. 21 am-  
 mirabilis d, r, s. || quod et supra verum ·I· quia s. 22 dis-  
 cretioque perfecta c. 23 et ad longitudinem s, ad longitudi-  
 nem vero c, s. 25 duobus a, c. || in latitudine om. a, b, c, f, l, r, s.

tremitates vel una medietate duae duplices extremitates. In longitudine vero pariter paris numeri rem proprietatemque designat. Quod enim sub duabus medietatibus continetur, aequale est ei, quod sub extremis conficitur, vel quod ab una medietate nascitur, aequale est illi, quod sub utrisque extremitatibus continetur. Descriptio autem, quae subposita est, hoc modo facta est: quantoscunque in ordine pariter parium numerorum ternarius numerus multiplicavit, quicumque ex eo procreati sunt, primo sunt versu dispositi; rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt, secundo loco sunt constituti, post vero, quos septenarius ceteros multiplicando procreavit, eosdem tertio conscripsimus loco, atque idem in reliqua descriptionis parte perfecimus.

15	III.	V.	VII.	VIII.
	III.	VIII.	XVI.	XXXII.

*(Vide descriptionem in tabula seorsum addita.)*

*Descriptionis ad inpariter paris naturam pertinentis expositio.*

20 XII. Superius igitur digestae descriptionis haec ratio est: Si ad latitudinem respicias, ubi est duorum terminorum una medietas, ipsosque terminos iungas, duplos eos medietate propria repperies, ut ·XXXVI· et ·XX· faciunt ·LVI·, quorum medietas est ·XXVIII·, qui medius est inter  
25 eos terminus constitutus. Et rursus ·XXVIII· et ·XII· si iungas, faciunt ·XL·, quorum ·XX· medietas medius eorum

1 uni medietati a, b, c, l.      2 in longitudinem a, c, r, s.      3 designet r, designat et supra a secunda manu en a. 4 est om. d. l. || extimis d, l.      9 multiplicabit a, b, c, f. 10 versu sunt f.      12 multiplicari d, multiplicans et supra s l do r. || procreabit c, procreavit, v correcto in b, a. 13 conscribimus b, d. || in om. a.      15 et 16 Hos duos versus om. c, s.      *Figurae arcus in codicibus aliter in aliis sunt ducti, etiam numeri varie sunt dispositi. In c desunt inscriptiones Longitudo, Latitudo. 18 Inscript. om. d, f. || ad inpariter paris naturam pertinentis om. l, ubi leguntur superius positae. 20 XII. om. f. || igitur om. c. 23 propria medietate r, s. 26 medietas om. f.*







terminus invenitur. At vero ubi duas medietates habent, utraeque extremitates iunctae utrisque medietatibus aequales fiunt, ut ·XII· et ·XXXVI·, cum iunxeris, fiunt ·XLVIII·. Horum si medietates sibimet applicaveris, id est ·XX· et ·XXVIII·, idem erit. Atque in alia parte latitudinis eodem ordine qui fiunt numeri notati sunt, neque ulla in re ratio utriusque latitudinis discrepabit; idemque in eodem ordine in ceteris numeris pernotabis; et hoc secundum formam pariter inparis numeri fit, in quo hanc proprietatem esse supra iam dictum est.

Rursus si ad longitudinem respicias, ubi duo termini unam medietatem habent, quod fit ex multiplicatis extremitatibus, hoc fit, si medius terminus suae capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies ·XLVIII· faciunt ·DLXXXVI·; medius vero eorum terminus, id est ·XXIII· si multiplicetur, eosdem rursus ·DLXXXVI· procreabit. Et rursus si ·XXIII· in ·XCVI· multiplicentur, faciunt  $\bar{\text{II}}$ . CCC. III., quorum medius terminus, id est ·XLVIII· si in semet ipsum ducatur, idem.  $\bar{\text{II}}$ . CCC. III. procreantur. Ubi autem termini duo duas medietates includunt, quod fit multiplicatis extremitatibus, hoc idem redditur in alterutram summam medietatibus ductis. Duodecies enim ·XCVI· multiplicatis  $\bar{\text{I}}$ . CLII. procreantur. Duae vero eorum medietates, id est ·XXIII· et ·XLVIII· si in semet ipsas multiplicentur, eosdem  $\bar{\text{I}}$ . CLII. restituent. Atque hoc est ad imitationem cognationemque numeri pariter paris, a quo participatione tracta haec ei recognoscitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere longitudinis

1 duae medietates habentur f. 4 adplicaris r, applicaris d, l, applicabis s. 6 fiant a, c, r. 7 illa inseratio a || illa, i expuncto et v supra scripto c. || idem quoque d, l. 9 fit numeri f. 11 Rursum a. 14 auementa c. 15 multiplicentur d, l, s; multiplice tur, n rasura deleteo r. 17 Post  $\bar{\text{II}}$ . CCC. III. addit procreantur c, sed ut deleturi manum agnoscas. 19 deducatur f. || id est c, d; idem om. f; in l est litura. || duo CCC. III. d. 20 duo termini b, d, l, r. || duas om. d, l. 26 est om. d, l. || cognitionemque f. || numeri om. c.

eadem ratio descriptioque notata est. Quare manifestum est, hunc numerum ex prioribus duobus esse procreatum, quoniam eorum retinet proprietates.

*De numero impari eiusque divisione.*

5 XIII. Inpar quoque numerus, qui a paris numeri natura substantiaque disiunctus est, — si quidem ille in gemina aequa dividi potest, hic ne secari queat, unitatis impedit interventus, — tres habet similiter subdivisiones, quarum una eius pars est is numerus, qui vocatur primus  
10 et incompositus, secunda vero, qui est secundus et compositus, et tertia is, qui quadam horum medietate coniunctus est et ab utriusque cognatione aliquid naturaliter trahit, qui est per se quidem secundus et compositus, sed ad alios comparatus primus et incompositus invenitur.

15

*De primo et incomposito.*

XIII. Et primus quidem et incompositus est, qui nullam aliam partem habet nisi eam, quae a tota numeri quantitate denominata sit, ut ipsa pars non sit nisi unitas, ut sunt III. V. VII. XI. XIII. XVII. XVIII. XXIII. XXVIII.  
20 XXXI. In his ergo singulis nulla unquam alia pars invenietur, nisi quae ab ipsis denominata est, et ipsa tantum unitas, ut supra iam dictum est. In tribus enim una pars sola est, id est tertia, quae a tribus scilicet denominata est, et ipsa tertia pars unitas; eodemque modo quinarium  
25 sola quinta pars est et haec unitas, atque idem in singulis consequens reperietur. Dicitur autem primus et incompositus, quod nullus eum alter numerus metiatur praeter solam, quae cunctis mater est, unitatem. Namque ter-

1 scriptioque b. 3 proprietates c. 4 numero om. d, l. 5 XIII. d. 8 III. c. 11 et] sed d, f, l. 12 naturaliter aliquid f. 13 sed et alios c. 15 *Inscript. om. d.* || proprio correctum in primo a. 17 partem aliam d, l. || partem supra versus f. 19 XVIII. XXIII. om. c. || XXIII. XXVII. XXVIII. XXXI. a. 21 tamen c. 23 III. c. 24 III. c. 25 idem om. l. || in om. c, d; supra versus l, s.

narium ·II· non numerant, idcirco, quoniam si solos duos contra ·III· compares, pauciores sunt, sin vero binarium bis facias, amplior est tribus, cum crescit in ·III· Metitur autem numerus numerum, quotiens vel semel vel bis vel tertio vel quotienslibet numerus ad numerum comparatus neque deminuta summa neque aucta ad comparati numeri terminum usque pervenerit, ut ·II· si ad ·VI· compares, binarius numerus senarium tertio metietur. Primos ergo et incompositos nullus numerus metietur praeter unitatem solam, quoniam ex nullis aliis numeris compositi sunt, sed tantum ex unitatibus in semet ipsis auctis multiplicatisque procreantur. Ter enim unus ·III· et quinquies unus ·V· et septies unus ·VII· fecerunt, et alii quidem, quos supra descripsimus, eodem modo nascuntur. Hi autem in semet ipsos multiplicati faciunt alios numeros velut primi, eosque primam rerum substantiam vimque sortitos cunctorum a se procreatorum velut quaedam elementa repperies, quia scilicet incompositi sunt et simplici generatione formati atque in eos omnes, quicumque ex his prolati sunt numeri, resolvuntur, ipsi vero neque ex aliis producuntur neque in alios reducuntur.

*De secundo et composito.*

XV. Secundus vero et compositus et ipse quidem impar est, propterea quod eadem imparis proprietate formatus est, sed nullam in se retinet substantiam principalem compositusque est ex aliis numeris habetque partes et a se ipso et ab alieno vocabulo denominatas; sed a se ipso denominatam partem solam semper in his repperies unitatem, ab alieno vero vocabulo vel unam vel quotlibet

1 duo f. 2 tres f. 3 quattuor d, f. 7 provenit a, c, d, l. || duo f. 8 metitur f. 13 tres f. || quinque f. 14 alios c. 16 prima a. 17 a se om. c. 18 scilicet et a, b, f. 22 alia a, b, d, f, l. || recluduntur c. 25 quia c. 28—30 denominatas . . . . vocabulo *in margine superiore* r. 29 reperio b. 30 alterum vel om. c. || quodlibet c, d, r.

alias, quanti fuerint scilicet numeri quibus ille compositis procreatur, ut sunt hi: VIII. XV. XXI. XXV. XXVII. XXXIII. XXXVIII. Horum ergo singuli habent quidem a se denominatas partes proprias, scilicet unitates, ut 5 ·VIII· nonam, id est unum, ·XV· quintam decimam eandem rursus unitatem et in ceteris, quos supra descripsimus, idem convenit.

Habent etiam ab alieno vocabulo partem, ut ·VIII· tertiam, id est ternarium, et ·XV· tertiam, id est quinque, 10 et quintam, id est tres; ·XXI· vero tertiam ·VII·, septimam ·III·; et in omnibus aliis eadem consequentia est.

Secundus autem vocatur hic numerus, quoniam non sola unitate metitur sed etiam alio numero, a quo scilicet coniunctus est, neque habet quicquam in se principalis 15 intelligentiae. Nam ex aliis numeris procreatur. ·VIII· quidem ex tribus, ·XV· vero ex tribus et ·V·, at ·XXI· ex tribus et ·VII· et ceteri eodem modo. Compositus autem dicitur eo, quod resolvi potest in eosdem ipsos, a quibus dicitur esse compositus, in eos scilicet, qui compositum 20 numerum metiuntur. Nihil autem, quod dissolvi potest, incompositum est, sed omni rerum necessitate compositum.

*De eo, qui per se secundus et compositus est, ad alium primus et incompositus.*

XVI. His vero contra se positus, id est primo et in- 25 composito et secundo et composito, et naturali diversitate disiunctis alius in medio consideratur, qui ipse quidem

1 compositus c, l. 5 unam d, f, l, r. 6 eadem a.  
 9 quindecim c. || ·V· c, d, f. 10 ·III· c, s. || tertiam ·VII·  
*et supra versum* id est b. || et septimam s. 11 tres a, b,  
 d, f, l, r. || in om. a. 13 alio *et supra versum* † alieno b.  
 14 in se quicquam a, s; in se quoddam c. 15 Novem f.  
 16 et ·XXI· a, c, f, s. 17 septem d, f. 18 eo om. a, d, l.  
 18—21 in eosdem . . . compositum *in margine inferiore* r.  
 20 numerum om. f. || solvi, *dis rasura deleto* d; solvi, *omisso*  
 dis, l. 21 est om. c. 22 *Inscriptionem in margine habet*  
*secunda manu* d. || De his quod f. || ad alium . . . incom-  
 positus om. c. || ad alium vero f; ad alium comparatus r, s.  
 26 disiunctus c.

compositus sit et secundus et alterius recipiens mensionem atque ideo et partis alieni vocabuli capax, sed cum fuerit ad alium eiusdem generis numerum comparatus, nulla cum eo communi mensura coniungitur; nec habebunt partes aequivocas; ut sunt ·VIII· ad ·XXV·. Nulla hos <sup>5</sup> communis numerorum mensura metitur, nisi forte unitas, quae omnium numerorum mensura communis est. Et hi quidem non habent aequivocas partes. Nam quae in ·VIII· tertia est, in ·XXV· non est, et quae in ·XXV· quinta est, in novenario non est. Ergo hi per naturam <sup>10</sup> utrique secundi et compositi sunt, comparati vero ad se invicem primi incompositique redduntur, quod utrosque nulla alia mensura metitur, nisi unitas, quae ab utrisque denominata est; nam in novenario nona est, in ·XXV· <sup>15</sup> vicesima quinta.

*De primi et incompositi et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi, ad alterum vero primi et incompositi procreatione.*

XVII. Generatio autem ipsorum atque ortus huiusmodi investigatione colligitur, quam scilicet Eratosthenes <sup>20</sup> cribrum nominabat, quod cunctis imparibus in medio conlocatis per eam quam tradituri sumus artem, qui primi quive secundi quique tertii generis videantur esse distinguitur. Disponantur enim a ternario numero cuncti in ordinem impares in quamlibet longissimam porrectionem. <sup>25</sup> III. V. VII. VIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIII. XXI. XXIII. XXV. XXVII. XXVIII. XXXI. XXXIII.

1 est f; sit et supra versum est s. || mansionem c. 2 capax est s. 4 habebit r. 8 Namque a, l. 14 nam quae f, s; quae supra versum sec. m. d; nam que, lineola, qua e in ae mutatur, erasa, l; nam supra versum, quae secunda manu addito r. 16 Inscriptio in margine legitur in d. || et secundi et compositi om. c, d, l, r, s; supra versum b. || incompositi et secundi et om. a. 17 et alterum b. || alterutrum c. || vero om. l. 21 nominavit f. 22 quam om. a, r; supra versum d. 23 quive tertii a, c, s. || esse videantur s. 24 distinguuntur r.

XXXV. XXXVII. XXXVIII. XLI. XLIII. XLV. XLVII. His igitur ita dispositis considerandum, primus numerus quem eorum, qui sunt in ordine positi, primum metiri possit. Sed duobus praeteritis illum, qui post eos est  
 5 positus, mox metitur, et, si post eundem ipsum, quem mensus est, alii duo transmissi sint, illum qui post duos est, rursus metitur, et eodem modo, si duos quis reliquerit, post eos qui est, a primo numero metiendus est; eodemque modo relictis semper duobus omnes a primo  
 10 in infinitum pergentes metientur.

Sed id non vulgo neque confuse. Nam primus numerus illum, qui est post duos secundum se locatos, per suam quantitatem metitur. Ternarius enim intermissis duobus id est ·V· et ·VII· novenarium metitur, et hoc per  
 15 suam quantitatem id est per ternarium. Ternarius enim numerus tertio ·VIII· metitur. Si autem post novenarium duos reliquero, qui mihi post illos incurrerit, a primo metiendus est per secundi inparis quantitatem, id est per quinarium. Nam si post ·VIII· duos relinquam,  
 20 id est ·XI· et ·XIII· ternarius numerus ·XV· metietur per secundi numeri quantitatem, id est per quinarii, quoniam ternarius ·XV· quinquies metitur. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero, qui posterior positus est, eius primus numerus mensura est per tertii inparis plu-  
 25 ralitatem. Nam si post ·XV· intermisero ·XVII· et ·XVIII·, incurrit ·XXI·, quem ternarius numerus secundum septenarium metitur. ·XXI· enim numeri ternarius septima pars est, atque ideo hoc in infinitum faciens repperio primum numerum, si binos intermiserit, omnes sequentes posse  
 30 metiri secundum quantitatem positorum ordine inparium numerorum.

1 ·XLVIII· *addit b*, ·XLVIII· ·LI· f. 2 considerandum est f, l; est *supra versum habet b*. 6 sunt c, f. sunt *rasura in sint mutatum r*. 11 *supra vulgo: est b*. 13 metitur . . . suam quantitatem *om. f*. 22 metietur a. || quinario c, r. 26 vicesimus unus a, s, vicesimus ·I· c, viginti unus b, d. 27 vicesimi enim primi f, vicesimi primi enim s. 28 ideo *expunxit b*. 29 intermiseris a, f. || post se a, b, c, s.



Sin vero quinarium numerus, qui in secundo loco est constitutus, velit quis, cuius prima ac deinceps mensura sit, invenire, transmissis ·III· imparibus quintus ei, quem metiri possit, occurrit. Intermittantur enim ·III· impares, id est ·VII· et ·VIII· et ·XI· et ·XIII· Post hos 5 est ·XV·, quem quinarium metitur secundum primi scilicet quantitatem id est ternarii. ·V· enim ·XV· tertio metitur. Ac deinceps si quattuor intermittat, eum, qui post illos locatus est secundus, id est quinarium, sui quantitate metitur. Nam post ·XV· intermissis ·XVII· et ·XVIII· et 10 ·XXI· et ·XXIII· post eos ·XXV· reperio, quos quinarium scilicet numerus sua pluralitate metitur. Quinque enim quinario multiplicato ·XXV· succrescunt. Si vero post hunc quilibet ·III· intermittat, eadem ordinis servata constantia, qui eos sequitur, secundum tertii, id est septenarii numeri, summam a quinario metietur; atque haec 15 est infinita progressio.

Si vero tertius numerus quem metiri possit, exquiratur, sex in medio relinquentur, et quem septimum ordo monstraverit, hic per primi numeri, id est ternarii, quantitatem metiendus est; et post illum sex aliis interpositis, 20 quem post eos numerum series dabit, per quinarium, id est per secundum, tertii eum mensura percurret. Sin vero alios rursus sex in medio quis relinquat, ille, qui sequitur, per septenarium numerum ab eodem septenario 25 metiendus est id est per tertii quantitatem; atque hic usque in extremum ratus ordo progreditur.

Suscipiant ergo metiendi vicissitudinem quemadmodum sunt in ordinem naturaliter impares constituti. Metientur autem, si per pares numeros a binario inchoantes 30

3 quattuor d, quatuor f. 4 quattuor b, f, quattuor d.  
 7 ·XV· enim ·V· a, ·V· enim quindecim b, d. 8 quattuor f.  
 ·III· c. 10 quindecim b, d. 14 quattuor b, f, quattuor d.  
 16 numeri om. c. || quinario numero f, l. || metitur c, d,  
 l, r. 17 in infinita f. || processio a, r. 22 numerum  
 om. s. numeri a, b, c, d, r; series numeri l. 23 praecurret  
*correctum* in percurret a, percurret r. || Si d, l, r.  
 24 ·VI· d. 26 hic om. c. 27 rectus c. 28 Suscipient  
 a, d, f, l.

positos inter se in pares rata intermissione transsiliant, ut primus duo, secundus ·III·, tertius ·VI· quartus ·VIII· quintus ·X·, vel si locos suos conduplicent et secundum duplicationem terminos intermittant, ut ternarius qui primus est numerus et unus — omnis enim primus unus est — bis locum suum multiplicet faciatque bis unum; qui cum ·II· sint, primus ·II· medios transeat. Rursus secundus, id est quinaris, si locum suum duplicet, ·III· explicabit, hic quoque uti ·III· intermittat. Item si septenarius, qui tertius est, locum suum duplicet, sex creabit. Bis enim ·III· senarium iungunt. Hic ergo in ordinem ·VI· relinquat. Quartus quoque si locum suum duplicet, ·VIII· succrescent. Ille quoque octo transsiliat. Atque hoc quidem in ceteris perspiciendum.

15 Modum autem mentionis secundum ordinem conlocatorum ipsa series dabit. Nam primus primum quem numerat, secundum primum numerat; id est secundum se; et secundum primus quem numerat, per secundum numerat, et tertium per tertium et quartum item per  
20 quartum. Cum autem secundus mentionem susceperit, primum quem numerat, secundum primum metitur, secundum vero quem numerat, per se, id est per secundum, et tertium per tertium, et in ceteris eadem similitudine mensura constabit. Alios ergo si respicias vel  
25 qui alios mensi sunt, vel qui ipsi ab aliis metiuntur, invenies omnium simul communem mensuram esse non posse, neque ut omnes quemquam alium simul numerent; quosdam autem ex his ab alio posse metiri, ita ut ab uno tantum numerentur; alios vero, ut etiam a pluri-

1—2 termissione . . . quartus ·VIII· *om. c.* 2 quattuor d, quatuor f. || sex . . . octo . . . decem d, f. 4 intermittunt a. s. 6 duplicet f. 7 duo d, f, s. || sunt f. || duos d, f, r, s. 8 quattuor d. 9 uti *om. f.* *rasura deletum l.* || interminat et supra versum intermittat r. 10 ·VI· f. 11 tres c, d, f. 12 sex c, d. 13 octo d. 14 prospiciendum a, perspiciendum est f. 15 ordinem *om. c.* 19 tertius a. || quartum correctum in quartus a. || per ·III· c. 25 ipsi *om. l.* *rasura deletum d.* 28 autem *om. c.* 29 post pluribus addunt numerentur d, l.

bus; quosdam autem, ut praeter unitatem eorum nulla mensura sit. Qui ergo nullam mensuram praeter unitatem recipiunt, hos primos et incompositos iudicamus, qui vero aliquam mensuram praeter unitatem vel alienigenae partis vocabulum sortiuntur, eos pronuntiemus secundos atque compositos. Tertium vero illud genus per se secundi et compositi, primi vero et incompositi ad alterutrum comparati, hac inquisitor ratione, repperiet. Si enim quoslibet illos numeros secundum suam in semet ipsos multiples quantitatem, qui procreantur, ad alterutrum comparati nulla mensurae communione iunguntur.  $\cdot\text{III}\cdot$  enim et  $\cdot\text{V}\cdot$  si multiples,  $\cdot\text{III}\cdot$  tertio  $\cdot\text{VIII}\cdot$  facient, et quinquies  $\cdot\text{V}\cdot$  reddent  $\cdot\text{XXV}\cdot$ . His igitur nulla est communis mensurae cognatio. Rursus  $\cdot\text{V}\cdot$  et  $\cdot\text{VII}\cdot$  quos procreant, si compares, hi quoque incommensurabiles erunt. Quinquies enim  $\cdot\text{V}\cdot$ , ut dictum est,  $\cdot\text{XXV}\cdot$ , septies  $\cdot\text{VII}\cdot$  faciunt  $\cdot\text{XLVIII}\cdot$ , quorum mensura nulla communis est, nisi forte omnium horum procreatrix et mater unitas.

*De inventione eorum numerorum, qui ad se secundi et compositi sunt, ad alios vero relati primi et incompositi.* 20

XVIII. Qua vero ratione tales numeros invenire possimus, si quis nobis eosdem proponat et imperet agnoscere, utrum aliqua mensura commensurabiles sint, an certe sola unitas utrosque metiatur, repperiendi ars talis est. Datis enim duobus numeris inaequalibus, auferre de maiore minorem oportebit, et qui relictus fuerit, si maior est, auferre ex eo rursus minorem, si vero minor fuerit, eum ex reliquo maiore detrahare atque hoc eo

8 comparati *om. c.* || hanc insequitor rationem repperiet et supra versum: hac inquisitor ratione reperies r. || *ante repperiet addit s: nullam mensurae rationem et supra versum subaudi per.* || repperies d, l. 12 Tres c, f. || quinque a, l, r, s. || tres b, d, f. || tertio  $\cdot\text{III}\cdot$  c. || faciunt a, f; facient, e *in litura*, r. 13 reddunt f. || communionis a. 14 quinque a, l, r, s. || septem d, f. 16 quinque a, b, l, r. || septem a, b, d, l, r, s. || faciunt *om. c.* 19 *Titulus in margine legitur in d.* 22 nobis *om. c.*

usque faciendum, quoad unitas ultima vicem retractionis impediat, aut aliquis numerus, impar necessario, si utriusque numeri impares proponantur; sed eum, qui relinquatur, numerum sibi ipsi videbis aequalem. Ergo si in  
 5 unum incurrat vicissim ista subtractio, primi contra se necessario numeri dicentur et nulla alia mensura nisi sola unitate coniuncti. Si vero ad aliquem numerum, ut superius dictum est, finis deminutionis incurrerit, erit numerus, qui metiatur utrasque summas, atque eundem  
 10 ipsum, qui remanserit, dicemus utrorumque communem esse mensuram.

Age enim duos numeros propositos habeamus, quos iubeamur agnoscere, an eos aliqua communis mensura metiatur; atque hi sint ·VIII· scilicet et ·XXVIII·. Hoc  
 15 igitur modo faciemus reciprocam deminutionem. Auferamus de maiore minorem, hoc est de ·XXVIII· novenarium, relinquentur ·XX·. Ex his ergo ·XX· rursus minorem detrahimus, id est ·VIII· et relinquentur ·XI·. Ex his rursus detraho ·VIII·, relictis sunt ·II·. Quos si de  
 20 traho novenario, reliqui sunt ·VII·; quos si duo rursus septenario dempserim, supersunt ·V·, atque ex his alios duos, ·III· rursus exuberant, quos alio binario deminutos sola unitas superstes egreditur. Rursus si ex duobus  
 25 quem duorum illorum numerorum, id est ·VIII· et

1 quoad *in litura* b. d; quoad *et supra versum* usque s; quo et *correctum in* quo vel a. 2 si *om.* c. 4 videbis ipsi sibi f. || Ergo qui f. || in *om.* c. 5 primi et inconpositi f, s. 8 ille erit l; erit *et supra versum* ille d; erit ipse s. 9 metitur d, l. || utrasque *in margine* s. 10 utrumque a. || esse communem f. 12 Age autem f. 13 mensura communis a, b. 14 metietur f. || sunt c, f, l, r, s. || et *om.* f. 15 denominationem et supra versum deminutionem r. || Auferemus f, r. 16 de *om.* c. 18 detrahemus a, d, f, r, s. 19 duo d. 20 quos si] *coniecerim* quod si. || duos f, ·II· c, r. 22 ·II· c. || tres c, f. || rursus a, b, c, d, f, l, r. || exsuperant s. || alios d, l; alio *om.* f. || alio binario deminutos] si dempserim binario b. 23 egrediatur r. 24 herebit c, d, f, r, s. 25 illorum duorum f.

·XXVIII· solam neque aliam constat esse mensuram. Hos ergo contra se primos vocabimus.

Sed sint alii numeri nobis eadem condicione propo-  
siti, id est ·XXI· et ·VIII·, ut quales hi sint investigentur,  
cum sibimet fuerint invicem comparati. Rursus aufero 5  
de maiore minoris numeri quantitatem, id est ·VIII· de  
·XXI·, relinquuntur ·XII· Ex his rursus demo ·VIII·, su-  
persunt ·III· Qui si ex novenario detrahantur, senarius  
relinquetur. Quibus item si quis ternarium demat, ·III·  
relinquentur, de quibus ·III· detrahi nequeunt, atque hic 10  
est sibi ipsi aequalis. Nam ·III·, qui detrahebantur, us-  
que ad ternarium numerum pervenerunt, a quo quoniam  
aequales sunt, detrahi minuique non poterunt. Hos igitur  
commensurabiles pronuntiabimus et est eorum, qui  
est reliquus, ternarius mensura communis. 15

*Alia partitio paris secundum perfectos, imperfectos et  
ultra quam perfectos.*

XVIII. Ac de imparibus numeris quantum introductio-  
nis permittebat brevitatis expeditum est. Rursus numerorum  
parium sic fit secunda divisio. Alii enim eorum sunt super- 20  
flui, alii deminuti secundum utrasque habitudines inae-  
qualitatis. Omnis quippe inaequalitas aut in maioribus aut  
in minoribus consideratur. Illi enim inmoderata quo-  
dammodo plenitudine proprii corporis modum partium  
suarum numerositate praecedunt; illos autem velut pau- 25  
pertate inopes oppressosque quadam naturae suae inopia  
minor, quam ipsi sunt, partium summa componit. Atque  
illi quidem, quorum partes ultra quam satis est sese por-

1 solum a, d, f, l, r. || alium d, f, l, r. 3 ali-  
qui d, f, l. || condicione c, f, l, r, s. 4 sunt c, r, s.  
7 relinquuntur c, relinquuntur f, s. 8 tres f. || retrahan-  
tur f. 9 Quibus item ... ·III· relinquuntur om. c. 10 re-  
linquuntur b, d, f, l, r. || tres detrahi c. || nequeant a.  
11 tres d, f. 15 reliquus est a, c, s. 16 *Titulum in mar-*  
*gine habet* d. 17 plus quam f. 18 Hoc f. 20 sunt eo-  
rum a, c, f. 25 procedunt a. 27 minori a. 28 utramq.  
*et supra versum* ultra quam r.

rexerint, superflui nominantur, ut sunt ·XII· vel ·XXIII·. Hi enim suis partibus comparati maiorem partium summam toto corpore sortiuntur. Est enim duodenarii medietas ·VI· pars tertia ·III· pars quarta ·III· pars sexta  
 5 ·II· pars duodecima ·I· omnisque hic cumulus redundat in ·XVI· et totius corporis sui multitudinem vincunt. Rursus ·XXIII· numeri medietas est ·XII·, tertia ·VIII·, quarta ·VI·, sexta ·III·, octava ·III· duodecima ·II·, vicesima  
 10 quarta ·I·, qui omnes ·XXX· et ·VI· rependunt. In qua re manifestum est, quod summa partium maior est et supra proprium corpus exundat. Atque hic quidem, cuius compositae partes totius summam numeri vincunt, superfluus appellatur, deminutus vero ille, cuius eodem modo compositae partes totius termini multitudine supe-  
 15 rantur, ut ·VIII· vel ·XIII·. Habet enim octonarius partem mediam, id est ·III·, habet et quartam, id est ·II·, et octavam, id est ·I· quae cunctae in unum redactae ·VII· colligunt, minorem scilicet summam toto corpore concludentes. Rursus ·XIII· habent medietatem, id est  
 20 septenarium, habent septimam, id est ·II·, habent quartam decimam, id est ·I· quae in unum si collectae sint, denarii numeri summa succrescit, toto scilicet termino minor.

Atque hi quidem hoc modo sunt, ut prior ille, quem  
 25 suae partes superant, talis videatur, tamquam si quis multis super naturam manibus natus, ut centimanus gigas vel triplici coniunctus corpore, ut Geryo tergeminus, vel quicquid unquam monstruosum naturae in partium mul-

1 ·XII· et ·XXIII· a, b. 2 in suis f. 4 tertia] ·III· d. 5 duo c, f. || pars om. d, l. || ·XII· c, r. || unum c, f. || omnisque] Omnis d, f, l. 6 sedecim a, d, l, r. 7 vicesimi quarti s. 8 quatuor f. || duo f. || ·XXIII· f. 11 idem d. 12 cuius] quoniam f. 16 mediam partem d. || quartam] ·III· c. 20 septimam] ·VII· f. 21 ·XIII· c, f. || in unum si om. c. || collecta a, d, f, s; collectae, *correctum in collecta* r. 22 numeri om. b, l. || concrescit f. 26 Post centimanus *addunt* egeon r, s. || gigans r, gigans, n *inducto*, a. 27 iunctus c, r. || ut *inductum* a. 28 monstruosum c, d; monstruosum *et supra versum* monstruosum b, monstruosum, *supra o v addito* l. || natura f.

tiplicatione subripuit; ille vero, ut si naturaliter quadam necessaria parte detracta aut minus oculo nasceretur, ut Cyclopeae frontis dedecus fuit, vel quo alio curtatus membro naturale totius suae plenitudinis dispendium sortiretur.

Inter hos autem velut inter inaequales intemperantias medii temperamentum limitis sortitus est ille numerus, qui perfectus dicitur, virtutis scilicet aemulator, qui nec supervacua progressionem porrigitur, nec contracta rursus deminutione remittitur, sed medietatis obtinens terminum suis aequus partibus nec crassatur abundantia, nec eget inopia, ut  $\cdot VI \cdot$  vel  $\cdot XXVIII \cdot$ . Namque senarius habet partem mediam, id est  $\cdot III \cdot$ , et tertiam, id est  $\cdot II \cdot$  et sextam, id est  $\cdot I \cdot$  quae in unam summam si redactae sint par totum numeri corpus suis partibus invenitur  $\cdot XXVIII \cdot$  vero habet medietatem  $\cdot XIII \cdot$  et septimam  $\cdot III \cdot$  nec caret quarta, id est  $\cdot VII \cdot$ , possidet quartam decimam  $\cdot II \cdot$  et repperies in eo vicesimam octavam  $\cdot I \cdot$ , quae in unum redactae totum partibus corpus aequabunt.  $\cdot XXVIII \cdot$  enim iunctae partes efficient.

*De generatione numeri perfecti.*

XX. Est autem in his quoque magna similitudo virtutis et vitii. Perfectos enim numeros rarerent invenies, eosque facile numerabiles, quippe qui pauci sint et nimis constanti ordine procreati. At vero superfluos ac demi-

1 si om. c. 2 nascerentur, altero n inducto, a; nascerentur, altero n rasura deleto, d; nascerent, altero n expuncto, r. 3 cicoplee f. || *Post dedecus d habet: deformati.*  
 4 suae om. f. 6 aequales a, b, f. 8 emulator f, r, s.  
 11 aequis a, b, c, r. || grassatur a, b, c, d, r. || habundantia c, d, f. 13 mediam partem f. 14 duo f. || unum f.  
 15 redacta b, redacti c. || per a, r, s. || *post partibus in margine aequalis a.* 16 medietatem et septimam  $\cdot III \cdot$   $\cdot XIII \cdot$  c. 17 quarta]  $\cdot III \cdot$  d. || septem d. ||  $\cdot XIII \cdot$  c. 18 ea a, b, d, r, s. 19 redacta a, b, c, d, l, r, s. || corpus om. c. 20 efficiunt s. 21 *Titulus in margine legitur in d.* 23 roranter correctum in rarerent a. 24 sunt f, r, s.

nutos longe multos infinitosque repperies, nec ullis ordinibus passim inordinateque dispositos et a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerum ·VI· intra centenarium ·XXVIII· intra milienarium ·CCCCXCVI· intra decem milia · $\overline{\text{VIII}}$ ·CXXVIII· Et semper hi numeri duobus paribus terminantur, ·VI· et ·VIII·, et semper alternatim in hos numeros summarum fine provenient. Nam et primum ·VI·, inde ·XXVIII· post hos ·CCCC·XCVI· idem senarius, qui primus, post quem

10 · $\overline{\text{VIII}}$ ·CXXVIII· idem octonarius, qui secundus.

Generatio autem procreatioque eorum est fixa firmaque, ne quo alio modo fieri possint, nec ut si hoc modo fiant, aliud quiddam ullo modo valeat procreari. Dispositos enim ab uno omnes pariter pares numeros in ordinem quousque volueris, primo secundum adgregabis, et si primus numerus et incompositus ex illa coacervatione factus sit, totam summam in illum multiplicabis, quem posterius adgregaveras. Si vero coacervatione facta primus inventus non fuerit, sed compositus et secundus, hunc

20 transgredere, atque alium, qui sequitur, adgregabis. Si vero nec dum fuerit primus et incompositus, alium rursus adiunge et vide, quid fiat. Quod si primum incompositumque repperies, tunc in ultimae multitudinem summae coacervationem multiplicabis. Disponantur enim

25 omnes pariter pares numeri hoc modo:

I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVIII.

Facies ergo ita. Pones ·I· eique adgregabis ·II· Tunc respicias ex hac adgregatione qui numerus factus sit.

2 a om. a, r. 3 geratos a. 4 numerum om. d, f.  
 5 ·X· milia c. 6 duabus partibus a, c, s; duobus partibus r. 8 fine pervenient a, fine perveniunt f, fines pervenient c, s. || sex a, b, f, l, r, s. || deinde f, s; inde, de *ex corr. addito* r. 12 nec quo a, b, c, r, s. neq. et *supra versum* uo r. || sit, t *inducto*, a. 18 primus] *supra versum* et incompositus a, b, d, r. 19 sed et s. || secundus et compositus c, f, s. 20 adsequitur a. 22 iunge a. 23 multitudine a, c, r. 25 pares pariter d. 27 unum f. || duo f. || tum d, r. 28 respicias a, d; respicias f.



Inde ·III· qui scilicet primus et incompositus est; et post unitatem ultimum binarium numerum adgregaveras. Si igitur ternarium, id est qui ex coacervatione collectus est, per binarium multiplices, qui est ultimus adgregatus, perfectus sine ulla dubitatione nascetur. Bis enim ·III· ·VI·<sup>5</sup> faciunt, qui habet unam quidem a se denominatam partem, id est sextam, ·III· vero medietatem secundum dualitatem, at vero ·II· secundum coacervationem, id est secundum ternarium, quoniam coacervati ·III· multiplicati sunt. ·XXVIII· autem eodem modo nascuntur. Si enim<sup>10</sup> super ·I· et ·II·, qui sunt ·III· addas sequentem pariter parem, id est ·III·, septenariam facies summam. Sed ultimum numerum quaternarium consequenter adiunxeras. Per hunc igitur si illam coacervationem multiplicaveris, perfectus numerus procreatur. Septies enim ·III·<sup>15</sup> ·XXVIII· sunt, qui est suis partibus par, habens ·I· a se denominatum, id est vicesimum octavum, medietatem vero secundum binarium ·XIII·, secundum quaternarium ·VII·, septimum vero secundum septenarium ·III·, secundum omnium collectionem quartum decimum ·II·, qui<sup>20</sup> vocabulo medietatis obponitur. Ergo cum hi reperti sint, si alios invenire secteris, eadem oportet ratione ut

1 inde *correctum* in id est a; inde fiunt b, c, l; sunt d, f; sunt inde r; inde sunt s. || tres d.      5 tres d, f.

6 habent a, b, c, l, r, s.      7 ·VI· f. || tres c, f.      8 duo a, b, c, l, r, s.      9 coacervatim b, c, l. || tres d.      10 sunt] in margine addita est in d haec figura:



11 unum c.      12 summam facies a, c, s.      16 suisper a. || unam f. || ad a, b.      17 denominatam f, l, s. || ·XXVIII· f. vicesimam octavam s.      19 septimum vero om. b, l, r; septimum vero f, s; septimo vero *correctum* in septimum vero a. 20 collectionum a. || quartam decimam f, s. || duo a, b, f, l, r, s.      22 eodem r. || ut om. d, *supra* versum r.

vestigis. Ponas enim ·I· licebit, et post hunc ·II· et ·III·, qui in septenarium cumulantur. Sed de hoc dudum exstitit ·XXVIII· perfectus numerus. Huic igitur qui sequitur pariter par id est ·VIII·, continens iungatur accessio, qui prioribus superveniens ·XV· restituet. Sed hic primus et incompositus non est, habet enim generis alterius partem super illam, quae est a se ipsa denominata, quintam decimam scilicet unitatem. Hunc igitur, quoniam secundus est et compositus, praeterito et adiunge superioribus continentem pariter parem numerum, id est ·XVI·, qui cum ·XV· iunctus, unum ac triginta conficiet. Sed hic primus rursus et incompositus est. Hunc igitur cum extremi adgregati summa multiplica, ut fiant sedecies ·XXXI·, qui ·CCCC·XCVI· explicant. Haec autem est intra millenarium numerum perfecta et suis partibus aequa numerositas. Igitur prima unitas virtute atque potentia non etiam actu vel opere et ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numerorum, video primam atque incompositam, quam si per se ipsam

1 investiges s. || Pones a, s. || unum f. || liquebit c, liquebit *correctum* in licebit a. || duo f. || et om. r; cui adicies f. 3 numerus] In d addita est in margine haec figura

XXVIII		
I	II	III
VII		

4 pari a, paris r. || continens iungatur accessio in margine litteris aliquot resectis a, in contextu est litura quattuor versuum. 5 qui om. c. || X et quinque a, r; quindecim b. || restituit a, d, f, r, s. 7 ipso f. 11 ·XXX· c, f. || conficiat *correctum* in conficiet a. 12 ·I.<sup>mus</sup> f. || rursus om. f. 16 numerositas] In margine inferiore addita est in d haec figura:

CCCCXCVI				
I	II	III	VIII	XVI
XXXI				

17 non iam a, b, c. || opere] re b, f, l; re *correctum* in opere a; re et supra versum ope d. 19 primum atque incompositum b, d, l. || et s.

multiplico, eadem mihi unitas procreatur. Semel enim  
 ·I· solam efficit unitatem, quae partibus suis aequalis est  
 potentia solum, ceteris etiam actu atque opere perfectis.  
 Recte igitur unitas propria virtute perfecta est, quod et  
 prima est et incomposita et per se ipsam multiplicata sese<sup>5</sup>  
 ipsam conservat.

Sed quoniam de ea quantitate, quae per se fit, dictum  
 est, operis sequentiam ad illam, quae refertur ad aliquid,  
 transferamus.

*De relata ad aliquid quantitate.*

10

XXI. Ad aliquid [relatae] vero quantitatis duplex est  
 prima divisio. Omne enim aut aequale est aut inaequale,  
 quicquid alterius comparatione metimur. Et aequale qui-  
 dem est, quod ad aliquid comparatum neque minore summa  
 infra est, neque maiore transgreditur, ut denarius dena-<sup>15</sup>  
 rio vel ternarius ternario vel cubitum cubito vel pes pedi  
 et his similia. Haec autem pars relatae ad aliquid quan-  
 titatis, id est aequalitas, naturaliter indivisa est. Nullus  
 enim potest dicere, quod aequalitatis hoc quidem tale est,  
 illud vero huiusmodi. Omnis enim aequalitas unam ser-<sup>20</sup>  
 vat in propria moderatione mensuram. Illud etiam, quod,  
 quae ei quantitas comparatur, non alio vocabulo atque  
 ipsa, cui comparatur, edicitur. Nam quemadmodum  
 amicus amico amicus est, vicinusque vicino [vicinus], ita  
 dicitur aequalis aequali [aequalis].<sup>25</sup>

Inaequalis vero quantitatis gemina divisio est. Seca-  
 tur enim quod inaequale est in maius atque minus, quae  
 contraria sibimet denominatione funguntur. Namque maius  
 minore maius est et minus maiore minus est, et utraque  
 non eisdem vocabulis, quemadmodum secundum aequali-<sup>30</sup>

2 unum f. 6 ipsa a, s; ipsam, m *expuncto*, r. 8 se-  
 quentia a. 10 *Inscriptioni addit s*: Secundum thema inci-  
 pit. 13 metitur a, b, c, l. 19 dicere potest a, c, f, s.  
 20 enim *om.* c, r. 21 Illud vero r. || quod quae] quo f.  
 26 quantitatis vero c, s. 28 finguntur a, r; finguntur, i  
 in u *mutato*, d. — *Quae uncis inclusi om. codd.*

tatem dictum est, sed diversis distantibusque signata sunt, ad modum discentis scilicet vel docentis vel caedentis vel vapulantis vel quaecunque ad aliquid relata aliter denominatis contrariis comparantur.

5 *De speciebus maioris quantitatis et minoris.*

XXII. Maioris vero inaequalitatis  $\cdot V \cdot$  sunt partes. Est enim una, quae vocatur multiplex, alia superparticularis, tertia superpartiens, quarta multiplex superparticularis, quinta multiplex superpartiens. His igitur quinque  
10 maioris partibus obpositae sunt aliae quinque partes minoris, quemadmodum ipsum maius minori semper obponitur, quae minoris species ita singillatim speciebus quinque maioris his, quae supra dictae sunt, obponuntur, ut  
15 eisdem nominibus nuncupentur, sola tantum sub praepositione distantes. Dicitur enim submultiplex, subsuperparticularis, subsuperpartiens, submultiplex superparticularis et submultiplex superpartiens.

*De multiplici eiusque speciebus earumque generationibus.*

XXIII. Rursus multiplex est prima pars maioris inaequalitatis cunctis aliis antiquior naturaque praestantior,  
20 ut paulo post demonstrabitur. Hic autem huius modi est, ut comparatus cum altero illum, contra quem comparatus est, habeat plus quam semel; quod primum in naturalis

2 cedentis c, d, f, r, s. 5 minoris quantitatis et maioris f. 6 quinque d, f. || partes sunt a, c, f, s. 9  $\cdot V \cdot$  c. 12 singulatim a. ||  $\cdot V \cdot$  a, b, c, l, s. 13 apponuntur b. 14 sub *om.* a; *ex corr. additum* d. || praepositione sub f, s. 16—17 multiplex subsuperparticularis, multiplex subsuperpartiens a, b; multiplex subsuperparticularis et multiplex subsuperpartiens c, d, f, l, r, s; *sed in d sub ante superparticularis et superpartiens rasura deletum et ante multiplex positum est; in s supra multiplex sub additum est.* 18 *Titulus in margine legitur in d.* 21 *Post autem addunt numerus a, b, f, l.* || huius modi] *supra versum numerus r.* 22 comparatur, *omisso* est, c.

numeri dispositione conveniet. Namque ad unum cuncti, qui sequuntur, omnium ordine multiplicium sequentias varietatesque custodiunt. Ad primum enim, id est unitatem, ·II· duplus, ·III· triplus, ·IIII· quadruplus atque ita in ordinem progredientes omnes texuntur multiplices <sup>5</sup> quantitates. Quod autem dictum est plus quam semel, id a binario numero principium capit et in infinitum per ternarium, quaternariumque et ceterorum ordinem sequentiamque progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille, qui vocatur submultiplex; et haec quoque <sup>10</sup> prima minoris quantitatis species est. Hic autem numerus huiusmodi est, qui in alterius comparatione productus plus quam semel maioris numerat summam, sua scilicet quantitate cum eo aequaliter inchoans aequaliterque determinans. Idem autem dico numerat, quod metitur. Si <sup>15</sup> igitur bis solum maiorem numerum minor numerus metiatur, subduplus vocabitur, si vero ter, subtriplus, si quater, subquadruplus et fit per haec in infinitum progressio, additaque eos semper sub praepositione nominabis, ut unus duorum subduplus, trium subtriplus, ·IIII· <sup>20</sup> subquadruplus appelletur et consequenter.

Cum autem naturaliter multiplicitas et submultiplicitas infinita sit, eorum quoque species per proprias generationes in infinita consideratione versantur. Si enim <sup>25</sup> positis in naturali constitutione numeris singulos per suas sequentias pares eligas, omnium ab uno parium atque imparium sese sequentium duplices erunt et huius speculationis terminus deficit. Ponatur enim naturalis numerus hoc modo: I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X. XI. XII. XIII. XIIIII. XV. XVI. XVII. XVIII. XVIIIII. XX. <sup>30</sup> Horum ergo si primum sumas parem, id est ·II·, primi duplus erit, id est unitatis; si vero sequentem parem, id est ·IIII·, secundi duplus est, id est duorum; si vero ter-

4 duplex b.      7 id *om.* c.      8 que *om.* a, b.      18 per  
*om.* f.; *ex corr. add.* c.      19 super eos l; super *supra ver-*  
*sum* c. || semper eos c.      21 appellatur a, c, r.      28 de-  
 ficiet f.      31 duo d.      33 quattuor d. || est *post* duplus  
*om.* a, c.

tium parem sumas, id est ·VI·, tertii numeri in naturali constitutione duplus est, id est ternarii; si vero quartum parem inspicias, id est ·VIII· quarti numeri, id est quaternarii, duplus est. Idemque in ceteris in infinitum sumentibus sine aliquo impedimento procedit. Triplices autem nascuntur, si in eadem dispositione naturali duo semper intermittantur, et qui post duos sunt, ad naturalem numerum comparentur, excepto ternario, qui, ut unitatis triplus sit, solum binarium praetermittit. Post unum enim et duo tres sunt, qui triplus unius est; rursus post ·III· et ·V· sunt ·VI·, qui secundi numeri, id est duorum, triplus est; rursus post ·VI· sunt ·VII· et ·VIII· et post hos ·VIII·, qui tertii numeri, id est ternarii triplus est; atque hoc idem in infinitum si quis faciat, sine ulla offensione procedit.

15 Quadruplorum vero generatio incipit, si quis tres numeros intermittat. Post unum quippe et duo et ·III· sunt ·III·, qui primi, id est unius, quadruplus est; rursus si intermisero quinarium, senarium et septenarium, octonarius mihi quartus occurrit, tribus scilicet intermissis,

20 qui binarii, id est secundi numeri quadruplus est; at vero si post ·VIII· tres terminos intermisero, id est ·VIII· vel ·X· vel ·XI· duodenarius, qui sequitur, ternarii numeri quadruplus est; atque hoc idem in infinitum progressis necesse est evenire, semperque una terminorum

25 intermissione si crescat adiectio, ordinatas te multiplicis numeri vices invenire miraberis. Si enim ·III· intermittas, quincuplus invenitur, si ·V· sescuplus, si ·VI· septuplus, semperque ipsius multiplicationis nomine uno minus intermissionis vocabulo procreantur. Nam duplus

3 id est quaternarii om. l.; supra versum b. 4 Itemque a, d; itemque correctum in idemque r. 5 procedit] In d in margine inferiore additi sunt numeri ab ·I· usque ad ·X· eorumque dupli, tripli, quadrupli, quincupli; quos praecedunt inscriptiones Simplus, Duplus cet. 10 ·III· c, d. || quattuor d. 13 quidem a, f. 14 facit correctum in faciat a, faciet r. || defensione, de in of mutato c. 15 ·III· c. 16 ·II· d, duos f. || tres f. 21 octo d. 26 quattuor c. 27 quinque f. || sescuplus c, f. || sex d.

unum intermittit, triplus ·II· quadruplus ·III· quincuplus ·III· et deinceps ad eundem ordinem sequentia est. Et omnes quidem dupli secundum proprias sequentias parium numerorum pares sunt; tripli vero unus semper par terminus, impar alius invenitur; quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatem constituunturque a quarto numero uno ex prioribus per ordinem positis paribus intermisso, primo pari binario, post hunc ·VIII· intermisso senario, post hunc ·XII· transmisso denario, atque hoc idem in ceteris. Quincupli vero propositio secundum triplicis similitudinem alternatim paribus atque imparibus positus ordinatur.

*De superparticulari eiusque speciebus earumque generationibus.*

XXIII. Superparticularis vero est numerus ad alterum comparatus, quotiens habet in se totum minorem et eius aliquam partem; qui si minoris habeat medietatem, vocatur sesquialter, si vero tertiam partem, vocatur sesquitercius, si vero quartam, sesquiquartus, et si quintam, vocatur sesquiquintus; atque his nominibus in infinitum ductis in infinitum quoque superparticularium forma progreditur. Et maiores quidem numeri hoc modo vocantur, minores vero, qui habentur toti et eorum aliqua pars, unus subsesquialter, alter subsesquitercius, alius subsesquiquartus, alius vero subsesquiquintus, atque idem secundum maiorum normam multitudinemque protenditur. Voco autem maiores numeros duces, minores co-

1 intermittat, a in i mutato, a. || duo f. || tres f. 3 duplices f. || consequentias f. || primum numerum et supra versum parium numerorum r. 6 custodiunturque in constituunturque mutatum c. 7 prioribus et supra p e et supra e su d. || in ordinem s; ordine d, in ordinem et supra in l per r. 8 pari numero a, b. 9 transmisso r, intermisso c. 10 quincupli r, quinquupli c, s. 12 ordinantur r, s. 13 *Titulus legitur in margine in d*: De superparticulari et ref. r. *Sequentia autem verba secunda manu addita sunt.* || eorumque s, et earum f. 15 XXV. l. 16 quoties a. 19 sive quartam a. 25 vero om. c. 26 maiorem a, b, f, r, s.

mites. Superparticularium quoque infinita est multitudo ob eam rem, quod eiusdem species interminabili progressionem funguntur. Namque sesquialter habebit quidem duces omnes post ternarium numerum naturaliter triplices, comites vero omnes post binarium numerum naturaliter pares, hoc modo ut primus primo, secundus secundo, tertius tertio comparetur et deinceps. Describantur enim longissimi versus triplicium naturalis numeri atque duplicium et sit hoc modo:

10 I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X.  
 III. VI. VIII. XII. XV. XVIII. XXI. XXIII. XXVII. XXX.  
 II. IIII. VI. VIII. X. XII. XIII. XVI. XVIII. XX.

Primus igitur versus continet numerum naturalem, secundus eius triplicem, tertius vero duplicem. Atque in eo si ternarius binario, vel si senarius quaternario, vel novenarius senario comparetur, vel omnes triplices superiores si duplicibus numeris consequentibus opponantur, hemiolia id est sesquialtera proportio nascetur. III enim habent intra se II et eorum mediam partem, id est unum. Sex quoque continent intra se III et eorum medietatem, id est II. Et VIII intra se senarium claudunt et eius mediam partem, id est III; eodemque modo in ceteris.

Dicendum vero est, si quis secundam speciem superparticularis numeri considerare desideret, id est sesquitertiam, quali ratione reperiet. Ac definitio quidem huius comparationis talis est. Sesquitertius est, qui minori comparatus habet eum semel et eius tertiam partem.

3 Nam f. || quidem habebit f. 10—12 VIII. X. XXVII. XXX. XVIII. XX. om. a et d; sed in d iidem versus in margine inferiore leguntur, una cum numeris in contextu omis-  
 sis. 17 apponantur b, l, r. 18 emiholia a, hemiholia b, Hethimologia c. || nascitur l. || tres f. 19 duo f.  
 20—21 unum ... id est om. c. 20 I. b. || continet c, continet, mutatum in continent a. || inter c, inter mutatum in intra a. 21 duo f. || VI. b. 22 mediam partem] medietatem l. 24 est om. d, f. 27 est om. c, d.



Sed hi inveniuntur, si omnibus a quaternario numero continuatim quadruplis constitutis a ternario numero triplices comparentur, eruntque duces quadrupli, comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numerus naturalis, ut sub eo quadrupli et tripli subponantur, sub primo qua-<sup>5</sup> druplo primus triplus, sub secundo secundus, sub tertio tertius, et eodem modo cuncti eiusdem primi versus tripli in ordinem digerantur.

I.	II.	III.	III.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIII.	X.	
III.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXIII.	XXVIII.	XXXII.	XXXVI.	XL.	10
III.	VI.	VIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.	XXIII.	XXVII.	XXX.	

Igitur primum primo si compares, sesquitertia ratio continebitur. Nam si ·III· tribus compares habebunt in se ·III· totum ternarium et eius tertiam partem, id est ·I·. Et si secundum secundo id est octonarium senario compa-<sup>15</sup> res, idem invenies. Habebit enim octonarius senarium totum et eius tertiam partem, id est ·II·. Et per eandem sequentiam usque in infinitum progrediendum est. Notandum quoque est, quod ·III· comites sunt, duces ·III·, rursus ·VI· comites, duces ·VIII·, et in eodem ordine<sup>20</sup> ceteri simili modo vocantur duces sesquiertii comites sub-sesquiertii. Et in cunctis secundum hunc modum posita convenit servare vocabula.

5 ut sub eo quadrupli et tripli sint. Ponatur a; ut sub eo quadrupli et tripli sint. Subponatur *et supra versum*: In a. ut sub eo quadrupli et tripli supponantur, *et in margine*: et etiam in a. ut sub eo quadrupli et sub eo tripli sint. b; ut sub eo quadrupli et sub eo tripli sint. Supponatur c, l, s, *sed l in margine superiore, neque* ut sub eo, *sed* et sub eo; ut sub eo tripli et quadrupli subponantur f, r. || sub primo quidem f. 8 dirigantur a, s. 9—11 VIII. VIII. X. XXXII. XXXVI. XL. XXIII. XXVII. XXX. *om.* a, d; *sed in d omnes numeri ab uno ad ·X· eorumque quadrupli et tripli in margine inferiore leguntur.* 12 sesquiertii a, d, r. 13 quattuor d, quatuor f. 14 quattuor d, quatuor f. 15 octonario senarium a, b, r; octonario senarius c; octonario secundum s. 19 tres a, b, d, l, r, s.

*De quodam utili ad cognitionem superparticularibus  
accidente.*

XXV. Hoc autem admirabile profundissimumque in  
istorum ordinibus invenitur, quod primus dux primusque  
5 comes ad se invicem nulla numeri intermissione copulan-  
tur. Nam primi se nullo in medio posito transeunt, se-  
cundi interponunt unum, tertii duos, quarti tres et dein-  
ceps uno semper minore, quam ipsi sunt, intermissione  
succrescunt, atque hoc vel in sesquialteris vel in sesqui-  
10 tertiis vel in aliis superparticularis partibus necesse est  
inveniri. Namque ut quaternarius contra ternarium com-  
paretur, nullum intermisimus; post ·III· enim mox ·III·  
sunt; ut vero ·VI· contra ·VIII·, in secundo scilicet ses-  
quitercio, una facta est intermissio. Inter ·VI· enim et  
15 ·VIII· solus est septenarius, qui transmissus est numerus.  
Rursus ut ·VIII· contra ·XII· comparemus, qui sunt in  
dispositione tertii duorum mediorum est facta transmissio.  
Inter ·VIII· enim et ·XII· sunt ·X· et ·XI·. Secundum hunc  
modum quarta dispositio ·III·, quinta ·III· intermittit.

20 *Descriptio, per quam docetur ceteris inaequalitatis specie-  
bus antiquiorem esse multiplicitem.*

XXVI. Quoniam autem naturaliter et secundum pro-  
priam ordinis consequentiam multiplicem inaequalitatis  
speciem cunctis praeposuimus primamque speciem esse  
25 monstravimus, licet hoc nobis posterioris operis ordine  
clarescat, hic quoque perstringentes id, quod proposui-

1 *Inscript. in margine d, om. c.* || cognitionem b, l,  
r, s. || superparticularis s. 2 accidente *secunda manu ad-*  
*ditum in s.* 3 ·XXVI· l. 6 sine ullo a, c, r, s; se sine  
ullo f. 7 ·I· c. || duo f. || ·III· c, f. 8 una a, b, c, f,  
l, r, s. 11 invenire, e *rasura paene deleto f.* || ·III· b. ||  
·III· b. 12 tres d. 13 At vero a, c, r, s. || *Post ·VI·*  
*addit* comparentur s. 19 quattuor a, b, l, r, s. 20 *In-*  
*script. om. c, in margine d.* doceatur f. 22 ·XXVII· l.  
25 ordine operis f.

mus, planissime breviterque doceamus. Sit enim talis descriptio, in qua ponatur in ordinem usque ad denarium numerum continui numeri ordo naturalis et secundo versu duplus ordo texatur, tertio triplus, quarto quadruplus et hoc usque ad decuplum. Sic enim cognoscemus, quem-  
admodum superpartulari et superpartienti et cunctis aliis princeps erit species multiplicis et quaedam alia simul inspiciemus et ad subtilitatem tenuissima et ad scientiam utilissima et ad exercitationem iucundissima.

				Longitudo.							10
	I.	II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.	
	II.	III.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIII.	XVI.	XVIII.	XX.	
	III.	VI.	VIIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.	XXIV.	XXVII.	XXX.	
Latitudo.	IIII.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXIIII.	XXVIII.	XXXII.	XXXVI.	XL.	
	V.	X.	XV.	XX.	XXV.	XXX.	XXXV.	XL.	XLV.	L.	
	VI.	XII.	XVIII.	XXIIII.	XXX.	XXXVI.	XLII.	XLVIII.	LIIII.	LX.	
	VII.	XIIII.	XXI.	XXVIII.	XXXV.	XLII.	XLVIII.	LVI.	LXIII.	LXX.	
	VIII.	XVI.	XXIIII.	XXXII.	XL.	XLVIII.	LVI.	LXIIII.	LXXII.	LXXX.	
	VIIII.	XVIII.	XXVII.	XXXVI.	XLV.	LIIII.	LXIII.	LXXII.	LXXXI.	XC.	
	X.	XX.	XXX.	XL.	L.	LX.	LXX.	LXXX.	XC.	C.	
					Longitudo.						21

*Ratio atque expositio digestae formulae.*

XXVII. Si igitur duo prima latera propositae formulae, quae faciunt angulum ab uno ad  $\cdot X \cdot$  et  $\cdot X \cdot$  procedentia, respiciantur et his subteriores ordines comparentur, qui scilicet a  $\cdot IIII \cdot$  angulum incipientes in vicos terminum ponunt, duplex, id est prima species multiplicis ostenditur ita, ut primus primum sola superet unitate, ut

8 tenuissimam . . . utilissimam, *ultimis litteris m inductis* a. 9 iucundissima a, b, l, r, s. 10—21 *In codicibus adscripta sunt ad*  $\cdot I \cdot$ : Prima unitas tetragona; *ad utrumque*  $\cdot X \cdot$  Secunda unitas; *ad c.* Tertia unitas tetragona; *numeri quadrati diagonalis lineae instar positi variis signis, ut  $\Lambda$  vel  $\times$ , inter se iuncti sunt; quae a Boetio profecta esse equidem negaverim.* 22 *Titulum om.* a, b, c, l; *is in d figurae supra descriptae subscriptus est.* 23  $\cdot XXVI \cdot$  d,  $\cdot XXVIII \cdot$  l.

24 *decemet decem* f. 25 respiciuntur c. 26  $\cdot IIII \cdot$  f. 28 unitate superet s.<sup>2</sup>

duo unum, secundus secundum binario supervadat, ut quaternarius binarium, tertius tertium tribus, ut senarius ternarium, quartus quartum quaternarii numerositate transcendat, ut ·VIII· quaternarium, et per eandem cuncti sequentiam sese minoris pluralitate praetereant. Si vero tertius angulus aspiciatur, qui ab ·VIII· inchoans longitudinem latitudinemque tricenis altrinsecus numeris extendit, et hic cum prima latitudine et longitudine comparatur, triplex species multiplicatis occurrit ita, ut ista comparatio per ·X· litteram fiat, hique se numeri superabunt secundum paritatis factam naturaliter connexionem. Primus enim primum duobus superat, ut unum tres, secundus secundum quaternario, ut binarium senarius, tertius tertium sex, ut ternarium novenarius, et ad eundem ceteri modum progressionis augescunt. Quam rem nobis scilicet et ipsa naturalis obiecit integritas, nihil nobis extra machinantibus, ut in ipso modulo descriptionis apparet. Si quis autem quarti anguli terminum, qui ·XVI· numeri quantitate notatus est et longitudinem latitudinemque in quadragenos determinat, velit superioribus comparare, per ·X· litterae formam proportione conlata, quadrupli multitudinem pernotabit, hisque est ordinabilis super se

1 ·II· c, l. || ·I· b, l, s; || ·II· ad unum d. || secundus secundus r. 4 octonarius f. 6 novem a, d, l, r, s. 7 et si hic f. 10 hi quae, *correctum in* hique se a. 11 Primus] *In f. addita est haec figura:*

I	II	III
II	III	VI
III	VI	VIII

12 ·I· ·III· b, unum ·III· c, d, f. 14 ·VI· b, c, f. 16 obicit f, s. 17 modolo a, b. 18 sedecim a, d, l, r, s. 19 natus a. 22 his quae *correctum in* his que a.

progressio, ut primus primum tribus superet, ut ·III·  
 unitatem, secundus secundum senario vincat, ut ·VIII·  
 binarium, tertius tertium novenario transeat, ut duode-  
 narius ternarium, et sequentes summulae trium se sem-  
 per adiecta quantitate transsiliant. Et si quis subteriores <sup>5</sup>  
 aspiciat angulos, idem per omnes multiplicatis species  
 usque ad decuplum dispositissima ordinatione perveniet.  
 Si quis vero in hac descriptione superparticularis species  
 requirat, tali modo reperiet. Si enim secundum angu-  
 lum notet, cuius est initium quaternarius, eique superiacet <sup>10</sup>  
 binarius, atque ad hunc sequentem quis accommodet ordi-  
 nem, sesquialtera proportio declarabitur. Nam tertius  
 secundi versus sesquialter est, ut ·III· ad ·II·, vel ·VI· ad  
 ·III·, vel ·VIII· ad ·VI· vel ·XII· ad ·VIII· itemque in ce-  
 teris, qui sunt in eadem serie numeri, si talis coniugatio <sup>15</sup>  
 misceatur, nulla varietatis dissimilitudo subripiet. Eadem  
 tamen summarum supergressio est in hoc quoque, quae  
 in duplicibus fuit. Primus enim primum, id est ternarius  
 binarium, uno superat, secundus vero secundum duobus,  
 tertius tertium tribus et deinceps. Si vero quartus ordo <sup>20</sup>  
 tertio comparetur, ut ·III· ad ·III· et eodem ceteros ordi-  
 ne consectoris, sesquitertia comparatio colligetur, ut  
 ·III· ad ·III· vel ·VIII· ad ·VI· et ·XII· ad ·VIII· Videsne  
 ut in omnibus his sesquitertia comparatio conservetur?  
 Praeterea eos, qui sub ipsis sunt, si idem faciens sequen- <sup>25</sup>  
 tes versus alterutris comparaveris, omnes sine ullo impe-  
 dimento species superparticularis agnosces.

Hoc autem in hac est dispositione divinum, quod

1 quatuor f. 2 octonarius f. 4 se om. c, r. 6 mul-  
 tiplicatas *correctum* in multiplicatis a; multiplicatas, s *ex-*  
*puncto et tis superscripto* r. 8 superparticulares b, d, l;  
 superparticularitatis s. || species om. d. 10 ei quae *cor-*  
*rectum in* ei que a. 11 ad om. a. 13 duos a, b, l, r, s;  
 duo f. 14 novem c. || itemque] *Scribendum videtur:* idem-  
 que. 17 progressio c, r. 20 ·III·<sup>tus</sup> f. 21 tertio *su-*  
*pra versum* a. 22 colligitur a, b, c, d, l, r, s. 24 con-  
 servatur s, servetur b, l. 25 subsequentes f. 28 est in  
 hac f.

omnes angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur, ut brevissime dicam, quod post latius explicabitur, quem duo aequales numeri multiplicant, ut in hac quoque descriptione est. Unus enim semel unus est, et est potestate tetragonus. Item bis duo ·III· sunt, tres ·VIII·, quos in semet ipsos multiplicationes primi ordinis perfecerunt. Circum ipsos vero qui sunt, id est circum angulares, longilateri numeri sunt. Longilateros autem voco, quos uno se supergredientes numeri multiplicant. Circum ·III· enim ·II· sunt et ·VI·. Sed duo nascuntur ex uno et duobus, cum unum bis multiplicaveris; sed unitas a binario unitate praeceditur; ·VI· vero ex duobus et tribus; bis enim tres senarium reddunt. Novenarium vero ·VI· et ·XII· claudunt qui ·XII· ex tribus nascuntur et ·III· ter enim ·III· fiunt ·XII·, senarius vero ex duobus et tribus, bis enim tres faciunt ·VI· qui omnes uno maioribus lateribus procreati sunt. Nam cum ·VI· ex binario ternarioque nascantur, tres binarium numerum uno superant, cunctique alii eiusdem modi sunt, ut primo et secundo ordine ad alterutrum multiplicatis terminis procreentur, ita ut quod nascitur ex duobus longilateris altrinsecus positus et bis medio tetragono tetragonus sit; et rursus, quod ex duobus altrinsecus tetragonis et uno medio longilatero bis facto nascitur, ipse quoque tetragonus sit; et ut angulorum totius descriptionis ad angulares tetragonos positorum unius anguli sit prima unitas, alterius vero, qui contra est, tertia, bini vero altrinsecus anguli secundas habeant unitates; et duo angularium tetragonorum anguli aequum faciunt, quod sub ipsis continetur, illi, quod fit ab uno illorum, qui est altrinsecus,

5 ·II· c.    6 ·III· c.    8 Longiores *correctum in* Longilateros a; longilateros o *super e scripto* r.    10 quatuor f. || duo sunt c, sunt duo f.    11 et duobus om. f.    13 ·III· c. 15—16 senarius vero . . . faciunt ·VI· *in d lineolis obliquis oblita sunt.*    15 senarium d.    16 ·III· c. || ·VI· faciunt l. 18 nascuntur a, c, d, f, r. || ·III· s.    21 procreantur f, s. || nascetur c, r, s.    27 contra]  $\overline{cc}$  c.    28 habent a, r, s. 29 faciant a, c.

angulorum. Multa etiam sunt alia quae in hac descriptione utilia possint admirabiliaque perpendi, quae interim propter castigatam introducendi brevitatem ignota esse permittimus. Nunc vero ad sequentia propositum convertamus.

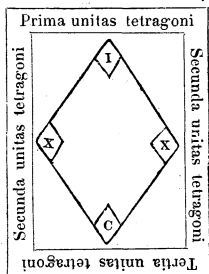
5

*De tertia inaequalitatis specie, quae dicitur superpartiens deque eius speciebus earumque generationibus.*

XXVIII. Igitur post duas primas habitudines multiples et superparticulares et eas, quae sub ipsis sunt, submultiplices et subsuperparticulares tertia inaequalitatis species invenitur, quae a nobis superius superpartiens dicta est. Haec autem est, quae fit, cum numerus ad alium comparatus habet eum totum intra se et eius insuper aliquas partes, vel duas vel tres vel IIII vel quotquot ipsa tulerit comparatio; quae habitudo incipit a duabus partibus tertiis; nam si duas medietates habuerit, qui illum intra se totum coerces, duplus pro superpartiente componi-

15

1 angulorum] In f. addita est haec figura:



6 *Inscript. om. c, in margine d.* 7 et de f. || speciebus eius r, s. || speciebus om. b, l. || et earum generatione r, s. 8 XXVIII om. r; XIII d. 9 et ea d. 12 Haec est autem c, s. Haec autem quae fit, *vocabulo*: quae *oblito*, a. 13 infra a, c; intra et supra versum infra b; in r. 14 II vel III c || quattuor d. || quot a, d, f, r, s. 15 duobus r. 16 *Post habuerit addunt* numerus f, s. || illum] *Fortasse* alium est scribendum. || infra a, b, c, f, l, r, s. 17 coerces d, coerces f, l, s.

tur. Habebit autem vel duas quintas vel duas septimas vel duas nonas et ita progredientibus, si duas solas partes minoris numeri superhabuerit per easdem partes imparibus numeris minorem maior summa transcendit. Nam si  
 5 eum habeat totum et duas eius quartas, superparticularis necessario repperitur, nam duae quartae medietas est et fit sesquialtera comparatio; sin. vero duas sextas, rursus est superparticularis, duae enim sextae pars tertia est, quodsi  
 10 in comparatione ponatur, sesquiterciae habitudinis efficiet formam.

Post hos nascuntur comites, qui subsuperpartientes vocantur. Hi autem sunt, qui habentur ab alio numero, et eorum vel duae vel tres vel .III. vel quotlibet aliae partes. Si ergo numerus alium intra se numerum habens  
 15 eius duas partes habuerit, superbipartiens nominatur, sin. vero tres, supertripartiens, quodsi .III., superquadripartiensi, atque ita progredientibus in infinitum fingere nomina licet. Ordo autem eorum naturalis est, quotiens disponuntur a tribus omnes pares atque impares numeri  
 20 naturaliter constituti et sub his aptantur alii, qui sunt a quinario numero incipientes omnes impares. His igitur ita dispositis si primus primo, secundus secundo, tertius tertio et ceteri ceteris comparentur, superpartientis habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo:

25     .III. III. V.     VI. VII. VIII. VIII. X.  
        V. VII. VIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIII.

1 Habet a, c, r, s. || autem] enim r, s. || autem vel om. c. 2 partes solas c, r, s. 3 in partibus numeri mutatum in imparibus numeris a; imparis numeri in litura s. 5 habeat eum f. 7 si vero a, c, r, s. || .II. a, l, r. 11 Post hos duces s. || nascantur, a in u mutato a. || superpartientes, omisso sub, c. 13 .II. a, l, r, s. || .III. a, c, f, l, r, s. || quatuor b, d. || quaelibet f. 14 alium om. c. 15 superbipartiens hic et infra, ubi idem vel simile vocabulum legitur c. 16 si vero c, r, s. || .III. c, d. || quattuor d. 21 incipientes om. a. 23 superpartientis a, c. 24 Fit s. 25 et 26 In d duo hi versus in margine inferiore leguntur sed additis .XI. .XII. et .XXI. .XXIII. Tertius versus continet .VI. eiusque duplos usque ad .III.LXXII., quartus versus .X. eiusque du-



Si igitur quinarium numeri ad ternarium comparatio consideretur, erit superpartiens ille, qui vocatur superbipartiens; habet enim quinarium totos in se tres et eorum duas partes id est duo. Si vero ad secundum ordinem speculatio referatur, supertripartiens proportio cognoscetur atque ita in sequentibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitum species huius numeri convenientes ordinatasque respicias.

At vero quemadmodum singuli procreentur si in infinitum quis curet agnoscere, hic modus est. *Habitus* enim superbipartientis, si utrisque terminis duplicetur, semper superbipartiens proportio procreatur. Si enim quis duplicet  $\cdot V \cdot$ , faciet  $\cdot X \cdot$ , si  $\cdot III \cdot$ , faciet  $\cdot VI \cdot$ , qui  $\cdot X \cdot$  contra senarium comparati superbipartientem faciunt habitudinem. Et hos ipsos rursus si duplicaveris, idem ordo proportionis adcrecit, idemque si infinitum facias, statum prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes invenire contendas, primos supertripartientes, id est  $\cdot VII \cdot$  et  $\cdot IIII \cdot$  triplicabis et huiusmodi nascentur. Si vero, qui ex his nati fuerint, ternarii multiplicatione produxeris, idem rursus efficient. Quodsi superquadrupartientes quemadmodum in infinitum progrediantur, appetas addiscere, primas eorum radices in quadruplum multiplices licet, id est  $\cdot VIII \cdot$  et  $\cdot V \cdot$  et eos, qui illa multiplicatione proferentur, rursus in quadruplum, et eandem fieri proportionem inoffensa nimirum ratione repperies; et ceterae species una semper plus multiplicatione crescen-

*plos usque ad*  $\cdot IIIICXX \cdot$  [ $\overline{DCXX}$ ]. 3  $\cdot III \cdot$  c. 4  $\cdot II \cdot$  c.  
 6 ita om. c, supra versum a. 7 omnes om. a, c, f. 8 respicias s.  
 9 procreantur a, c. 12 bipartiens *omisso* super a, b. || proportio om. c, r || procreatur] est c, r. 13.  $\cdot V \cdot$  quis duplicet c, r, s. || quinque f. || tres c, f. || sex c. || decem d. 18 contendis f. 21 efficient] *In d in margine inferiore leguntur*  $\cdot IIII \cdot$  eiusque tripli usque ad  $\cdot CCCVI \cdot$  [ $\overline{CCCXXIII}$ ], et sub his numeris  $\cdot VII \cdot$  eiusque tripli usque ad  $\overline{DLXVII}$ . 22 appetas] optes a, b, d, f, l. 23 ediscere r. 25 rursus a, c, f, s. 26 repperies] *In d leguntur in margine inferiore*  $\cdot V \cdot$  eiusque quadrupli usque ad  $\overline{ICCLXXX}$  et sub his  $\cdot VIII \cdot$  eiusque quadrupli usque ad  $\overline{II CCC IIII}$ .

tibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos, quasi quibus omnis summa supradictae comparationis innitur.

Hoc quoque videndum est, quoniam, cum duae partes  
 5 ex minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur, ut superbipartiens qui dicitur, quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias; et cum dico supertripartiens, subaudiri  
 10 necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuberat; et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas, et ad eundem modum in ceteris uno semper adiecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque  
 15 his nomina haec sint: qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius; qui dicitur supertripartiens, is sit supertriquartus, et qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur superquadriquintus, eademque similitudine usque in infinitum nomina producantur.

*De multiplici superparticulari.*

20 XXVIII. Igitur relatae ad aliquid quantitatis simplices et primae species hae sunt. Duae vero aliae ex his velut ex aliquibus principiis componuntur, ut multiplices superparticulares et multiplices superpartientes, horumque comites submultiplices superparticulares et submultiplices  
 25 superpartientes. Namque in his ut in praedictis proportionibus minores numeri omnes addita sub praepositione dicuntur,

2 numeros voco f. || quos *correctum* in quasi a. 3 inmittitur *correctum* in innitur a. 4 In hoc a, s; Hoc et supra verum: In a: in hoc b. || est *supra verum rec. manu r.* 8 et] sed l; sed et supra verum a: et b. || subaudire necesse est f. 9 ut quoniam a et d; sed in d ut est *inductum*. 10 super quartas, et supra verum: in a: superquartas b. || exuperats. 11. superquadripartiens] super om. c. 12 superhabitis a. 14 ut qui f, l; ut supra verum adscriptum est in a, b, d, r, s. || superbipartiens] sup cum litura c. 19 Titulum om. c. 20 XXVIII om. r. || relictiae corr. in relatae a || ad om. c. 26 Post numeri addunt et eorum species f, r; et eorum quoque species s; in

quorum definitio talis reddi potest. Multiplex superparticularis est, quotiens numerus ad numerum comparatus habet eum plus quam semel et eius unam partem, hoc est habet eum aut duplum aut triplum aut quadruplum aut quotienslibet et eius quamlibet aliquam partem vel mediam vel tertiam vel quartam vel, quaecunque alia partium exuberatione contigerit. Hic ergo ex multiplici et superparticulari consistit. Quod enim comparatum numerum plus quam semel habet, multiplicis est, hoc vero, quod minorem in habenda parte transcendit, superparticularis. Itaque ex utroque nomine ficto vocabulo est speciesque eius ad illarum scilicet fiunt imaginem proportionum, ex quibus ipse numerus originem trahit. Nam prima pars huius vocabuli, quae multiplicis nomine possessa est, multiplicis numeri specierum vocabulo nominanda est, quae vero superparticularis est, eodem vocabulo nuncupabitur, quo superparticularis numeri species vocabantur. Dicitur enim, qui duplicem habuerit alium numerum et eius mediam partem, duplex sesquialter, qui vero tertiam, duplex sesquitercius, qui quartam, duplex sesquiquartus et deinceps. Si vero ter eum totum contineat et eius mediam partem vel tertiam vel quartam, dicitur triplex sesquialter, triplex sesquitercius, triplex sesquiquartus et eodem modo in ceteris; diciturque quadruplus sesquialter, quadruplus sesquitercius, quadruplus sesquiquartus; et quotiens totum numerum in semet ipso continuerit per multiplicis numeri species appellabitur, quam vero partem comparati numeri clauserit, secundum superparticularem comparisonem habitudinemque vocabitur.

Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex ses-

*marginē habet* et eorum quoque species a, et eorum quoque omnes species l: *supra versum habent* et eorum quoque species b, d. 7 contingerit a, c. 9 minorem numerum f. 10 habendo f. 11 fictum vocabulum f, s. 12 illius a. 17 species numeri f. 22 dicitur c, r, s; dicitur *corr. in* dicitur a. 24 et *om. f.* 24—26 et eodem . . . sesquiquartus *in marginē superiore* r. 26 quoties a, l. 27 appellatur b, c, d, f, l, r, d; appellatur *corr. in* appellabitur a. 28 comparati numeri partem f. || clauserit numeri l. || comparati, o *sec. manu adscripto* b.

qualter est, ut  $\cdot V \cdot$  ad duo. Habent enim  $\cdot V \cdot$  binarium numerum bis et eius mediam partem, id est  $\cdot I \cdot$ . Duplex vero sesquitercius est septenarius ad ternarium comparatus. At vero novenarius ad quaternarium duplex sesqui-  
 5 quartus; si vero  $\cdot XI \cdot$  ad  $\cdot V \cdot$ , duplex sesquiquintus; et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibus naturaliter paribus imparibusque terminis, si contra eas omnes a quinario numero impares comparentur, ut primum primo, secundum secundo, tertium tertio caute  
 10 et diligenter adponas, ut sit dispositio talis:

II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X. XI.  
 V. VII. VIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIII. XXI. XXIII.

Si vero a duobus paribus omnibus dispositis terminis illi, qui a quinario numero inchoantes quinario numero rur-  
 15 sus sese transsiliunt, comparentur, omnes duplices sesquialteros creant, ut est subiecta descriptio,

II. IIII. VI. VIII. X. XII.  
 V. X. XV. XX. XXV. XXX.

Si vero a tribus inchoent dispositiones et tribus sese trans-  
 20 siliant, et ad eos aptentur, qui a septenario inchoantes septenario sese numero transgrediuntur, omnes duplices sesquitercii habita diligenter comparatione nascuntur, ut subiecta descriptio monet.

1 habet d. || enim *rec. manu supra versum d.* 2 bis in se d. || partem *om. a, b, c, d, l, r, s.* || unum f. 3 vero *om. a.* ||  $\cdot VII \cdot$  ad  $\cdot III \cdot$  b. 5 duplus a. 6 nascuntur a. 8 numero *om. a.* 10 *Post adponas addit pares imparesque a.* 11 *Hunc versum praecedit in f titulus: Duplex sesquialter.* 11 et 12 *Numeri a  $\cdot II \cdot$  et  $\cdot V \cdot$  usque ad  $\cdot VI \cdot$  et  $\cdot XIII \cdot$  in d in margine superiore rubro colore additi sunt.* 14 numero *om. b, l.* 17 *Hunc versum praecedit in f titulus: Duplex sesquialter.* 17 et 18 *Numeri a  $\cdot II \cdot$  et  $\cdot V \cdot$  usque ad  $\cdot X \cdot$  et  $\cdot XXV \cdot$  in d in margine sinistro rubro colore, additi sunt.* 19 inchoant c; inchoan *corr. in inchoeant a.* 20 inchoantes septenario, *omisso a, s.* || inchoantes a. || inchoantes septenario *in margine r.* 21 numero sese f. 22 habita diligenter comparatione *supra versum d.*

III. VI. VIII. XII. XV. XVIII. XXI.  
VII. XIII. XXI. XXVIII. XXXV. XLII. XLVIII.

Sin vero omnes in ordinem quadrupli disponantur, hi qui naturalis numeri quadrupli sunt, ut unitatis quadruplus, et duorum triumque et quattuor atque quinarium et 5 ceterorum sese sequentium, et ad eos aptentur a novenario numero inchoantes semper sese novenario praecedentes, tunc duplicis sesquiquartae proportionis forma textetur.

III. VIII. XII. XVI. XX. XXIII. 10  
VIII. XVIII. XXVII. XXXVI. XLV. LIII.

Ea vero species huius numeri, quae est triplex sesquialtera, hoc modo procreatur, si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares et ad eos a septenario numero inchoantes septenario sese supergredientes solito 15 ad alterutrum comparationis modo aptentur.

II. III. VI. VIII.  
VII. XIII. XXI. XXVIII.

Si autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamus et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine comparemus, omnes triplices sesquitercii in ea terminorum continuatione provenient.

1 *Hunc versum praecedat in f titulus: Duplex sesquitercius. 1 et 2 Numeri a III. et VII. usque ad XV. et XXXV. in d in margine dextro rubro colore additi sunt.* 3 Si vero a, b, c, r, s. 5 IIII. c. *Fortasse legendum: quaternarii.* 6 se s. 7 numero om. d, l. || inchoantes s. 8 tunc om. d. || propositionis f, l. 10 *Hunc versum praecedat in f titulus: Duplex sesquiquartus.* 10 et 11. *Duo hi versus exceptis numeris XXIII. et LIII. in d in margine inferiore rubro colore sunt additi.* 15 supergredientes a. 16 comparationis modo a. 17 et 18 *Iuxta hos versus additus est in f titulus: Triplex sesquialtera.* 19 ingressi om. f. 20 ternario, *ter rasura paene deleta, f. || numero] supra versum inchoantes b. || alterum denario om. c. || denario sese numero a.* 21 supergredientes a. || ordinem f. 22 in eam terminorum continuationem f. || proveniunt c, perveniunt corr. in provenient a. ||

III. VI. VIII.  
X. XX. XXX.

*De eorum exemplis in superiori formula inveniendis.*

XXX. Horum autem eorumque qui sequuntur exempla  
5 integre planeque possumus pernotare, si in priorem de-  
scriptionem, quam fecimus, cum de superpartulari et  
multiplici loqueremur; ubi ab uno usque in denariam  
multiplicationem summa concrevit, diligens velimus acu-  
men intendere. Ad primum enim versum omnes, qui  
10 sequuntur, conlati ordinatas convenientesque multiplicis  
species reddent. Sin vero ad secundum cunctos, qui tertii  
sunt ordinis, aptaveris, ordinatas species superparticula-  
ris agnosces. Quod si tertio ordini, quicumque sunt in  
quinto versu, compares superpartientis numeri species  
15 positas convenienter aspicias. Multiplex vero superparti-  
cularis ostenditur, cum ad secundum versum omnes, qui  
sunt quinti versus serie comparantur, vel qui sunt in  
septimo, vel qui sunt in nono, atque ita si in infinitum  
sit ista descriptio, in infinitum huius proportionis spe-  
20 cies procreabuntur. Manifestum autem hoc etiam est,  
quod horum comites semper cum sub praepositione di-  
centur, ut est subduplex sesquialter, subduplex sesqui-  
tertius, subduplex sesquiquartus et ceteri quidem ad  
hunc modum.

*Post* proveniunt *addit* hoc modo c. 1 et 2 *Numeros om.* a, b,  
d; s *addit* XII·XV. 1 et f *insuper* XVIII·XXI. *In f adscri-*  
XL·L. LX·LXX.

*ptum est:* Triplex sesquitertia. 3 *Titulum om.* f., in mar-  
gine d || superiore r, s. 4 XXX. *om.* f, r. 6 de *om.* c.  
8 diligenter f, diligentius s. 10 multiplices a, r, s. *In*  
*marginē addita est in f inscriptio:* Unde oriantur multiplices.  
11 reddunt *corr. in* reddent a. || Si vero a, c, d, r, s ||  
cunctos *om.* c. 15 positas convenienter *supra versum* d.  
17 comparantur c. || in septimo ad secundum f. 18 in nono  
ad II. f. || ita si *om.* r, s. ita *supra versum* a. 19 si sit  
r, s. || in infinitumque c; in infinitum quoque s; quoque *su-*  
*pra versum* r. 20 autem *om.* c, r, s. || hoc etiam] et hoc d.  
23 quidem *om.* d.

*De multiplici superpartiente.*

XXXI. Multiplex vero superpartiens est, quotiens numerus ad numerum comparatus habet in se alium numerum totum plus quam semel et eius vel duas vel tres vel quotlibet plures particulas secundum numeri superpartientis figuram. In hoc quoque propter causam superius dictam non erunt duae medietates neque duae quartae neque duae sextae, sed duae tertiae vel duae quintae vel duae septimae ad priorum similem consequentiam. Non est autem difficile secundum priorum exempla positorum<sup>10</sup> hos quoque et praeter nostra exempla numeros invenire. Vocabunturque hi secundum proprias partes duplex superbipartiens, vel duplex supertripartiens, vel duplex superquadripartiens, et rursus triplex superbipartiens et triplex supertripartiens et triplex superquadripartiens et<sup>15</sup> similiter, ut ·VIII· ad ·III· comparati faciunt duplicem superbipartientem, et ·XVI· ad ·VI· et omnes, quicumque ab ·VIII· incipientes octonario sese numero transgrediuntur, comparati ad eos, qui a tribus inchoantes ternaria sese quantitate praetereunt. Nec erit difficile alias eius<sup>20</sup> partes secundum praedictum modum diligentibus reperire. Hic quoque illud meminisse debemus, quod minores et comites non sine sub praepositione nominantur,

1 *Titulus in margine legitur in d.* || superpartienti d.  
 2 ·XXXI· om. r. || quoties a, s. 3 alterum numerum om. f, supra verum d, punctis notatum b. 6 Post figuram addita sunt in c: ut superbipartiens tertias vel super (*litura*) ipertiens quartas et reliq; || hac corr. in hoc a. || In hoc] supra verum numero s. 7 neque duae quartae om. d. 8 sed] si in *litura* a. 10 primorum f. 11 nona corr. in nostra a. 15 et triplex superquadripartiens om. d. 16 Post similiter addit f: sub usque in infinitum. 16 octo a, b, l, s. In margine additi sunt in s hi numeri:

VIII.	XVI.	XXIII.	XXXII.
III.	VI.	VIII.	XII.

17 et ·XVI·] ut ·XVI· f. 18 octo f. || sese om. c; se d, r.  
 19 a om. r. || ternarii f. 22 Hii corr. in Hic a. || debemus s; debuimus *mutatum* in debemus a. 23 sub praepositione] suppressione f.

ut sit subduplex superbipartiens, subduplex supertripartiens.

*Demonstratio quemadmodum omnis inaequalitas ab aequalitate processerit.*

5     XXXII. Restat autem nobis profundissimam quandam tradere disciplinam, quae ad omnem naturae vim rerumque integritatem maxima ratione pertineat. Magnus quippe in hac scientia fructus est, si quis non nesciat, quod bonitas definita et sub scientiam cadens animoque semper  
10 imitabilis et perceptibilis prima natura est et suae substantiae decore perpetua, infinitum vero malitiae dedecus est, nullis propriis principiis nixum, sed natura semper errans a boni definitione principii tamquam aliquo signo optimae figurae impressa componitur et ex illo erroris  
15 fluctu retinetur. Nam nimiam cupiditatem iraeque immodicam effrenationem quasi quidam rector animus pura intellegentia roboratus adstringit, et has quodammodo inaequalitatis formas temperata bonitate constituit. Hoc autem erit perspicuum, si intellegamus, omnes inaequalitatis species ab aequalitatis crevisse primordiis, ut ipsa  
20 quodammodo aequalitas matris et radicis obtinens vim ipsa omnes inaequalitatis species ordinesque profundat. Sint enim nobis tres aequales termini, id est tres unitates, vel ter bini vel ter terni vel ter quaterni vel quantos  
25 ultra libet ponere. Quod enim in unis tribus terminis

2 *Post supertripartiens addit f: Et rursus subduplex supertripartiens, subduplex superquadripartiens.*     3 *Titulus in margine legitur in d.*     5 .XXXII. *om. f, l, r.*     7 *mixta et supra versum*     8 *maxima s.*     9 *diffinita est a, b, c, l, r.*     11 *in infinitum a, b, c, d, f. || dedecus malitiae a, b, l.*     12 *est om. d; esse f.*     13 *ab omni, m oblito, a. || ab aliquo a; ab rasura deletum est in s.*     14 *optimae a, l. || impressa figurae r. || terroris, t oblito, a.*     16 *quasi] quos corr. in quasi a.*     17 *astringit c, l.*     18 *forma f. || temporata r.*     21 *aequitas a, b, c, d, l, r, s; aequitas, al supra i scriptis, f.*     23 *.III. r.*     24 *tres . . . tres . . . tres a, b, d, f, l; III . . . III . . . III. r.*     25 *enim om. l. || in unis] minuitis a, inutis r.*



evenit, idem contingit in ceteris. Ex his igitur secundum praecepti nostri ordinem videas primum nasci multiplices et in his duplices prius, dehinc triplos, inde quadruplos et ad eundem ordinem consequentes. Rursus multiplices si convertantur, ex his superparticulares orientur, et ex duplicibus quidem sesquialteri ex triplis sesquitertii, ex quadruplis sesquiquarti et ceteri in hunc modum. Ex superparticularibus vero conversis superpartientes nasci necesse est, ita ut ex sesquialtero nascatur superbipartiens, supertripartientem sesquitertii gignat et ex sesquiquarto superquadripartiens procreetur. Rectis autem positis neque conversis prioribus superparticularibus multiplices superparticulares oriuntur; rectis vero superpartientibus multiplices superpartientes efficiuntur. Praecepta autem tria haec sunt, ut primum numerum primo facias parem, secundum vero primo et secundo, tertium primo, secundis duobus et tertio. Hoc igitur cum in terminis aequalibus feceris, ex his qui nascentur, duplices erunt, de quibus duplicibus si idem feceris, triplices procreantur et de his quadruplices atque in infinitum omnes formas numeri multiplicis explicabit. Iaceant igitur tres termini aequales.

## I. I. I.

Ponatur itaque primo primus aequalis, id est unus, secundus vero primo et secundo, id est II., tertius vero primo, duobus secundis et tertio par sit, id est uni et duobus unis et uni, quod sunt III. ut est descriptio.

1 contigit e, *correct. in* contingit a. 3 ex his f; in om. r. || tripli r. || deinde a, c, s. || quadrupli r. 6 triplicibus a, c, f, s; tribus l. || et ex quadruplis r. 7 Et *corr. in* Ex a. 11 procreetur om. a, b, c, d, l, r, s; *ut dubium sit, utrum, qui codicem f exaravit, de suo, an ex meliore codice procreetur addiderit.* 13 superpartientes c. || superpartientibus multiplices in *marginē rec. manu r.* 14 multiplicis, ultimo i in e mutato, a. 17 primo et duobus secundis f; primo, secundis duobus a, c, s. 21 multiplices a, d, f, r. || procreabit d. || Sint d. 24 id est . . . vero primo om. d; *rec. tamēn manu addita sunt:* id est I. 25 duo f. 26 et duobus f. || uno d. || et ante duobus om. a, b, d. 27 unis om. s. || uno a, b, c, d, r, s. || ut haec est descriptio d; ut est de-

I.	I.	I.
I.	II.	III.

Videsne ut duplici proportione sequens ordo texatur? Fac rursus idem de duplicibus, ut sit primus primo aequalis, id est uni, secundus primo et secundo, id est uni et duobus, qui sunt tres, tertius primo, id est uni, duobus secundis, id est  $\cdot\text{III}\cdot$ , et tertio, id est  $\cdot\text{III}\cdot$ , qui simul  $\cdot\text{VIII}\cdot$  fiunt, et venit haec formula.

10	I.	I.	I.
	I.	II.	III.
	I.	III.	VIII.

Rursus si triplicibus idem feceris, continuus quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo aequus, id est unus, sit secundus primo et secundo aequalis, id est  $\cdot\text{III}\cdot$ , sit tertius primo, duobus secundis et tertio aequalis, id est  $\cdot\text{XVI}\cdot$ .

20	I.	I.	I.
	I.	II.	III.
	I.	III.	VIII.
	I.	III.	XVI.

Et in ceteris quidem ad hanc formam tribus his praeceptis utemur. Si vero qui ex aequalibus nati sunt multiplices, eos disponamus et secundum haec praecepta vertamus, ita ut converso sint ordine, sesquialter ex duplici procrea-

scriptio hec f. 4 de *supra versum* a, r. || et sit c, d, l, r. || primo primus c. 6 uno d. ||  $\cdot\text{III}\cdot$  c. 7 et duobus f. || id est  $\cdot\text{III}\cdot$  om. c, l, r, s; *supra versum* d. || id est *sec. manu additum* f. || quatuor d. 8 fiunt] sunt r. || forma a, s; in hanc formam et *supra*: et venit haec formula d. 9—11 *Formulam* om. l. 12 in triplicibus d, f; de triplicibus, de *ex corr. addito*, r. 13 id est unus *supra versum* d. 14 sit om. d. || aequalis, id est  $\cdot\text{III}\cdot$  *supra versum* d. || sit om. d. 15 et duobus f. || aequalis, id est  $\cdot\text{XVI}\cdot$  *supra versum* d. 21 his om. d. 22 utamus praeceptis s; || utamur c. || quis dicat *corr. in* qui, *vocabulo* dicat *inducto*, a. || ex *supra versum* a, s. || qualibus c. 24 ita est, *vocabulo* est *inducto* a, *rasura delete* s.

bitur, sesquitercius ex triplici, sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim ·III· duplices termini, qui ex aequalibus creati sunt, et qui ultimus est, primus ponatur hoc modo:

III. II. I.

Et constituatur primo in hoc ordine primus par, id est <sup>5</sup>·III·, secundus vero primo et secundo par, id est ·VI·, tertius vero primo, duobus secundis et tertio, id est ·VIII·.

III. II. I.  
III. VI. VIII.

Ecce tibi illa sesquialtera quantitas ex termino duplicitatis <sup>10</sup> exoritur. Videamus nunc ad eundem modum, ex triplici qui nascatur. Disponantur enim triplices superiores

VIII. III. I.

Converso scilicet ordine, sicut duplex, hic est quoque ordo dispositus. Ponatur ergo primus primo aequus, id <sup>15</sup> est ·VIII·, secundus primo et secundo, id est ·XII·, tertius primo, duobus secundis et tertio aequus, id est ·XVI·.

VIII. III. I.  
VIII. XII. XVI.

Rursus secunda species superparticularis numeri, id est <sup>20</sup> sesquitercius procreatus est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit, sesquiquartus continuo nascetur, ut subiecta monstrat descriptio.

XVI. III. I.  
XVI. XX. XXV.

25

1 triplo d. 2 tres b, f. 5 constituentur a, c, s, et r, sed n rasura deleto. || constituaturque d. || primo om. a, b, d. || primus primo a et s, sed primo rasura deleto; primo supra primus d. 6 quatuor d. || par om. d. 10 illa om. c. || sesquialtera illa r. 11 ad eundem . . . nascatur] quemadmodum ex triplici numero ad eundem modum numeri nascantur d. || ex triplici om. l. 12 nascitur b, l; nascantur s. || enim] itaque d. 15 primo primus c. 17 aequus supra versum d, r. 21 sesquitercii procreati sunt a. 22 continua c. || subiecta monstrabit a; subiecta monstrat et supra versum: in a. bit b; monstrabit subiecta s.

Ac si quis idem de cunctis in infinitum partibus multiplici-  
 citatis faciat, convenienter ordinem superparticularitatis  
 inveniet. Quod si conversos superparticulares aliquis se-  
 cundum haec praecepta convertat, continuo videat super-  
 5 partientes adcrecere et ex sesquialtero quidem superbi-  
 partiens, ex sesquitercio supertripartiens procreatur et  
 ceteri secundum communes denominationis species sine  
 ulla ordinis interpolatione nascentur. Disponantur igitur sic:

10 VIII. VI. III.

Superioris igitur descriptionis primo primus aequus nu-  
 merus adscribatur, id est ·VIII· secundus vero primo et  
 secundo, id est ·XV·, tertius vero primo, duobus secun-  
 dis et tertio, id est ·XXV·.

15 VIII. VI. III.  
 VIII. XV. XXV.

Si vero sesquitercium eodem modo vertamus, ordo super-  
 tripartiens invenitur. Sit enim prima positio sesquitercii

XVI. XII. VIII.

20 Ponatur secundum priorem modum primo primus par, id  
 est ·XVI·, secundus primo et secundo, id est ·XXVIII·,  
 tertius primo, duobus secundis et tertio, id est ·XLVIII·.  
 Omnis ergo summa disposita supertripartientes efficiet.

25 XVI. XII. VIII.  
 XVI. XXVIII. XLVIII.

Rursus si sesquiquartum eodem modo verteris, super-

1 si quidem a; quis idem *et supra versum* hoc b; quis  
 hoc idem l. || multiplicatis b, c, f, l, r. 2 faciant, n *oblito*,  
 a; faciet c. || superparticularis a. 4 *Post* videat *addit* vel  
 videbit a. 5 et *om.* s. 8 interpellatione f. || Dispona-  
 tur c. 11 numerus aequus a, b. 12 vero *om.* d, f. 13 vero  
*om.* d. 14 *Post* ·XXV· *addit*: Et venit haec forma a; *quae*  
*verba in s rasura deleta sunt.* 17 Si ergo a. 18 propo-  
 sitio a, d, f, r. 19 *Hunc versum om.* d. 20 Ponatur enim  
 a, l. 22 et duobus a, s.

quadripartiens statim quantitas procreabitur, ut est ea forma, quam subpositam vides.

XXV.	XX.	XVI.
XXV.	XLV.	LXXXI.

Restat, quemadmodum ex superparticularibus et superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes nascentur ostendere, quorum binas tantum faciam descriptiones. Namque si rectum et non conversum sesquialterum ponimus, duplex superparticularis excrescit. Sit enim hoc modo: 10

III.	VI.	VIII.
------	-----	-------

Ponatur secundum superiorem modum primo primus aequalis, id est III., secundus primo et secundo, id est X., tertius primo, duobus secundis et tertio aequalis, id est XXV. 15

III.	VI.	VIII.
III.	X.	XXV.

Atque haec quidem duplex sesquialtera summa producta est; si vero sesquitercium non conversum ponamus duplex sesquitercius invenitur, ut subiecta descriptio 20 docet:

VIII.	XII.	XVI.
VIII.	XXI.	XLVIII.

At vero si ad superpartientes animum convertamus eosque ordinatim secundum superiora praecepta disponamus, 25 multiplices superpartientes ordinatim progenitos repperiemus. Disponatur enim superpartientis haec formula:

VIII.	XV.	XXV.
-------	-----	------

1 quantitas *supra versum* d. || ea om. c. 10 crescit a, b; ad crescit d. || Sit] Fit a, c, d, s. Sit . . . modo] enim hoc modo ponatur r. 12 Ponatur om. r. || superiorem] priorem c, d. 13 quattuor a, b, d, l, r, s. 14 aequalis om. d. 16 et 17 *Duo hi versus in margine leguntur in a.* 17 XXV.] XV. c. 19 ponamus conversum f. 20 duplus a, c, d, f, r, s. || ut] † et *supra versum* ut r. 21 docet discriptio s.

Adscribatur ergo primus primo aëquus, id est ·VIII·, secundus primo et secundo, id est ·XXIII·, tertius primo, duobus secundis et tertio, id est LXIII.

VIII. XV. XXV.

5

VIII. XXIII. LXIII.

Videsne, ut ex superbipartiente duplus superbipartiens exortus sit? At vero si supertripartientem ponam, duplex sine dubio supertripartiens invenitur, ut in subiecta descriptione perspicuum est.

10

XVI. XXVIII. XLVIII.

XVI. XLIII. CXXI.

Sic ergo de superparticularibus vel de superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes oriuntur. Quare constat, omnium inaequalitatum aequalitatem esse principium. Ex eadem enim inaequalia cuncta nascuntur. Ac de his quidem hactenus disserendum esse credimus, ne vel infinita sectemur, vel circa res obscurissimas ingredientium animos detinentes ab utilioribus moraremur.

20

*Liber primus explicat.*

---

*Incipiunt capitula libri secundi.*

I. Quemadmodum ad aequalitatem omnis inaequalitas reducat.

3 et duobus b, c, l. 6 Vides, *omisso* ne, l. || superpartiens c. 7 duplus f. 8 supertripartiens sine dubio s. || tripartiens *omisso* super a, b, c, f, l, r. 9 superspicuum l. 16 actenus f, l. || diserendum a, differendum c. 17 esse *om.* f. || credimus a, b, l, r. || nec l. 18 res *om.* d. 20 *Titulum om.* f, r. Explicit liber primus (I. c) a, c. Liber primus arithmeticae explicat s. *In* b, d, l *praecedunt titulum:* Anicii Mallii (Manlii d, l) Severini Boecii v. c. et ill. (inl. d) exconsul (coñs. d) ord. (ordinis d) patricii institutionis arithmeticae. *In* d *addita sunt in fine tituli:* Incipit liber II. feliciter. 21 *Titulus in margine legitur in s.* || capitula] tituli b, l. || libri II. c; de libro secundo f. || *Titulo in fine addit feliciter b.* 22 inaequalitatis r. 23 seducatur a, deducatur d, reducat l.

- II. De inveniendi in unoquoque numero, quot numeros eiusdem proportionis possit praecedere eorumque descriptio descriptionisque expositio.
- III. Quod multiplex intervallum ex quibus superparticularibus medietate posita intervallis fiat eiusque inveniendi regula. 5
- III. De per se constante quantitate, quae in figuris geometricis consideratur, in quo communis ratio omnium magnitudinum.
- V. De numero lineari. 10
- VI. De planis rectilineis figuris quodque earum triangulum principium sit.
- VII. Dispositio triangulorum numerorum.
- VIII. De lateribus triangulorum numerorum.
- VIII. De generatione triangulorum numerorum. 15
- X. De quadratis numeris.
- XI. De eorum lateribus.
- XII. De quadratorum numerorum generatione rursusque de eorum lateribus.
- XIII. De pentagonis eorumque lateribus. 20
- XIII. De generatione pentagonorum.
- XV. De exagonis eorumque generationibus.
- XVI. De eptagonis eorumque generationibus et communis omnium figurarum inveniendae generationis regula descriptionesque figurarum. 25
- XVII. Descriptio figurarum numerorum in ordine.
- XVIII. Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant inque eo, quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit.

1 in *om.* d. || quod d, quos a, b, c, f, l, r, s. 2 possit praecedere] praecedat b, l. 7 quantitate constante c. || figuris et geometricis d. 10 linearii a. 11 quoque a. 12 est a. 13 Depositio c. 18 rursusque f. 21 penta, *omisso* gonorum, a. 22 *Hic titulus deest in a, excepta littera prima D.* 23 pentagonis a, c, r, s. || communi r. 24 omnium *om.* a, c. || veniende d. 25 discriptiones, *omisso* que, l; discriptionis, *omisso* que c; discriptione, *omisso* que s. 26 figurarum a. 27 numero a, b; numerus r. 28 inque eo] neque r, in eo s.

- XVIII. Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio.
- XX. De numeris solidis.
- XXI. De pyramide, quod ea sit solidarum figurarum principium, sicut triangulus planarum.
- XXII. De his pyramidis, quae a quadratis vel a ceteris multiangulis figuris proficiscuntur.
- XXIII. Solidorum generatio numerorum.
- XXIII. De curtis pyramidis.
- XXV. De cybis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphericis vel parallelepipedis numeris.
- XXVI. De parte altera longioribus numeris eorumque generationibus.
- XXVII. De antelongioribus numeris et de vocabulo numeri parte altera longioris.
- XXVIII. Quod ex imparibus quadrati, ex paribus parte altera longiores fiant.
- XXVIII. De generatione laterculorum eorumque definitione.
- XXX. De circularibus vel sphericis numeris.
- XXXI. De ea natura rerum, quae dicitur eiusdem naturae et de ea, quae dicitur alterius naturae et qui numeri cui naturae coniuncti sint.
- XXXII. Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura consistant, idque in numeris primum videri.

4 piramida a, d, r; pyramida f. || sit ea f. 5 sicut triangulus planarum om. d. 7 multianguli a || procreantur c. 8 solidarum c. || generatione s. 9 curatis a. 10 cubis f. || culneis f, r. 11 sphericis a, sphericis s, sphericis d. || perallelepipedis r, parallelipedis s. 12—14 eorumque generationibus. XXVII. De antelongioribus numeris om. d. 15 altera parte a. 16 XXVII. d. 17 longioris c. 18 XXVIII. d. || laterculorumque c. || *Post definitione addit:* vel de generatione cunctorum eorumque diffinitione d, vel de generatione cuneorum eorumque diffinitione f, vel de generatione cuneorum eorumque diffinitione naturae coniunctae sunt. r. 19 spiricis r, sphericis s. 21 alteris r. || naturae om. b, l. 22 coniuncti sunt a, c, d, r, s; conveniant b, l. 23 naturae c. || natura om. b, l, s; naturae d. 24 consistit a, c. || consistant . . . . . videri *in margine in-*



- XXXIII. Ex eiusdem atque alterius numeri natura, qui sunt quadratus et parte altera longior, omnes proportionum habitudines constare.
- XXXIII. Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat. 5
- XXXV. Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex quadratis fiant.
- XXXVI. Quod principaliter eiusdem quidem sit substantiae unitas, secundo vero loco in pares numeri, tertio quadrati et quod principaliter dualitas alterius sit substantiae, secundo vero loco pares numeri, tertio parte altera longiores. 10
- XXXVII. Alternatim positis quadratis et parte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentiis et in proportionibus. 15
- XXXVIII. Probatio quadratos eiusdem esse naturae.
- XXXVIII. Cybos eiusdem participare substantiae, quod ab imparibus nascantur.
- XL. De proportionalitatibus.
- XLI. Quae apud antiquos proportionalitas fuerit, quas posteriores addiderint. 20
- XLII. Quod primum de ea, quae vocatur arithmetica proportionalitas, dicendum sit.

*feriore r.* 1 XXXIII. Ex eiusdem *in margine r.* || et r. || numeri *om. r.* 2 sunt] est b, l. || et] ex a, c, r. || omnis d. 4 et *om. c,* a a, ac s. 5 *Post omnis addit XXXV.* s. || consistit b, l, s; constat f. 6 XXXVI. s. || altera] ante s. 8 XXXVI. *om. a, totumque hunc titulum praecedenti addit.* XXXVII. c. 9—12 secundo . . . longiores *om. c.* || imparis a, d, r. 10 tertio vero l. || quadrati . . . tertio *om. a.* || quadratis r. 11 secundo vero loco . . . longiores *om. b, l, s.* || paris d, r. || numeri *om. r.* 12 longiore a, r. 13 XXXVI. a, *itemque infra reliqui numeri in a, uno sunt minores; XXXVIII s, itemque reliqui numeri uno maiores.* || et, ex c. 14 quae et supra ae sec. manu i r. || eorum qui sit c. 15 in *om. a, b, l, s.* 16 eiusdem naturae esse b, l. 17 Cubos f, s. || eiusdem participare eiusdem a, c. || substantia d. || ab *om. b, l.* 18 imparis r. || nascuntur f. 19 proportionalibus d. 20 aput s. || antiquiores b, l. 22 vocantur c. 23 dicendum est a, c, d, f, r, speculandum est s, speculandum sit b, l.

- XLIII. De arithmetica medietate eiusque proprietatibus.  
 XLIIII. De geometrica medietate eiusque proprietatibus.  
 XLV. Quae medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur.  
 5 XLVI. Quod superficies una tantum in proportionalitatibus medietate iungantur, solidi vero numeri duabus medietatibus in medio collocatis.  
 XLVII. De armonica medietate eiusque proprietatibus.  
 XLVIII. Quare dicta sit armonica medietas ea quae digesta est.  
 10 XLVIII. De geometrica armonia.  
 L. Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis arithmetica, geometrica et armonica inter eos medietas alternetur; in quo de eorum generationibus.  
 15 LI. De tribus medietatibus, quae armonicae et geometricae contrariae sunt.  
 LII. De quattuor medietatibus, quas posterius ad implendum denarium limitem adiecerunt.  
 20 LIII. Dispositio decem medietatum.  
 LIIII. De maxima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis.

*Expliciunt capitula.*

3 quibus rebus rerum b, l. || stantibus a, c. 5 una tantum] unitatum f. || tantum om. d. 6 duobus a, c. 7 collocantur a, b, c, l. 9 dicta om. c. || ea om. b, l. || degesta r, gesta a, c. 10 sit c. 11 armonica a, b, c, l. 12 constitutus a. 14 alternetur om. s. || in quo de] in quod c. 16 arithmeticae c, d, f, l, r, s; arithmeticae a, b; qui communis omnium codicum error haud scio an uni fonti tribuendus sit. || et om. a, c. || geometricae atque armonicae b, l. 17 contraria c. 21 maxima] armonica. || et om. s. 23 Titulum om. b, c, d, l, r, s. In a in fine additum est: D̄w̄ ḡp̄aḡ [Domino vel Deo gratias litteris graecis expressum?]

## I n c i p i t l i b e r s e c u n d u s .

*Quemadmodum ad aequalitatem omnis inaequalitas reducatur.*

I. Superioris libri disputatione digestum est, quemadmodum tota inaequalitatis substantia a principe sui generis aequalitate processerit. Sed quae rerum elementa sunt, ex hisdem principaliter omnia componuntur, et in eadem rursus resolutione facta solvuntur; ut, quoniam articularis vocis elementa sunt litterae, ab eis est syllabarum progressa coniunctio et in easdem rursus terminatur 10 extremas; eandemque vim obtinet sonus in musicis. Iam vero mundum corpora quattuor non ignoramus efficere; namque ut ait: Ex imbri, terra atque anima gignuntur et igni. Sed in haec rursus eius quattuor elementa fit postrema solutio. Ita igitur, quoniam ex aequalitatis margine 15 cunctas inaequalitatis species proficisci videmus, omnis a nobis inaequalitas ad aequalitatem velut ad quoddam elementum proprii generis resolvatur. Hoc autem trina rursus imperatione colligitur, eaque resolvendi ars datis qui-

1 Anicii Manlii Severini Boecii  $\overline{vc}$  et *inl.* exconsul ord patricii liber secundus incipit. a; Anicii Mallii Severini Boecii (Boetii l)  $\overline{vc}$  exconsul ord patricii arithmeticae institutionum liber secundus (.II. l) incipit. b, l; Incipit liber secundus arithmeticae f. || *Titulum om. d.* || secundus] .II. c, s. 2 et 3 *Hunc titulum om. a, b, f, l.* || deducitur d. 4 degestum a, deiestum r. 5 a *om. a, c.* 6 elimenta a et *infra.* 9 sillabarum a, l, r, s. 10 terminatus c.

OR  
12 .III. a, c, l, r, s; quatuor b. 13 ut ait Lucretius c, l; ut ait Plato r; ut ait Lucretius *et supra versum sec. manu:* Glossa b, s; ut ait *et supra versum* poeta vel philo *et sec. manu* sophus lucretius d (Lucretius I, 716: Ex Igni, Terra atque Anima procreescere et Imbri). || imbri et terra s. || *atque om. a, r; terraque b, c, l.* || animatia a; anima *et supra versum* i. aere b, l. 14 .III. c, s. || postremo a, c, f. 15 resolutio f, s; solutio, re *supra versum addito* l. || inaequalitas a nobis c, d, f, l, r. 17 velud s. || velut rursus a, rursus velut d, f, l, s. 18 *Haec corr. in hoc a; hoc supra versum* r. 19 collegitur c.

buslibet tribus terminis inaequalibus quidem sed propor-  
 tionaliter constitutis, id est ut eandem medius ad pri-  
 mum vim proportionis obtineat, quam qui est extremus, ad  
 medium, in qualibet inaequalitatis ratione vel in multipli-  
 5 cibus, vel in superparticularibus, vel in superpartientibus,  
 vel in his, qui ex his procreantur multiplicibus superpar-  
 ticularibus, vel multiplicibus superpartientibus, eadem atque  
 una ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus, ut  
 dictum est, terminis aequis proportionibus ordinatis ulti-  
 10 mum semper medio detrahamus et ipsum quidem ulti-  
 mum primum terminum conlocemus, quod de medio re-  
 linquitur, secundum. De tertia vero propositorum termi-  
 norum summa auferemus unum primum et duos secun-  
 dos, eos, qui de medietate relictis sunt, et id quod ex ter-  
 15 tia summa relinquitur, tertium terminum constituemus.  
 Videbis igitur hoc facto in minorem modum summas re-  
 verti et ad principaliorum habitudinem comparationes pro-  
 portionesque reduci, ut si sit quadrupla proportio, primo  
 ad triplam, inde ad duplam, inde ad aequalitatem usque  
 20 remeare; et si sit superparticularis sesquiquartus, primo  
 ad sesquitercium, inde ad sesquialterum, postremo ad tres  
 aequales terminos redire. Hoc autem nos exempli gratia  
 in multiplici tantum proportione docebimus, sollertem  
 vero in aliis quoque inaequalitatis speciebus id experien-  
 25 tem eadem ratio praeceptorum iuvabit. Constituantur  
 enim tres a se termini quadrupli.

VIII. XXXII. CXXVIII.

Aufer igitur ex medio minorem, id est ex triginta duo-  
 bus octonarium, relinquuntur ·XXIII· et primum octona-  
 30 rium terminum pone, secundum vero, quod relictum  
 fuerit ex medio, id est ·XXIII·, ut sint hi duo termini

3 quam habet a.      6 quae c, d, l, r, s. || ex is d. ||  
 Post procreantur addit hoc est c.    7 vel om. f.    9 ut ul-  
 timum a, c; ut supra versum r.    12 tercio f.    13 aufe-  
 ramus s; auferemus corr. in auferamus a.    23 multiplici  
 tantum] multiplicantium d. || sollertem a, b, r.    29 relin-  
 quunt c.    30 pones d.    31 sunt c. || ·II· c.

·VIII. et ·XXIII. De tertio vero, id est ·CXXVIII., aufer unum primum id est ·VIII. et duos secundos, qui sunt reliqui, id est bis ·XXIII. et relinquuntur ·LXXII. His dispositis terminis ex quadrupla propinquior aequitati proportio tripla redacta est. Sunt enim hi termini: VIII. XXIII. 5 LXXII. Ex his autem ipsis idem si feceris, ad duplam rursus comparatio remeabit. Pone enim primum minori aequum, id est ·VIII., et ex secundo aufer primum, ·XVI. relinquuntur; sed ex tertio, id est ex ·LXXII., aufer primum, id est ·VIII. et duos secundos, id est bis ·XVI., et 10 erit reliqua pars ·XXXII., quibus positis ad duplas proportionibus habitudo redigitur: VIII. XVI. XXXII. Idem vero ex his si fiat rem omnem ad aequitatis summas eliquabimus. Pone enim primum minori aequum, id est ·VIII.; et aufer ex ·XVI. octonarium, remanent ·VIII., quibus 15 positis ex tertio, id est ·XXXII., sumptis primo, id est ·VIII. et duobus secundis, id est octonariis, supersunt ·VIII.; quibus dispositis prima nobis aequitas cadit, ut subiectae summulae docent

VIII. VIII. VIII.

20

Hinc igitur si quis ad alias inaequalitatis species animum tendat, eandem convenientiam intitubanter inveniet. Quare pronuntiandum est, nec ulla trepidatione dubitandum, quod quemadmodum per se constantis quantitatis unitas principium et elementum est, ita et ad aliquid rela- 25 tae quantitatis aequalitas mater est. Demonstravimus enim, quod hinc et eius procreatio prima foret et in eam rursus postrema solutio.

4 aequitate a; aequalitati s; aequitati *et supra* i al f.  
 5 hi] in c. 6 Ex *supra verum* b. || duplum a, c, r, s.  
 9 relinquetur c. 10 sedecim c, d, f. 11 triginta duo-  
 a, l, r, s. || propositiones d, r. 13 si *om.* s. || aequalita-  
 tis s; aequitatis *et supra* i al f. || *Supra* eliquabimus: deri-  
 vabimus, ad purum ducemus, resolvemus b, exprimemus d.  
 15 sedecim f. || octo f. 16 dispositis f, s; positis, dis *su-  
 pra verum addito* r. || triginta duobus d; XXX et duobus f.  
 18 positis c. || aequitas nobis c. || aequalitas f. 20 ·VIII.  
 et ·VIII. et ·VIII. a, c, d, f, r, s. 26 aequalitas *supra ver-  
 sum* d. 27 eam] eadem c. 28 solatio, a *in u mutato*, r. ||

*De inveniendō in unoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit praecedere eorumque descriptio descriptionisque expositio.*

II. Est autem quaedam in hac re profunda et miranda  
 5 speculatio et ut ait Nicomachus enmusotaton theorema  
 proficiens et ad Platoniam in Timaeo animae generatio-  
 nem et ad intervalla armonicae disciplinae. Ibi enim iu-  
 bebimur producere atque extendere tres vel quattuor ses-  
 qualteros vel quotlibet sesquitercias proportiones et ses-  
 10 quiquartas comparationes easque secundum propositum  
 ordinem saepe continuas iubemur extendere. Ne autem  
 hoc labore quodam, semper quidem maximo, frequentius  
 inferaci fiat, hac nobis ratione in quot numeris quanti  
 possint esse superparticulares vestigandum est.

15 Omnes enim multiplices tantarum similium sibimet  
 proportionum principes erunt, quoto ipsi loco ab unitate  
 discesserint. Quod autem dico sibimet similium, tale est,  
 ut dupli semper multiplicitas, ut superius destinatum est,  
 sesqualteros creet et dux sit triplex sesquiterriorum, qua-  
 20 druplus sesquiquartis. Primus ergo duplex unum solum  
 habebit sesquialterum, secundus duo, tertius tres, quar-  
 tus quattuor et secundum hunc ordinem eadem fit in infi-  
 nitum progressio, neque unquam fieri potest, ut vel su-  
 peret proportionum numerum vel ab eo sit deminutior  
 25 aequabilis ab unitate locatio. Primus ergo duplex est

solutio est f, s; est *supra versum* l. 1 Titulum om. c, f; in  
 margine d. || inveniendi s. || in om. b, d, l. || quos a, c, f,  
 r, s; quod d. 2 possit praecedere] praecedat s. 3 de-  
 scriptionisque expositio om. s. || dispositio b. 5 in enmusi-  
 taton a; enmusitaton, c, d, s; in *supra en* b; en musica ton r;  
 HNMYCITATON l. || torema b; ΘΕΩΠΕΜΑ l. 11 hoc  
 autem c. 13 in om. c. 14 investigandum a, f, s; vesti-  
 gandum, *addito supra versum* in l, r. 18 destinatum] dictum c.  
 19 creet *supra versum* r. || et om. d. || triplex sit r. 20 ses-  
 quiquartorum a; sesquiquarti s; sesquiquartus, us in *is mu-*  
*tato*, c, r. 21 duo *correct.* in duos a; ·II· c. || ·III· c.  
 22 ·III· c. || sit a, b, c, f. || infinitam c. 24 numerus a.  
 25 duplus f.

binarius numerus, qui unum solum sesquialterum recipit, id est ternarium, binarius enim contra ternarium comparatus sesquialteram efficit proportionem. Ternarius vero quoniam medietatem non recipit, non est alter numerus, ad quem in ratione sesquialtera comparatur. Quaternarius <sup>5</sup> vero numerus secundus duplus est. Hic ergo duos sesquialteros praecedat. Est enim ad ipsum quidem comparatus senarius numerus, ad senarium vero, quoniam medietatem habet, novenarius, et sunt duo sesquialteri, ad **·III·** scilicet **·VI·**, ad **·VI·** vero **·VIII·**; novenarius vero, quoniam <sup>10</sup> medietate caret, ab hac comparatione seclusus est. Tertius vero duplex est **·VIII·**. Hic ergo tres sesquialteros antecedit. Comparatur enim ad ipsum duodenarius numerus, ad duodenarium **·XVIII·**, ad **·XVIII·** rursus **·XXVII·**. At vero **·XXVII·** medio caret. Idem quoque in sequentibus evenire necesse est, quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Semper enim hoc divina quadam nec humana constitutione speculationibus occurrit, ut quotienscunque ultimus numerus invenitur, qui loco duplicis ab unitate sit par, talis sit, ut in medietates dividi secarique <sup>20</sup> possit.

I.	II.	III.	VIII.	XVI.	XXXII.
	III.	VI.	XII.	XXIII.	XLVIII.
		VIII.	XVIII.	XXXVI.	LXXII.
			XXVII.	LIII.	CVIII.
				LXXXI.	CLXII.
					CCXLIII.

25

Idem contingit etiam in triplicibus. Ex illis enim ses-

1 recepit c. 9 *Post novenarius addit* est sesquialter f. || quattuor d, f. 10 **·VI·** et ad **·VI·** f. || vero *om. c.* || novem a, b, r. || novenarius *supra versum* r. 15 Idem quoque] Idemque d, f, r; Idemque *in litura* a. 16 subdidimus c. 20 par, talis] particularis a; partibilis *et in margine*: In a. par, talis b. || sit ut *supra versum sec. manu* b. || non possit *sec. manu* a. 21 *Post possit addit*: ut subiecta declarat descriptio huiusmodi r, ut subiecta descriptio declarat s.

quiertii procreantur. Nam quoniam primus triplex est ternarius numerus, habet unum sesquiertium, id est ·III·, cuius quaternarii tertia pars non potest inveniri. Atque ideo hic epitrilo caret. Secundus vero, qui est ·VIII·, 5 habet ad se duodenarium numerum sesquiertium, duodenarius autem, quoniam habet tertiam partem, in sesquiertia proportione comparatur ad eum numerus ·XVI·, qui tertiae partis sectione solutus est. ·XXVII· autem, quoniam tertius est triplex, habet ad se sesquiertium 10 ·XXXVI· et hic rursus ad ·XLVIII· eadem proportione comparatur. Cui si ·LXIII· appositi fuerint, eandem rursus vim proportionis explebunt, quos ·LXIII· ad nullum sesquiertium rursus aptabis, quoniam parte tertia non tenentur. Atque hoc in cunctis triplicibus invenitur, ut 15 extremus eiusdem proportionis numerus tantos ante se praecedentes habeat, quanto primus eorum ab unitate discesserit et qui tot super se eiusdem proportionis habuerit numeros, quotus ab unitate primus eorum iacet. Eius pars, qua illi comparatus numerus possit eandem 20 facere proportionem, inveniri nequeat. Et triplicis quidem haec est descriptio.

	I.	III.	VIII.	XXVII.	LXXXI.	CCXLIII.
		III.	XII.	XXXVI.	CVIII.	CCCXXIII.
			XVI.	XLVIII.	CXLIII.	CCCCXXXII.
25				LXIII.	CXCII.	DLXXVI.
					CCLVI.	DCCLXVIII.
						<u>TXIII.</u>

At quadrupli secundum hanc formam descriptio est, ad quam scilicet, qui a prioribus instructus accesserit, 30 nulla ratione trepidabit. Et de ceteris quidem multiplicibus eandem convenientiam pernotabis.

2 quattuor d. 9 triplex est c. 10 ad om. c. 11 oppositi r. 13 rursus om. a. s. || tertia parte c. 18 iaceat a. 19 pars eius quia c. 20 nequit d, f, r, s. 31 eandem non aliam d, f, s. || pernotabit, t *in litura*, l; pernotabit hoc modo r, s.



I.	III.	XVI.	- LXIII.	CCLVI.	$\bar{\text{I}}\text{XXIII.}$
	V	XX.	LXXX.	CCCXX.	$\bar{\text{I}}\text{CCLXXX.}$
		XXV.	C.	CCCC.	$\bar{\text{I}}\text{DC.}$
			CXXV.	D.	$\bar{\text{I}}\text{I.}$
				DCXXV.	$\bar{\text{I}}\text{ID.}$
					$\bar{\text{I}}\text{IICXXV.}$

5

Hinc quoque perspicuum est superparticularium, quemadmodum prius ostensum est, primos esse multiplices, si quidem duplices sesquialteros, triplices sesquitercios et cuncti multiplices cunctos in ordinem superparticulares 10 creant. Est etiam in his quoque mirabile. Namque ubi prima latitudo fuerit duplex, et sub eisdem qui sunt versus continui alternatim positi secundum seriem latitudinis duplices erunt. Si vero fuerint triplices et inferiores ordines tripla se in suis terminis multiplicatione supera- 15 bunt; at in quadrupla quadrupli atque hoc in infinita ductum speculatione non fallit. Angulares autem omnium multiplices evenire necesse est. Erunt autem duplicium quidem triplices, triplicium quadruplices, quadruplorum vero quincupli et secundum eandem ordinis incommuta- 20 bilem rationem sibimet cuncta consentient. Quibus expositis ad sequentem operis seriem competens disputatio convertatur.

*Quod multiplex intervallum ex quibus superparticularibus medietate posita intervallis fiat eiusque inveniendi regula.* 25

III. Si igitur duae primae superparticularis species coniungantur, prima species multiplicationis exoritur. Omnis

4  $\bar{\text{I}}\text{I.}] \bar{\text{I}}\text{I. DCCCC XXXVI. a; } \bar{\text{I}}\text{. CCCC XXXVI. f. } 5 \bar{\text{I}}\text{ID.}]$   
 $\bar{\text{I}}\text{I. CCLXXVI a, f. } 6 \bar{\text{I}}\text{II. CXXV}] \bar{\text{I}}\text{II. DCXVI a; } \bar{\text{I}}\text{I. DCXVII}$   
 f;  $\bar{\text{I}}\text{I. CXX c. } 9$  si quidem . . . triplices in margine d. ||  
 sesquialteros creant s. || *Post sesquitercios addit et qua-*  
*drupli sesquartos f. 10 multiplices cuncti a, c, s. 14 vero*  
*om. 1; supra versum b. 16 at om. a, b, c; atque r. || hoc*  
*om. s. || in om. d; supra versum a, c. || doctum a, f; ali-*  
*quem ductum s. 18 autem] enim d, r. 21 cuncta om. a.*  
 24 *Inscript. om. d. || particularibus f. 26 superparticulares a, f.*

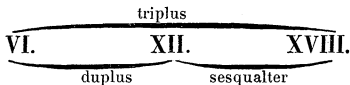
enim duplex ex sesquialtero sesquitertioque componitur et omnis sesquialter et sesquitercius duplicem iungunt. Nam ternarius sesquialter est duorum, quattuor vero sesquitercius ternarii, sed  $\cdot\text{III}\cdot$  duplex duorum.



Sic igitur sesquialter et sesquitercius unum duplicem componunt. At vero si fuerint medietas et duplex, inter duplicem et medium potest una medietas talis inveniri, quae ad alteram extremitatem sesquialtera sit, ad alteram sesquitercia. Altrinsecus enim positus senario et ternario, id est duplici et medietate, si quaternarius in medio conlocetur, ad ternarium numerum sesquiterciam continet rationem, ad senarium vero sesquialteram.

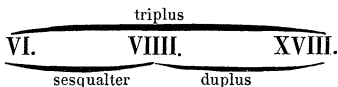


15 Recte igitur dictum est, et duplicem a sesquialtero sesquitertioque coniungi et has duas superparticularis species duplicem procreare, id est primam multiplicis quantitatis. Rursus ex prima multiplicis specie id est ex duplici et prima superparticularis id est sesquialtera, continens multiplicis species id est tripla coniungitur. Namque  $\cdot\text{XII}\cdot$  senarii numeri duplex est,  $\cdot\text{X}\cdot$  vero et  $\cdot\text{VIII}\cdot$  ad duodenarium sesquialter, qui ad senarium numerum triplus est.



4 quattuor b, quattuor d, f.      6 Si *mutatum in* Sic a.  
7 fuerit f, l.      9 sit] fit a, b, r, s.      12 tertium *corr. in*  
ternarium a.      15 dictum est *om. d.*      18 multiplici d.  
19 superpartulari a, r; s *ex corr. addito s.* || sesquialteram f.  
20 multiplici *corr. in* multiplicis a. || coniungit c.      21 duo-  
decimus c, duodecim d, f, l. || numeri *om. s.* || dupla a, f;  
dupla *et supra* a us d, r; duplex *et supra versum* 1 pla b. ||  
decem vero et octo b, d, f.

Et si positis eisdem ·VI· et ·XVIII· novenarius numerus in medietate ponatur, erit ad senarium sesquialter, qui ad ·XVIII· duplus est, et ad senarium ·XVIII· triplus est.



5

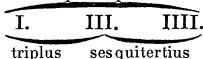
Ex duplici igitur et sesquialtero triplex ratio proportionis exoritur, et in eas rursus resolutione facta revocatur. Si autem hic, id est triplus numerus, qui est species secunda multiplicis, secundae speciei superparticularis aptetur, quadrupli continuo forma contextitur. Et in easdem rursus partes naturali partitione solvetur secundum modum, quem superius demonstravimus. Si vero quadruplus sese ac sesquiquartus adglomerent, quincuplus continuo fiet, et si quincuplus cum sesquiquinto, mox sescupli proportio coniugabitur, atque ita secundum hanc progressionem cunctae multiplicis species sine ulla rati ordinis permutatione nascentur, ita ut duplus cum sesquialtero triplicem creet, triplus cum sesquitercio quadruplum, quadruplus cum sesquiquarto quincuplum et eodem modo, ut nullus hanc continuationem finis inpediat.

10

15

20

1 sex c. || numerus om. a, c, r. 2 medietate] medio f. || ponitur d. || eritque d. 3 octavum decimum s. 4 est om. d. Post est addit secundum subiectae figurae formulam r, secundum subiectae figuram formulae s. 6 duplo in litura r; dupli corr. in duplici a. || ratio supra versum b. 10 aptatur f. || Post contextitur addit



l; I. III. IIII. et in margine a] III.

VIII. XII. b; in margine III. VIII. XII. d. 14 Post fiet addit IIII. XVI. XX. b; una cum arcubus et inscriptionibus l; in margine d. 15 coniugabitur a, n rasura deleto r; coniungitur b, l; coniungetur c, f. || Post coniugabitur addit V. XXV. XXX. b; una cum arcubus et inscriptionibus l; in margine d. 17 rati om. c, d, f, r, s; ratione a; rati supra versum b. 18 creat s. || et triplus a, c, r, s. 19 quadruplus ... quincuplum om. a. 20 fini corr. in finis a.

*De per se constante quantitate, quae in figuris geometricis consideratur; in quo communis ratio omnium magnitudinum.*

III. Haec quidem de quantitate, quam secundum ad [?] 5 aliquid speculamur, ad praesens dicta sufficiant. Nunc autem in hac sequentia quaedam de ea quantitate, quae per se ipsam constat, neque ad aliquid refertur, expediam, quae nobis ad ea prodesse possint, quae post haec rursus de relata ad aliquid quantitate tractabimus. Amat 10 enim quodammodo matheseos speculatio alterna probationum ratione constitui. Nunc autem nobis de his numeris sermo futurus est, qui circa figuras geometricas et earum spatia demensionesque versantur, id est de linearibus numeris et de triangularibus vel quadratis ceterisque, quos 15 sola pandit plana demensio, nec non de inaequali laterum compositione coniunctis; de solidis etiam, id est cybis et sphericis vel pyramidis, laterculis etiam vel tignulis et cuneis, quae omnia quidem geometricae propriae considerationis sunt, sed sicut ipsa geometriae scientia ab 20 arithmetica velut quadam radice ac matre producta est, ita etiam eius figurarum semina in primis numeris invenimus, planum siquidem fecimus, quod omnes disciplinas haec interempta consumeret, quas minime constituta firmaret. Hoc autem cognoscendum est, quod haec signa 25 numerorum, quae posita sunt, quae nunc quoque homines in summarum designatione describunt, non naturali institutione formata sunt. Ut enim quinarum subiectam no-

1 *Titulum om.* d; De per se . . . in quo *om.* b, c, l, r et s, in quo Tertium thema incipit. 2 *consideratur om.* f. 5 *speculamur f.* 7 *ipsa d.* 9 *aliquid]* aliud f, l. 10 *alter corr. in alterna a.* 13 *dimensionesque c, d, l.* 14 *de ante triangularibus om. d.* 16 *cybis s.* 17 *sphericis r, s.* 18 *propriae]* Fortasse legendum proprie. 19 *geometricae a, c, r, s.* 24 *infirmeret b, c; non firmaret a; firmaret post liburam l; firmaret addito ex corr. in r.* 25 *quae om. a; supra versum d, r; punctis subnotatum b. || sunt punctis subnotatum b, stunc d.*

tulam fingant de  $\cdot V \cdot$ , vel denarii, quam descripsimus, id est de  $\cdot X \cdot$ , et alias huiusmodi non natura posuit, sed usus adfinxit. Quinque enim unos, vel decem vel quotlibet alios illis notulis pro compendio notare voluerunt, ne, quot unitates quis monstrare vellet, totiens ei virgulae duce-<sup>5</sup> rentur. Nos autem, quotienscunque aliquid monstrare volumus, in his praesertim formulis, ordinarum virgularum multitudinem non gravamur apponere. Cum enim quinque volumus demonstrare, facimus quinque virgulas ducimusque eas hoc modo  $\cdot IIIII \cdot$  et cum septem, totidem,<sup>10</sup> et cum decem, nihilo minus, quia naturalius est quemlibet numerum, quantas in se retinet, tot unitatibus assignare quam notulis. Est igitur unitas vicem obtinens puncti, intervalli longitudinisque principium; ipsa vero nec intervalli nec longitudinis capax, quemadmodum punctum principium quidem lineae est atque intervalli, ipsum<sup>15</sup> vero nec intervallum nec linea. Neque enim punctum puncto superpositum ullum efficit intervallum, velut si nihil nulli iungas. Nihil enim est, quod ex nullorum procreatione nascatur. Eadem quippe etiam circa aequalitates proportio manet. Nam si quotlibet fuerint termini<sup>20</sup> pares, tantum quidem est a primo ad secundum, quantum a secundo ad tertium, sed inter primum et secundum vel secundum et tertium nulla est intervalli longitudo vel spatium. Si enim tres senarios ponas, hoc modo:<sup>25</sup> VI. VI. VI. quemadmodum primus est ad secundum, sic est secundus ad tertium, sed inter primum et secundum

1 fingant] signant a, l, s; fingant et supra versum a] signant b. || de  $\cdot V \cdot$ ] id est  $\cdot V \cdot$  f. || vel] et de || id est punctis subnotatum b. 2 de  $\cdot X \cdot$ ] de om. a, d, f. || possuit r, possunt corr. in posuit a. 3 adfixit d. || unos]  $\cdot V \cdot$  nota f. || vel decem  $\cdot X \cdot$  f, l; in margine r; vel  $\cdot X \cdot$  a, b, c, s. || quotlibet r; quolibet corr. in quoslibet a. 4 quot] quotiens l, s; quoti et supra versum ens r; quot punctis subnotatum et supra versum a] quotiens b. 5 toties r, s. 6 quotiescunque r, s; quotiens d, f. 9 faciemus f, facimus in litura r. ||  $\cdot V \cdot$  a, r, s. 10 ducemusque f. ||  $\cdot VII \cdot$  a, c, r, s. 11  $\cdot X \cdot$  a, c, r, s. || quia] quam c. 13 designare a, c, r, s. 22 est om. a. 25  $\cdot III \cdot$  c. 27 est om. a, s.

nihil interest. ·VI· enim et ·VI· nulla spatii intervalla dis-  
 iungunt. Ita etiam unitas in se ipsa multiplicata nihil  
 procreat. Semel enim unum nihil aliud ex se gignit, quam  
 ipsa est. Nam quod intervallo caret, etiam vim gignendi  
 5 intervalla non recipit, quod in aliis numeris non videtur  
 evenire. Omnis enim numerus in se ipsum multiplicatus  
 alium quendam efficit maiorem, quam ipse est, idcirco,  
 quoniam intervalla multiplicata maiore sese spatii proxi-  
 tate distendunt. Id vero, quod sine intervallo est, plus quam  
 10 ipsa est pariendi non habet potestatem. Ex hoc igitur  
 principio, id est ex unitate, prima omnium longitudo suc-  
 crescit, quae a binarii numeri principio in cunctos sese  
 numeros explicat, quoniam primum intervallum linea est.  
 Duo vero intervalla sunt longitudo et latitudo, id est linea  
 15 et superficies. Tria vero intervalla sunt: longitudo, lati-  
 tudo, altitudo, id est linea, superficies atque soliditas.  
 Praeter haec autem alia intervalla inveniri non possunt.  
 Aut enim unum intervallum erit, quod longitudo est, aut  
 aliquid duobus intervallis expositum est, ut si qua res lon-  
 20 gitudinem habeat et latitudinem, vel trina intervalli de-  
 mensione porrigitur, si longitudine altitudine latitudine-  
 que censetur; supra quae adeo nihil inveniri potest, ut ipso-  
 rum ·VI· motuum formae ad intervallorum naturas et nu-  
 merum componantur. Unum enim intervallum duos in se  
 25 continet motus, ut in tribus intervallis sex sese motuum  
 summa conficiat hoc modo: Est enim in longitudine ante  
 et retro, in latitudine sinistra et dextera, in altitudine  
 sursum ac deorsum. Necessae est autem, ut quicquid fue-  
 rit solidum corpus, hoc habeat longitudinem latitudinem-  
 30 que et altitudinem, et quicquid haec tria in se continet,

2 nil f. 3 nil b, f. 9 vero] circo *corr. in vero a.*  
 10 ipsa *corr. in ipsum a, s.* 13 explicabit d, f. 15 vero]  
 ergo s. || longitudo et latitudo et altitudo a; longitudo lati-  
 tudo et altitudo s. 16 linea *supra verum r.* || linea et c,  
 s; et *supra verum r.* 19 aliquid, quod c, f, l, s; quod *su-  
 pra verum r.* 21 latitudine altitudineque s. 22 supra-  
 que a, l. 23 sex d, f. 26 summa *supra verum s.* || con-  
 ficiet d; conficiat summa r. 29 latitudinem, *omisso* que, a,  
 c, d, f, r. 30 in se *om. c.*

illud suo nomine solidum vocetur. Haec enim tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versantur, et in natura corporum constituta sunt. Quare quicquid uno intervallo caret, illud corpus solidum non est. Nam quod duo sola intervalla retinet, illud superficies appellatur. <sup>5</sup> Omnis enim superficies sola longitudine et latitudine continetur. Et hic eadem illa conversio remanet. Omne enim quod superficies est, longitudinem et latitudinem retinet, et quod haec retinet, illud est superficies. Haec autem superficies uno tantum intervallo solidi corporis demen- <sup>10</sup> sione superatur, quae uno rursus intervallo lineam vincit, quae longitudinis naturam retinens latitudinis expers est; quae linea, quod unius est intervalli sortita naturam, a superficie uno intervallo, a soliditate duobus spatiis vincitur. Punctum igitur alio rursus intervallo a linea vinci- <sup>15</sup> tur, ipsa scilicet, quae reliqua est, longitudine. Quare si punctum uno quidem intervallo a linea supergreditur, idem a superficie vincitur duobus, tribus vero intervalli demensionibus a soliditate relinquatur, constat punctum ipsum sine ulla corporis magnitudine vel intervalli demen- <sup>20</sup> sione, cum et longitudinis et latitudinis et profunditatis expers sit, omnium intervallorum esse principium et natura insecabile, quod Graeci atomon vocant, id est ita deminutum atque parvissimum, ut eius pars inveniri non possit. Est igitur punctum primi intervalli principium, <sup>25</sup> non tamen intervallum, et lineae caput, sed nondum linea, sicut linea quoque superficiei principium est, sed ipsa superficies non est, et secundi intervalli caput est, secundum tamen intervallum ipsa non retinet. Idem quoque et

5 -II. a, l, r, s. || retinent d. 6 continet c. 9 superficies -est c. 10 tanto *et supra verum* l̄ tum b; tanto *et supra* o v̄ f. 13 quod] quia c, f; eo quia s. 14 spatiis intervallis a, spatii intervallis *et supra verum* a l̄ spatiis b; intervallis, *omisso* spatiis, f. 18 idemque f; idem, *addito ex corr.* que a. 20 ullo c. 21 profundi a; profundi *et supra verum* tatis r. 23 ATOMON l; atomum d. || quod est ita l; id est ita *et supra* id l̄ qd̄ b. 25 primi punctum a; primi *om.* c, r, s; *supra verum* d. 26 sed nondum] non tamen d. 28 est *post caput om.* a, c, r, s.

in superficiei rationem cadit, quae et ipsa solidi corporis et triplicis intervalli naturale sortitur initium, ipsa vero nec trina intervalli demensione distenditur, nec ulla crassitudine solidatur.

5

*De numero lineari.*

V. Sic etiam in numero unitas quidem, cum ipsa linearis numerus non sit, in longitudinem tamen distenti numeri principium est, et linearis numerus, cum ipse totius latitudinis expers sit, in aliud tamen spatium latitudinis extenti numeri sortitur initium. Superficies quoque numerorum, cum ipsa solidum corpus non sit, additi tamen latitudini solidi corporis caput est. Hoc autem planius his exemplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans adiecta semper unitate in unum eundemque ductum quantitatis explicata congeries, ut est id, quod subiecimus.

II. III. IIII. IIIII. IIIIII. IIIIIII. IIIIIIII.

*De planis rectilineis figuris, quodque earum triangulum principium sit.*

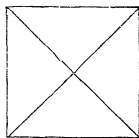
20

VI. Plana vero superficies in numeris invenitur, quotiens a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine insequentium se naturalium numerorum multitudine

1 superficiei d. || rationem *ex corr.* additum d, r; ratione a. || cadit ratione f. || cadat c. 5 Titulum om. d. || linearum c, r, s. 7 longitudine f. || tamen om. l; tantum c. 11 additi] in margine: in a] addita b; additi et supra i & a l. 12 latitudini] altitudini in litura r, altitudine s; in margine altitudini b, altitudine l. || autem] est puncto subnotatum et supra verum autem f. 13 licebit corr. in liquebit a. 15 explicata f. 17 Ab .I. initium faciunt r, s; IIIIIIIII om. s; IIII. IIII. IIII. a; II. IIII. III. III. et supra verum II II II II II II II II II b, l; virgulae ductae sunt viginti et una in c, duodecim in d, triginta quattuor in f. 18 Titulum om. d. || quoque f. || triangulus a, l; triangulum f. 19 principium f. || sit om. f. est principium a, b. 20 quoties a. 22 in insequentium a, d. || multitudinem f.

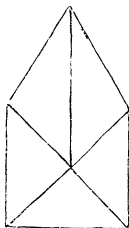


anguli dilatantur, ut sit primus triangulus numerus, secundus quadratus, tertius qui sub quinque angulis continetur, quem pentagonum Graeci nominant, quartus exagonus, id est qui sex angulis includitur et ceteri eodem modo singillatim per naturalem numerum angulos au-<sup>5</sup>geant in plana scilicet descriptione figurarum. Hi vero idcirco a ternario numero inchoant, quod latitudinis et superficiei solus ternarius principium est. In geometria quoque idem planius invenitur. Duae enim lineae rectae spatium non continent. Et omnis triangularis figura vel<sup>10</sup> tetragoni vel pentagoni vel exagoni vel cuiuslibet, qui pluribus angulis continetur, si a medietate per singulos angulos lineae producantur, tot eum dividunt trianguli, quot ipsam figuram angulos habere contigerit. Quadratum enim ita ductae lineae in quattuor, pentago-<sup>15</sup>num in quinque triangulos, exagonum in sex et ceteros in suorum angulorum modo mensuraque per triangulos partiuntur, ut est subiecta descriptio: quadratus in quattuor triangulos divisus, pentago-



nus in V triangulos divisus,

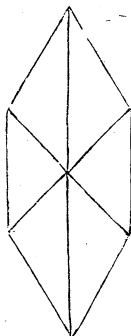
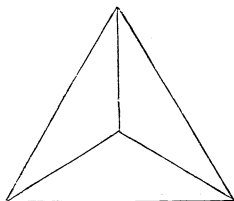
20



2 · V · a, b, l. 5 singulatim a, c, s. 8 geometrica a, c, d, l, r, s. 9 enim om. a. 10 spatium latitudinis s. || triangulares c. || figura om. c, figurae s. 11 qui] quae c. 16 triangulos om. a, d, f. 18 quadratus etc.] Hanc et sequentes inscriptiones om. d, f; prima tamen videtur in d rasura esse deleta, f addit: tetragona. 19 pentagonus] Figuram pentagoni regularis habet s.

exagonus in sex triangulos divisus. At vero triangula figura, cum eam quis ita dividerit, in alias figuras non resolvitur, nisi in se ipsam. In tria enim triangula dissipatur.

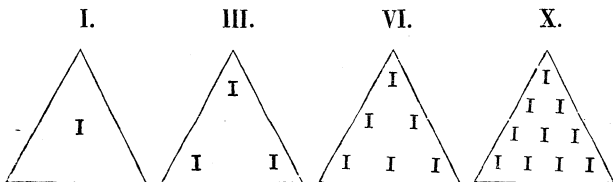
5 Triangulus in tres triangulos divisus:



Adeo haec figura princeps est latitudinis, ut ceterae omnes superficies in hanc resolvantur, ipsa vero, quoniam nullis est principiis obnoxia neque ab alia latitudine sumpsit initium, in sese ipsam solvatur. Idem autem et in  
10 numeris fieri, sequens operis ordo monstrabit.

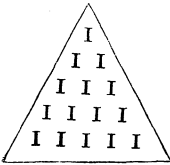
*Dispositio triangulorum numerorum.*

VII. Est igitur primus triangulus numerus, qui in solis tribus unitatibus dissipatur secundum superficiei positionem, triangula scilicet descriptione, et post hunc quicun-  
15 que aequalitatem laterum in trina laterum spatia segregant.

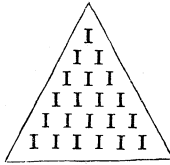


1 exagonus] *Figuram exagoni regularis habent d, s.* 3 in se om. c. 5 Triangulus etc.] *Hanc inscriptionem om. c, d, f, l.* 6 Ideo f. 8 est om. c. || obnoxia principiis c. 9 ipsa a, b, c, d, f, l, s; *vide supra versum quartum et septimum.* 10 operis om. c. || ordo operis s. 11 Titulum om. c, d. 12 numerus om. d. 15 Post segregant addunt: *iuxta subiectas discriptionis formulas r, s.* 16 Numeros om. c, d, f.

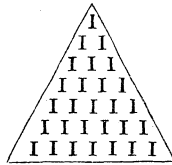
XV.



XXI.



XXVIII.



*De lateribus triangulorum numerorum.*

VIII. Ad hunc modum infinita progressio est, omnesque ex ordine trianguli aequilateri procreabuntur, primum omnium ponenti quod ex unitate nascitur ut haec vi<sup>5</sup> sua triangulus sit, non tamen etiam opere atque actu. Nam si cunctorum mater est numerorum, quicquid in his, quae ab ea nascuntur, numeris invenitur, necesse est ut ipsa naturali quadam potestate contineat. Et huius trianguli latus est unitas. Ternarius vero, qui primus<sup>10</sup> est opere et actu ipso triangulus, crescente unitate binarium numerum latus habebit. Vi enim et potestate primi trianguli, id est unitatis, unitas latus est, actu vero et opere trianguli primi, id est ternarii, dualitas, quam Graeci dyada vocant. Secundi vero trianguli, qui opere<sup>15</sup> atque actu secundus est, id est senarii, crescente naturali numero in lateribus ternarius invenitur; tertii vero, id est denarii, quaternarius latus continet;

1 Descriptionem numeri ·XXVIII· om. d. 2 Titulum om. d.  
 3 VIII. om. f. || in infinita a, b, c, d; in infinitum l. ||  
 omnisque f. 4 ex om. a, d, f; supra versum r. 5 po-  
 nenti] ponent f, s; in s tamen i rasura est deletum. Supra  
 versum: In a. ponent id b; tibi d. || ·VI· sua a. 6 sua  
 om. c. 8 quae] Coniicias qui esse legendum. 11 ipse l;  
 ipso, o in a mutato s; in c. || triangulos c, s. 13 unitas  
 supra versum a.

quarti vero, id est ·XV·, quinarium latus tenet, et quinti senarius idemque est usque in infinitum.

*De generatione triangulorum numerorum.*

VIII. Nascuntur autem trianguli disposita naturali  
5 quantitate numerorum, si prioribus semper multitudo sequentium congregetur. Disponatur enim naturalis numerus hoc modo:

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII.

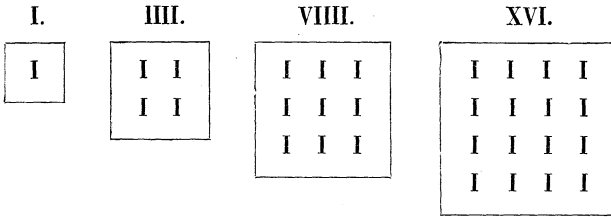
Ex his igitur si primum sumam, id est unitatem, habeo  
10 primum triangulum, qui est vi et potestate, nondum etiam actu nec opere. Huic si secundum adgrega-  
vero, qui in naturali numerorum dispositione descriptus est, id est binarium, primus mihi triangulus opere et actu nascitur, id est ternarius. Si vero huic tertium ex naturali  
15 numero adiecero, secundus mihi opere et actu triangulus procreatur. Super unum enim et duo si tertium, id est ternarium adgrega-  
vero, senarius extenditur, secundus scilicet triangulus. Huic vero si consequentem quaternarium superposuero, denarius explicatur, qui est tertius actu  
20 triangulus, quos per latera disponens ad superioris descriptionis exemplar cunctos triangulos numeros sine ullius dubitationis erroribus pernotabis. Et quantas ultimus numerus in se unitates habet, quem superioribus adgregabis, tot ipse, qui fit triangulus, unitates habebit in

1 et quarti a, b, c, d, l, s. || vero *inductum* a; enim f. || quarti vero . . . latus tenet *om.* d, r; *sed in r in margine leguntur* quarti vero . . . quinarium et eadem, quae *infra ex s allata sunt.* || quindenarii continet latus quinarium f. || tenet] continet l. || quinti, id est ·XXI· s. 2 idemque usque in infinitum] sexti deinde id est vicenarii et octavi septenarius latus continet eodemque modo usque [in r] infinitum propagetur s. || est *om.* a, d, f, r. || usque *om.* r. 3 *Titulum om.* d. 4 VIII. *om.* f. || Noscuntur r. || naturali *supra versum* d. 6 congregatur, a *mutato in* e, a. 9 primum triangulum a, c, s; triangulum *supra versum* b, r. 13 mihi *om.* c. 18 consequentem] sequentem c. 19 explicabitur a. 20 per] super a. || superius f.

latere. Nam ternarium, qui est primus actu triangulus, adiecto binario unitati feceramus; et hic duos habet in latere. Et senarium his adiecta ternarii quantitate produximus, cuius latus soli tres continent; et idem in aliis cunctis, quot unitates habentem numerum superioribus 5 adgregabis, tot unitatibus eius latera continebuntur.

*De quadratis numeris.*

X. Quadratus vero numerus est, qui etiam ipse quidem latitudinem pandit, sed non tribus angulis ut superior forma, sed quattuor ipse quoque aequali laterum demensione porrigitur. Sunt autem huius modi:



*De eorum lateribus.*

XI. Sed in his quoque secundum naturalem numerum laterum augmenta succrescunt. Primus enim vi et potentia quadratus, id est unitas, unum habet in latere; secundus vero, qui actu primus est, id est quattuor, duobus per latera positus continetur; tertius vero, id est VIII., qui secundus est opere, tribus in latere positus 20 adgregatur. Et ad eandem sequentiam cuncti procedunt.

2 et] at a, c, d, f, r, s. || duo f, duas d. 7 *Inscript. om. d. De numeris quadratorum f.* 9 non in tribus a, b, c, l, s; in *supra versum r.* 10 *III. c.* 12 *Numeros om. c, d, f, l, r, s.* 13 *In f. addita est descriptio numeri XXV.* 14 *Inscript. om. d. De lateribus eorum f.* 15 *naturalem om. a.* 18 *secundus vero quadratus s. || est post primus om. a, c, d, f, r, s. || III. c, s.* 20 *novem l, f.* 21 *praecedunt a, precedunt c.*

*De quadratorum numerorum generatione rursusque de  
eorum lateribus.*

XII. Nascuntur autem tales numeri ex naturalis numeri dispositione, non quemadmodum superiores trianguli, ut ordinatis ad se invicem numeris congregentur, sed uno semper intermisso, qui sequitur, si cum superiore vel superioribus colligatur, ordinatos ex se quadratos efficiant. Disponatur enim numerus naturalis hoc modo:

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X. XI.

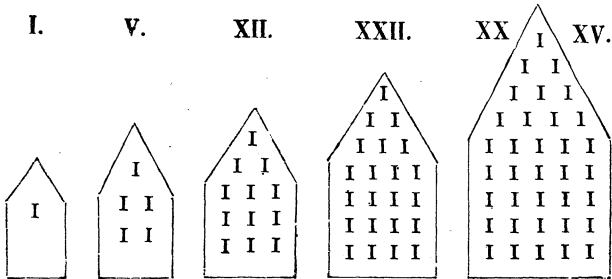
Ex his igitur si unum respiciam, primus mihi natus est potestate quadratus. Quod si uno relicto priori tertium iunxero secundus mihi quadratus efficitur. Nam si uni relicto binario ternarium adposuero, quaternarius mihi quadratus exoritur. Quod si rursus relicto medio quaternario quinarium similiter adgregavero, quadratus mihi tertius, id est novenarius, procreatur. Unus enim et III. et V. VIII. colligunt. At vero si his intermisso senario septenarium iungam tota in sedecim summa concrescit, id est quarti quadrati numerositas. Et ut breviter huius forma procreationis appareat, si cuncti in pares sibimet adponantur conlocato scilicet naturali numero, quadratorum ordo texetur. Est etiam in his haec naturae subtilitas et inmutabilis ordinatio, quod tot unitates unusquisque quadratorum retinebit in latere, quanti fuerint numeri ad coniunctionem propriam congregati. Nam in primo quadrato, quoniam ex uno fit, unus est in latere, in secundo, id est quaternario, quoniam ex uno et tribus

1 *Inscript. om. d.* || genere f. || et rursus f. 3 Nascuntur r. 6 vel superioribus *om. d.*, vel cum superioribus f. 7 efficiet a, c, f, r, s. 12 uni] uno a, c, d, r, s; uno *et supra o i b.* 14—15 quadratus . . . aggregavero *in margine inferiore r.* 17 tres . . . quinque . . . novem d, f. || collegunt a, l, r. || in his, in *inducto*, a, *rasura deleta*, s. 23 stabilitas a *et supra versum sec. manu:* subtilitas; stabilitas vel subtilitas c; subtilitas *et supra versum:* In a stabilitas b, r. || immobilis a, c, s; inmutabilis *et supra versum* et immobilis b; immotabilis r.

procreatur, qui duo sunt termini, binario latus textitur. Et in novenario, quoniam tribus numeris procreatur, latus ternario continetur, atque idem in aliis videre licet.

*De pentagonis eorumque lateribus.*

XIII. Pentagonus vero numerus est, qui ipse quidem 5 in latitudinem secundum unitatem descriptis quinque angulis continetur. Cunctis scilicet lateribus aequali demensione dispositis. Sunt autem hi I. V. XII. XXII. XXXV. LI. LXX. Eodem quoque modo eorum latera succrescunt. Nam primi potestate pentagoni, id est unius, 15 idem unus spatium lateris tenet, secundi vero quinary, qui est actu ipso atque opere primus pentagonus, bini per latera fixi sunt; tertius vero, id est XII., tribus in latus auctus est; quartus XXII. quattuor numerorum in latere quantitate distenditur; atque idem in ceteris secundum 20 unitatis progressionem. In naturali scilicet numero secundum superiorum figurarum incrementa tenduntur.



1 II. a, l, r, s. 3 videri a, b, c, l, s. || liceat s. 4 Inscript. om. d. || lateribus] generationibus f. 5 XII. l. 6 in supra versum a. || latitudine a. || quidem V. a, s. || V. angulis c. 16 unū in litura s. || secundus a; secundi et supra versum 1 dus b; secundi in litura r. || vero om. f. 18 duodecim f. 20 distenditur quantitate a, c, r, s. || ostenditur corr. in distenditur r. || in ceteris idem f. 22 superiori c. || tendentur mutatum in tenduntur a. 23 Numeros om. c, d. 24 In d addita est descriptio numeri LI. In s pentagoni angulos quoque aequales habent.

*De generatione pentagonorum.*

XIII. Nascuntur autem hi numeri, qui extensi in latitudinem ·V· angulos pandunt, ab eadem naturalis numeri quantitate in se coacervata, ita ut duobus semper  
 5 interiectis numeris superiori vel superioribus vincens ternario eum, cui iungendus est, adgregetur. Namque unitati intermissis duobus et tribus si ·III· iungas, qui tribus ipsam superant unitatem, quinario pentagonus procreabitur. Post ·III· vero si intermisso quinario et senario  
 10 septem adgreges, duodenarium pentagonum procreabis. Namque unus et ·III· et ·VII· numeri ·XII· explebunt. Hoc etiam in aliis fiet. Nam si ·X· vel ·XIII· vel ·XVI· vel ·XVIII· vel ·XXII· vel ·XXV· superioribus cunctis adiunxeris, eodem quo superius modo pentagoni fient, secundum  
 15 superiorem descriptionem: XXII· XXXV· LI· LXX· XCII· CXVII.

*De exagonis eorumque generationibus.*

XV. Exagoni autem, qui sex angulis, et eptagoni, qui ·VII· rursus lateribus continentur, secundum hunc modum eorum laterum augmenta succrescunt. Namque in  
 20 trianguli numeri natura procreationeque ipsos numeros iungebamus qui sese in naturali dispositione sequerentur et se tantum unitate transirent. Quadrati vero numeri, id est tetragoni, procreatio fiebat ex numeris, qui uno  
 25 intermisso copulabantur, cum se binario superarent. Pentagoni vero natura fuit ex duobus interpositis relictis-

1 *Inscript. om. d.* 2 XIII. I. || numeri *supra versum a.* || in latitudinem] *in margine* vel longitudinem a; *in contextu* c, f. 4 sese a, c, f, r, s. 7 ·III· c. || quatuor d, quatuor f. *itemque infra.* || subiungas d. 10 ·VII· c. || procreabis] adgregabis d. 11 septem ... duodecim d, f. 13 vel ·XXII· bis s. 15 ·XXII·] ·XXX· l. || ·XXXV·] ·XXXI· c. 17 *Inscript. om. d.* || generationibus] lateribus f. 18 XIII. l. 19 septem d, f. 20 Nam, *omisso* que a, b. 22 naturali numeri dispositione f.



que, qui se ternario vincerent. Secundum talia quoque augmenta exagonorum vel eptagonorum vel octagonorum vel novem laterum figura vel ·X· quotlibet aliorum competenti progressionem conficitur. Ut enim in pentagono duobus intermissis eos iungebamus, qui se ternario superarent, 5 nunc in exagono tribus intermissis eos iungemus, qui se quaternario transeant, et erunt quidem eorum radices et fundamenta, ex quibus iunctis omnes exagoni nascuntur: I. V. VIII. XIII. XVII. XXI. et ad eundem ordinem consequentes. Atque ab his sex angulorum formae nascuntur: 10 I. VI. XV. XXVIII. XLV. LXVI. quos ad superiorem modum scilicet descriptos in propriis ordinibus pernotabis.

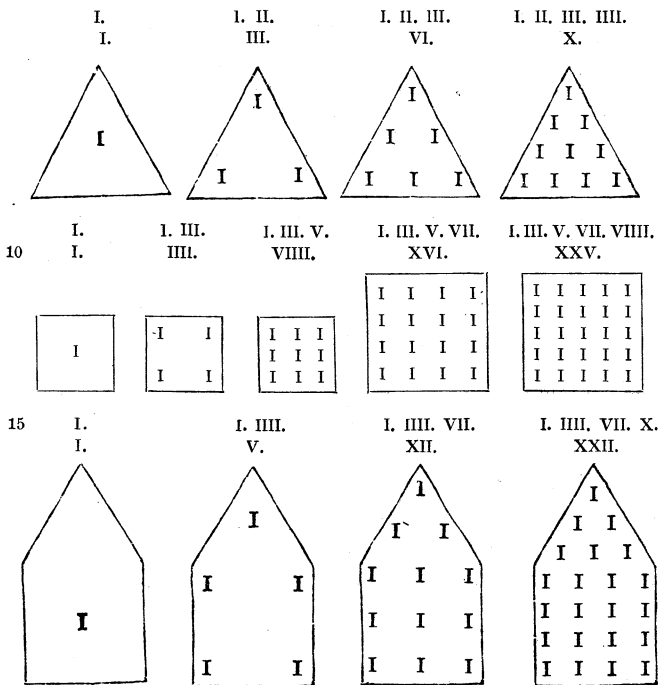
*De eptagonis eorumque generationibus et communis omnium figurarum inveniendae generationis regula descriptionesque figurarum.*

15

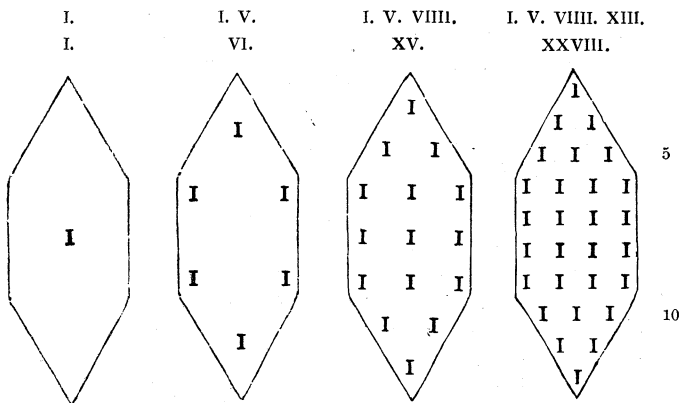
XVI. Septem vero angulorum figura est, cum ad eundem ordinem progressionis uno plus quam in sexangulorum figura numero intermisso superiori coniunxeris. Nam si quattuor interpositis, qui se quinario vincant, adgregaveris, eptagoni continuo figura nascetur, ut hi 20 numeri sint eorum radices et, ut superius dictum est, fundamenta: I. VI. XI. XVI. XXI. Qui vero ex his constant, hi sunt: I. VII. XVIII. XXXIII. LV. Novem vero angulorum secundum eundem ordinem forma procreatur ita, ut secundum aequalem progressionem primi quoque 25 eorum numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri, quae prima superficiei figura est, uno sese tantum numeri praecedunt, qui scilicet, eorum naturam descriptionem-

1 quoque talia a, c, s. 2 vel eptagonorum *om.* a, b, c, d, l; *supra versum* r. || octagonorum d, f. 3 decem d, f. || quodlibet r. 7 radices eorum d. 9 ·VIII· ·VIII· c. 12 propriis] his a. 13 *Inscript.* *om.* d. || pentagonis a, b. || communi f. || omnium *om.* a, b, f. 14 *veniendae* l. || descriptionesque figurarum *om.* c, f, r, s. || que *om.* l. 16 XV. l. 17 triangulorum a. 19 ·III· c; III<sup>or</sup> l; ·V· a. || sese c, r, s. 20 ut] et f. 21 numeri *om.* d, f; *in margine* r. || radices eorum d. 25 primum *corr.* in primi a. 27 quae prima . . . numeri *in margine* r. || numero d.

que perficiunt; in tetragono vero, qui secundus est, duobus sese iuncti numeri vincunt, et in pentagono tribus et in exagono .IIII. et in eptagono quinque, huiusque rei nullus est modus. Hoc autem nos subiectarum formarum 5 descriptiones docebunt.



1 vero om. b, c, l. 3 quatuor d, f. || .V. c. 4 formarum om. s. || subiectarum descriptiones nos s. 6 Ab .I. usque ad .XI. f. Numeros omnino om. d, ubi tres tantum trianguli, duo tetragoni, duo pentagoni, duo exagoni, sed etiam duo eptagoni et duo octogoni reperiuntur. Numeros omittit quaternasque cuiusque generis figuras describit s. 8 f addit .XV. eiusque figuram. 9 Ab .I. usque ad .XI. f. 11 f addit .XXXVI. cum figura. 15 Ab .I. usque ad .XIII. f. 16 f addit .XXXV. cum figura.



*Descriptio figuratorum numerorum in ordine.*

**VII.** Similiter autem licebit et aliarum formarum, quae pluribus angulis continentur quantitates adscribere. Sed quoniam facilius oculis subiecta retinentur supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

Trianguli.	I. III. VI.	X.	XV.	XXI.	XXVIII.	XXXVI.	XLV.	LV.
Quadrati.	I. III. VIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIII.	LXIII.	LXXXI.	C. 20
Pentagoni.	I. V. XII.	XXII.	XXXV.	LI.	LXX.	XCI.	CXVII.	CXLV.
Hexagoni.	I. VI. XV.	XXVIII.	XLV.	LXVI.	XCI.	CXX.	CLIII.	CXC.
Septagoni.	I. VII. XVIII.	XXXIII.	LV.	LXXXI.	CXII.	CXLVIII.	CLXXXVIII.	CCXXXV.

1 *Ab I. usque ad XIII. f.* 2 XV. XXVIII. *om. f.* || *r addit XLV.*  
 I. V. VIII. XIII. XVII. *cum figura.* 13 *Inscript. om. s.* || *num-  
 erorum] eorum c, F. || in ordine om. f.* 14 XVI. l. 16 subiecta oculis F. || *retenentur r, continentur F. || super-  
 dictarum b.* 17 *subteriori f.* 18 *ponatur hoc modo s.* 19 LV. *om. c; r addit LXVI. Similiter infra c om. C.*  
 CXLV. CXC. CCXXXV. *r addit CXXI. CLXXVI. CCXXX.*  
 CCLXXXVI. 20 *Quadrati et quadranguli F.* 23 *Post  
 hunc versum addit r: Ogdogoni I. VIII. XXI. XL. LXV.*  
 XCVI. CXXXIII. CLXXVI. CCXXV. CCLXXX. CCCXLI.

*Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant, inque eo quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit.*

XVIII. His igitur ita sese habentibus quid in hac re  
 5 sit consequens vestigemus. Omnes enim tetragoni, qui  
 sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi, ex su-  
 perioribus triangulis procreantur illorumque collectione  
 quadrati figura componitur. Quattuor enim tetragonus  
 fit ex uno et tribus, id est ex duobus superioribus trian-  
 10 gulis; novenarius vero ex tribus et sex, sed utrique  
 sunt trianguli; at  $\cdot\text{XVI}\cdot$  ex decem et sex; et  $\cdot\text{XXV}\cdot$  ex  $\cdot\text{X}\cdot$   
 et  $\cdot\text{XV}\cdot$ . Idemque in sequenti ordine quadratorum constans  
 atque inmutabile repperitur. Pentagonorum vero  
 summae conficiuntur ex uno super se tetragono et altrin-  
 15 secus triangulo constituto. Nam quaternarius pentagonus  
 ex quaternario super se posito tetragono et ex uno, qui  
 in triangulorum ordine ponitur, adgregatur.  $\cdot\text{XII}\cdot$  vero  
 pentagonus ex novenario super se quadrato et tribus, se-  
 cundo triangulo, nascitur.  $\cdot\text{XXII}\cdot$  vero ex  $\cdot\text{XVI}\cdot$  et  $\cdot\text{VI}\cdot$ ,  
 20 quadrato scilicet atque triangulo; et  $\cdot\text{XXXV}\cdot$  ex  $\cdot\text{XXV}\cdot$   
 et  $\cdot\text{X}\cdot$ . Et in ordinem ad eundem modum intuentem nulla  
 cunctatio contrarietatis impedit. At vero si exagonos

1 numeris *om.* b, l. || inque *om.* f; in eo F; in eoque r.  
 3 *Post sit addit* b: pertinens ad fig. 1: pertinens ad figu-  
 ram, *initium sequentis tituli.* 4 XVII. l. 5 investigemus s.  
 6 sunt *om.* c, s. || dispositi sunt c; sunt *supra versum* s. ||  
 ex superioribus *supra versum* F. 8 quadrata F. || Quater-  
 narius c, r, s. || enim] namque c. 10 novem a, d, f, r. ||  
 sed] qui r, s. 11 trianguli sunt c, r, s. || at] et c, r;  
*corr. in* at a. || sedecim d, f, F. || ex] e a, d. ||  $\cdot\text{X}\cdot$  et  
 $\cdot\text{VI}\cdot$  c, F, s; decem et  $\cdot\text{VI}\cdot$  d;  $\cdot\text{VI}\cdot$  et  $\text{X}\cdot$  r. ||  $\cdot\text{XXV}\cdot$  ex]  
 $\cdot\text{XXV}\cdot$  et e. 13 Pentagonum c. 14—16 et altrinsecus  
 . . . et ex uno *in margine* F. 15 Namque a, s. || quinque  
 a, d, f;  $\cdot\text{V}\cdot$  r; quaternarius *et supra versum* † quinque b. 16 quat-  
 tuor a, d, f;  $\cdot\text{III}\cdot$  F; quaternario *et supra versum* † quatuorb.  
 17 Duodecim f, F; Duodenarius s. 19 viginti vero duo F ||  
 ex]  $\cdot\text{X}\cdot$  F. || sedecim et sex d, f; sedecim et  $\cdot\text{VI}\cdot$  r. 21 de-  
 cem f. || ordinem] eodem ordine a. 22 cunctacio F. ||  
 impediat s.

librata examinatione perspicias, ex eisdem triangulis et super se positis pentagonis procreantur. Namque ·VI· exagonus ex quinario pentagono et uno, qui est in triangulorum ordine dispositus, nascitur. Nec alia est origo ·XV· exagoni nisi ex duodenario pentagono et ternario triangulo. Quod si ·XXVIII· rursus exagonum ex quibus superioribus nascatur addiscas, nullos invenies nisi ·XXII· pentagonum senariumque triangulum. Atque hoc in ceteris. Nec hunc geniturae ordinem eptagonorum procreatio refutabit. Namque ex super se exagonis et ex eminus positis triangulis procreantur. Septenarius enim eptagonus nascitur ex senario exagono et uno potestate triangulo; ·XVIII· vero eptagonus ex ·XV· exagono et ternario triangulo coniungitur; et ·XXXIII· ex ·XXVIII· scilicet exagono et senario triangulo; atque hoc in cunctis inoffensum repperire licet. Videsne igitur, ut primus omnium triangulus cunctorum summas efficiat et omnium procreationibus misceatur?

*Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem  
speculatio.*

20

XVIII. Hi vero omnes, si ad latitudinem fuerint comparati, id est trianguli tetragonis vel tetragoni pentagonis vel pentagoni exagonis vel hi rursus eptagonis, sine aliqua dubitatione triangulis sese superabunt. Nam si ternarium triangulum quaternario, vel quaternarium tetra-

2 super] sub c. || se om. r. || sex d, f, F; sex corr. in senarius r; senarius c, s. 5 quindenarii c, f, F, s. 6 rursum c. || exagonis f; exagonus F, quod haud scio an sit scribendum. 7 discas c. || nullas F. 10 super] per c. 11 Septem enim d, f, F; Septenarius, omissa enim, r; Nam septem a. 12 exagono om. d. 13 octodenarius s. || quindenarius c, s. 14 triangulo ternario d. || coniungatur f, F; coniugatur a, d. 15 exagono] pentagono a, c; pentagono et supra versum exagono b; exagono in litura r. || haec r. 16 repperiri d. || Vides, omissa ne a. 17 efficiet f, r, s. 19 Inscript. om. d. || Pertinens] speculatio F. || discriptiones F. 20 speculatio] pertinens F. 21 XVIII. l. || si et ad a. || comparati fuerint a. 23 vel hi] et hi F; vel ii a. 24 Namque d, f, F.

gonum quinario, vel quinarium pentagonum senario exagono, vel senarium septenario eptagono compares, primo se triangulo, id est sola transeunt unitate. At vero si senarius contra novenarium, vel hic contra XII., vel hic  
 5 contra XV., vel quindecim contra X. et VIII., pro inveniendis differentiis comparentur, secundo se triangulo, id est ternario superabunt. X. vero ad XVI. et XVI. ad XXII. et XXII. ad XXVIII. et XXVIII. ad XXXIII. si componas, tertio se triangulo vincent, id est senario. Atque hoc rite notabitur in aliis cunctis sequentibus sese per-  
 10 spectum omnesque se triangulis antecedent. Quare perfecte, ut arbitror, demonstratum est, omnium formarum principium elementumque esse triangulum.

*De numeris solidis.*

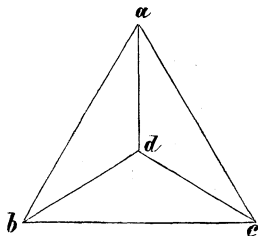
15 XX. Hinc vero ad figuras solidas facilius via est. Praecognito enim, quid in planis numerorum figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur, ad solidos numeros non erit ulla cunctatio. Sicut enim longitudini numerorum aliud intervallum, id est superficiem, ut latitudo ostenderetur, adiecimus, ita nunc latitudini si quis addat eam,  
 20 quae alias altitudo alias crassitudo alias profunditas appellatur, solidum numeri corpus explebit.

*De pyramide, quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum.*

25 XXI. Videtur autem, quemadmodum in planis figu-

3 unitate transeunt s, F. 4—5 duodecim . . . quindecim f, F. 5 vel XV. d, F. || decem et octo f; XVIII. d, r. 7 Decem f, F. 9 senario aderescente c. 10 perfectum c. 11 antecedunt F, s. 14 *Inscript. om. d.* De solidis numeris F. 15 XVIII. l. 16 praecognitis, *et supra versum* l to b; praecognitos; os *mutato in* is a; praecognitis c, d, f, l, r, s, F. || enim] vero c, s. || quid *in litura* r; quod c; quae s; quod *corr. in* quid a. 18 non erit ulla] nulla erit d. || cunctatio f. 19 ostendetur c, r. 20 adiecimus r. 22 explevit r, explevit *corr. in* explebit a. 23 *Inscript om. d.* || pyramida a, b, d, l. || sit *om. f.* || principium sit f. 24 sicut triangulus planarum *om. b, l.* || sicut] ut F. 25 XXI. *om. l.* || autem] enim c, s.

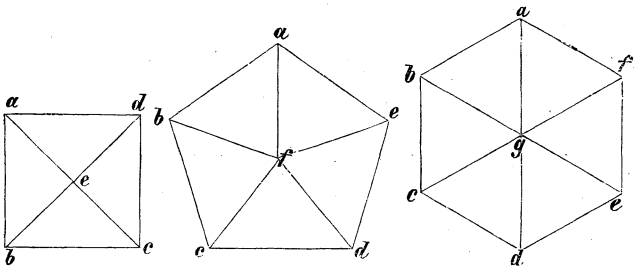
ris triangulus numerus primus est, sic in solidis, qui vocatur pyramis, profunditatis esse principium. Omnium quippe ratarum in numeris figurarum necesse est invenire primordia. Est autem pyramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens, alias a tetragona, alias a penta-<sup>5</sup> gona et secundum sequentium multitudines angulorum ad unum cacuminis verticem sublevata. Posito enim triangulo atque descripto si per tres angulos singulae lineae recte stantes ponantur, haeque tres inclinentur, ut ad unum medium punctum vertices iungant, fit pyramis,<sup>10</sup> quae, cum a triangula basi profecta sit, tribus triangulis per latera concluditur hoc modo: Sit  $\cdot a \cdot b \cdot c \cdot$  triangulum. Si huic igitur triangulo per tres angulos erigantur lineae et ad unum punctum convertantur, quod est  $\cdot d \cdot$ , ita ut  $\cdot d \cdot$  punctum non sit in plano, sed pendens, illae scilicet<sup>15</sup> lineae ad ipsum erectae verticem et quodammodo cacumen  $\cdot d \cdot$  facient et erit basis  $\cdot a \cdot b \cdot c \cdot$  unum triangulum, per latera vero tria triangula, id est unum triangulum  $\overline{a \cdot d \cdot b}$ , aliud vero  $\overline{b \cdot d \cdot c}$ , tertium  $\overline{c \cdot d \cdot a}$ .



1 quae F. 3 quippe ratarum] qui praedictarum a. ||  
 inveniri F. 5 a tetragona] latera tetragona r. || tetra-  
 gono a, b. || a pentagona] a *ex corr. addit* r. 6 Post  
 pentagona *addit* s: alias ab exagona, alias ab eptagona.  
 7 enim] autem f. 8 descripto] disposito r, s; disposito  
 vel descripto c. || si per] super, u *in i mutato* a. || III. c. ||  
 rectae lineae c. 9 rectae d, f, s. 10 vertice F. 11 qui  
*corr. in* quae a. || a *om.* a, b, c, l, r, s; *ex corr. add.* d. ||  
 perfecta f. 12 Fit c, r, s. || primum triangulum a. ||  
 triangulum *om.* s. 13 igitur huic F. 14 convertant c.  
 17 faciet a. 19  $\overline{a \cdot d \cdot b}$ ] a. b. c. s. || tertium vero d, f,  
 l, r, s, F. ||  $\overline{c \cdot d \cdot a}$ ] d. c. a. F. || Post  $\overline{c \cdot d \cdot a}$ . *addit* s: de-

*De his pyramidis, quae a quadratis vel a ceteris multi-  
angulis proficiscuntur figuris.*

XXII. Idem si a tetragona basi proficiscatur et ad  
unum verticem eius lineae dirigantur, erit pyramis quat-  
5 tuor triangulorum per latera, uno tantum tetragono in  
basi posito, super quam ipsa figura fundata est. Et si a  
pentagono surgant .V. lineae, quinque rursus pyramis  
triangulis continebitur, et si ab exagono, sex triangulis  
nihilominus; et quantoscunque angulos habuerit figura,  
10 super quam pyramis residet, tot ipsa per latera triangulis  
continetur, ut ex subiectis descriptionibus palam est.



*Solidorum generatio numerorum.*

XXIII. Dicuntur autem huiusmodi pyramides hoc  
15 modo: prima pyramis de triangulo, secunda pyramis de

scribitur hoc modo triangula pyramis s. 2 proficiscuntur  
figuris a. || figuris om. F. 3 XXI. l. || Item a, f. || Idem  
autem d. 5 in om. a. 6 ipsa extrema figura quadrati a;  
ipsa extrema quadrati figura c, s. 7 surgunt d. || quin-  
que d, f, r. || rursus pyramis quinque triangulis a, c, r, s.  
9 quantiscunque d. || figura habuerit s. 11 continebitur a. ||  
ex] in a, b, c, s. 12 b, c, l addunt figuram eptagoni; r addit  
trigonum et eptagonum et inscriptiones: Prima pyramis de trian-  
gulo cet.; f addit alteram figuram pentagoni cum litteris a. ||  
et eptagonum. Quadrato circumscripta sunt verba Basis, Vertex,  
reliquis figuris inscriptio est Pentagonus, Exagonus, eptagonus.  
14 XXII. l. || Ducuntur c; Dicitur corr. in Dicuntur r.



tetragono, tertia pyramis de pentagono, quarta pyramis de exagono, quinta pyramis de eptagono, idemque in ceteris constat numeris. Nam quoniam lineares numeros esse diximus, qui ab uno profecti in infinitum currerent, ut sunt I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X., his autem ordinatim 5 compositis et ad se invicem cum distantia iunctis superficies nascebantur, ut, si unum et duo iungeres, primus triangulus nasceretur; id est tres, et cum his adiungeremus tertium, id est ternarium, senarius triangulus rursus occurreret, et post hos tetragoni uno intermisso, pentagoni vero 10 duobus, exagoni tribus, eptagoni relictis quattuor nascebantur: nunc vero ad solidorum corporum procreationem ipsae nobis superficies naturaliter figuratae provenient. Et ad faciendas quidem pyramidas a triangulo ipsi nobis trianguli componendi sunt; ad procreandas vero pyramidas a tetragono tetragoni; ad eas vero, quae sunt a pentagono pentagoni copulandi sunt. Et illae, quae sunt ab exagono vel eptagono non nisi exagonorum vel eptagonorum copulatione nascentur. Primus ergo potestate triangulus est unitas eandemque etiam ponimus virtute pyramidam; secundus vero triangulus est ternarius, quem si cum primo coniunxero, id est cum unitate, quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si his tertium, senarium, iunxero denaria pyramidis procreabitur altitudo. His si denarium iunxero viginti numerorum pyramis veniet, 25 atque ita in cunctis aliis eadem ratio copulationis est.

### Trianguli.

I. III. VI. X. XV. XXI. XXVIII. XXXVI. XLV. LV.

3 numeris constat c. || numerus d. || esse numeros c. || esse om. f. 4 currunt a; currerint c; currenit et supra r re r; current s. 6 in se c, d, f, r, s; in et supra versum l ad b. 7 uno a. 8 III. c, r. || iungeremus a, c, r. 9 rursus d. || occurret r. 10 et om. b, l. || detetragoni r. || intermisso uno a. 14 quidam r. || pyramides, es mutato in as a. 19 nascentur, altero a in e mutato, a. 20 unitas est c, s. 23 michi a, l. 24 denariae d, f; denaria corr. in denariae a. 25 adiunxero a, s. || XX. r; vicesimi vel viginti c. || vicesimi numeri s. 26 est hoc modo s. 27 Trianguli om. f. Trianguli ab unitate et naturali s.

## Pyramides a triangulis.

I. III. X. XX. XXXV. LVI. LXXXIII. CXX. CLXV. CCXX.

In hac igitur coniunctione necesse est, ut semper, qui ultimus est coniugatorum numerorum, is quasi quodammodo basis sit. Cunctis enim latior invenitur. Et qui ante ipsum numeri coniungantur, minores esse necesse est, usque dum ad unitatem detractio rata perveniat, quae puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Namque in ·X· pyramide super sex additi sunt tres atque unus, qui senarius superat ternarium quantitate, ipsi vero tres unum pluralitate transcendunt, qui unus extremum terminum progressionis offendit. Similis quoque ratio in ceteris perspici potest, si eorum procreationes diligentius volueris perscrutari. Illae quoque, quae sunt a tetragono pyramides, eadem tetragonorum super se compositione nascuntur. Descriptis enim cunctis tetragonis, id est I. III. VIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIII. LXIII. LXXXI. C., si unitatem primam ex hac dispositione praesumam, erit mihi potestate et vi pyramis ipsa unitas, nondum etiam opere atque actu. At si huic tetragonum superponam, id est quattuor, nascetur pyramis quinque numerorum, quae duobus tantum numeris per latera positae continetur. Sin vero his sequentes novem adiecero, fiet mihi quattuordecim numerorum forma pyramidis, quae per latera tribus unitatibus concludatur. Atque huic si sequentem tetragonum ·XVI· superponam, tricenaria mihi pyramidis forma producitur. In his quoque omnibus pyramidis tot erunt unitates per latera, quantae in se numerorum adgregatae fuerint quantitates. Nam unitas,

3 *Hunc versum praecedat in a titulus: De curtis pyramidis.* XXIII. 4 sit a, d, f, r, s. || is] his a. 9 decimo a; decima, a eraso, s. || ·VI· c. || ·III· c. 10 ternariam quantitatem a, d, f. 11 vero *supra versum* a. || ·III· c. 12—13 In ceteris quoque ratio similis d. 19 mihi *om. f.* 20 tetragonum] *Videtur legendum* sequentem tetragonum *vel* tetragonum secundum. 21 ·III· c. 24 fiat r, fiat, a *in e mutato*, a. || ·XIII· c. 25 concluditur c, l. 27 forma pyramidis d. || producitur, i *mutato in e*, a.

quae prima pyramis est, unum solum, id est se ipsam gerit in latere, quinarum vero, quae constat ex uno et quattuor, duobus per latera designatur, et XIII., quae ex tribus numeris compositis fit, ternario numero in latere posito constituitur. Hanc autem pyramidum generatio-<sup>5</sup> nem monstrat subiecta descriptio.

Tetragoni.

I. III. VIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIII. LXIII. LXXXI. C.

Pyramides a tetragonis.

I. V. XIII. XXX. LV. XCI. CXL. CCIII. CCLXXXV. <sup>10</sup>  
CCCLXXXV.

Et ad eundem modum cunctae a ceteris multiangulis profectae formae in altioris summae spatia producuntur. Omnis enim multorum angulorum forma ex sui generis figura unitati superposita ab uno ingredientibus ad pyra-<sup>15</sup> midum constituendas figuras usque in infinita progreditur et ex hoc equidem apparere necesse est, triangulas formas ceterarum figurarum esse principium, quod omnis pyramis a quacunque basi profecta vel a quadrato, vel a pentagono, vel ab exagono, vel ab eptagono vel a <sup>20</sup> quocunque similium solis triangulis usque ad verticem continetur.

*De curtis pyramidis.*

XXIII. Scire autem oportet, quae sint curtae pyra-<sup>25</sup> mides, vel quae bis curtae, vel quae ter curtae vel quater

2 quinque a, d, f, r. || constant a, d, r. 3 III. c. || designantur d, f, r. || quattuordecim f. 4 ternarii r. 5 pyramidam c. 7 Tetragoni om. d. 8 XLVIII. .... C.] XXVIII. XXXVI. XLV. LV. c. 11 CCCLXXXV. om. f. 12 a om. d. 20 Post exagono addunt l, s: iter duxerit. || vel ab eptagono om. f; vel ab pentagono iter dixerat vel ab eptagono r; vel ab eptagono iter duxerat a. 23 Inscript. om. d; in a legitur inscriptio sequentis capituli. 24 XXIII. om. r; XXV. a; XXIII. l. || autem] haec r ex prava interpretatione compendii, quo significatur autem. 25 vel quae ter curtae vel quater] vel ter vel quater a; vel quae ter

et deinceps secundum numerorum adiectionem. Perfecta enim pyramis est, quae a qualibet basi profecta usque ad primam vi et potestate pyramidam pervenit, unitatem. Sin vero a qualibet basi profecta usque ad unitatem altitudo illa non venerit, curta vocabitur, recteque huiusmodi pyramis tali nuncupatione signatur, si usque ad extremitatem punctumque non venerit. Haec autem est, ut si quis **XVI** tetragono adiciat **VIII** atque huic **III** et ab ulterioris sese unitatis adiectione suspendat. Pyramidis equidem figura est, sed quoniam usque ad cacumen verticis non excrevit, curta vocabitur et habebit summitatem non iam punctum, quod unitas est, sed superficiem, quod est quilibet numerus secundum basis ipsius angulos porrectus atque ultimus adgregatus. Nam si tetragona fuerit basis, quadrata deminutione semper ascendit, et si pentagona basis, similiter, et si exagona, illa quoque ultima superficies erit exagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulorum superficies, quot fuerit basis. Si vero illa pyramis non solum ad unitatem extremitatemque non pervenit, sed nec ad primum quoque opere et actu multiangulum eius generis, cuius fuerit basis, bis curta vocabitur; ut si a **XVI** tetragono proficiens usque in novem terminum ponat neque excrescat ad quattuor. Et quotcunque tetragoni defuerint, totiens eam curtam esse dicemus; ut si unitas defuerit, primus quadratus, curtam, quam Graeci *κολουρον* vocant; si vero duobus tetragonis deficitur, id est unitate et eo, qui

vel quater curtae r; vel ter curtae vel quater s; vel quae ter curtae vel quae quater f; alterum quae supra versum d. 3 pyramidem d. 6 pyramidis c. 7 autem est] autem fit c, s; enim fit in litura r. 8 novem d. || quattuor d, quattuor f. 9 Pyramis c, d. 10 acumen d. 13 quod est om. c, r, s. || cuiuslibet numeri qui c, r, s. || ipsius] illius f. 15 semper] superficiem c, r, s. || ascendit] ostendit a, c, r, s. 19 extremitatemque] ad extremum a. 22 a] ad d. || sedenario s. 23 **VIII** c, l; novenario et supra versum a] novem b; novenarium s. || ponatur c; ponam corr. in ponat a. 24 **III** f. 26 *κολουρον* d. || vocant om. l. || sin l. 27 deficit b, c, l.

sequitur, vocatur bis curta, quod Graeci *δικολουρον* appellant. Quod si tribus tetragonis, ter curta dicetur, quam Graeci *τρικολουρον* nominant. Et quotcunque tetragoni fuerint minus, totiens illam pyramidem curtam esse proponimus. Hoc autem non solis a tetragono pyramidis sed <sup>5</sup> in omnibus ab omni multiangulo progredientibus speculari licet.

*De cybis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphaericis vel parallelepipedis numeris.*

XXV. Ac de solidis quidem, quae pyramidis formam <sup>10</sup> obtinent, aequaliter crescentibus et a propria velut radice multiangula figura progredientibus dictum est. Est alia rursus quaedam corporum solidorum ordinabilis compositio, eorum qui dicuntur cybi vel asseres vel laterculi vel cunei vel sphaerae vel parallelepipeda, quae sunt, <sup>15</sup> quotiens superficies contra se sunt, et ductae in infinitum nunquam concurrent. Dispositis enim in ordinem tetragonis I. III. VIII. XVI. XXV., quoniam hi solam longitudinem latitudinemque sortiti sunt et altitudine carent, si per latera solam unam multiplicationem recipiant, aequali <sup>20</sup> provehunt profunditatem. Nam quattuor tetragonus duos habet in latere et natus est ex bis duobus. Bis enim duo quattuor faciunt. Hos ergo duos ex ipsius latere si multiplices aequaliter, cybi forma nascetur. Nam si bis binos bis facias, octonaria quantitas crescit. Et est pri- <sup>25</sup>

1 vocabitur a, f. || quod] quam c, s. 2 Quod si] Si vero s. || dicitur d, vocetur a, s. 4 toties s. || pyramidam a, c; pyramidis s. 5 non solum a, d, f, r, s; solis et supra verum l lum b. *Legendum videtur non in solis.* || pyramidi s. 7 Post licet addit l primam sequentis capituli sententiam. 8 *Inscript. om. d. In a legitur inscriptio capituli vicesimi sexti.* || vel cuneis om. f. 9 figuris parallelepipedis f. 10 XXVI. a; XXIII. l. 12 progredientibus supra verum d. || Est ex corr. add. r. 14 qui] quae corr. in qui a. 15 sperae c. || parallelepipedi b, l, r. 17 concurrent a. || enim supra verum r. || in supra verum a. 21 .IIII. d; .IIII.<sup>or</sup> l; quaternarius c, s. || .IIII.<sup>or</sup> ũ r. 23 .IIII. d; .III. c. 24 si om. c. 25 octonarii a, r, s.

mus hic cybus. ·VIII· vero tetragonus, quoniam tres  
 habet in latere et factus est ex tribus in se multiplicatis,  
 si ei unam lateris multiplicationem adiunxeris, rursus  
 alius cybus aequabili laterum formatione concrevit. Ter  
 5 enim tres si tertio duxeris, ·XXVII· cybi figura produci-  
 tur. Et ·XVI·, qui est ex quattuor, si quater augescat,  
 ·LXIII· cybus pari laterum demensione crassabitur. Et  
 sequentes quidem tetragoni secundum eundem modum  
 multiplicatione facta provehuntur. Tot autem necesse  
 10 est unitates cybus habeat in latere, quot habuit primus  
 ille tetragonus, ex quo ipse productus est. Nam quo-  
 niam quattuor tetragonus duos tantum numeros habet in  
 latere, duos quoque habet octonarius cybus. Et quoniam  
 ·VIII· tetragonus tribus per latus unitatibus signabatur,  
 15 solo ternario ·XXVII· cybi latus urgetur. Et quoniam  
 ·XVI· tetragonus ·III· unitatum latus habebat, totidem  
 ·LXIII· cybus in latere gestabit unitates. Quare etiam vi  
 et potestate cybi, quod est unitas, unus erit in latere.  
 Omnis enim tetragonus una quidem superficies est quat-  
 20 tuor angulorum, totidemque laterum. Omnis autem cy-  
 bus, qui ex tetragonorum superficie in profunditatem cor-  
 poris crevit, per tetragoni scilicet latus multiplicatus, ha-  
 bebbit quidem superficies ·VI·, quarum singula planitudo  
 tetragono illi priori aequalis est, latera vero ·XII·, quo-

1 cubus hic d. || Novem d, f; Novenarius c, s. || tetra-  
 gonis c. 2 latera a. || in se om. a, d, f; supra verum r.  
 4 aequali a, c, f, r, s; aequabili et supra verum l. aequali  
 b. || succrescit a; crescit c; crescit r, s. 5 tres novem  
 c; tres ·VIII· d, f, l. || figura] forma a, b. 6 ·XVI·] si  
 sedenarius s. || ·III· d, f. 8 sequentis f. 10 ille pri-  
 mus a; prius ille in litura r. 12 ·III· f, l; quaternarius  
 c, s. || tantum] termini inductum a. || latere numeros ha-  
 bet, supra latere in, a. 13 habebit d. 14 novenarius  
 c, s. || per latus tribus a. 16 habet c, s. 17 unitates  
 om. a, d, f. 18 erat corr. in erit r. 19 enim] autem  
 d, f; autem et supra verum † enim b. || ·III· d, s. 20 to-  
 tidem, omisso que, a, d, f; que ex corr. add. r. || autem]  
 enim a; quoque c, l; quoque et supra verum † autem b.  
 23 sex d. || quorum b, c, r; quorum, o in a mutato, a, d,  
 l, s. 24 vero supra verum a.

rum unumquodque singulis his, quae superioris fuere tetragoni, aequum est, et, ut superius demonstravimus, tot unitatum est; angulos vero ·VIII·, quorum singulus sub tribus eiusmodi continetur, quales priores fuere tetragoni, unde cybus ipse productus est. Ergo ex naturaliter profuso numero qui in subiecta forma descripti sunt subiecti tetragoni nascuntur, et ex his tetragonis qui subnotati sunt cybi provehuntur.

Numerus naturalis:

I. II. III. IIII. V. VI. VII.

10

Tetragoni:

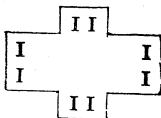
I. IIII. VIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIII.

Cybi:

I. VIII. XXVII. LXIII. CXXV. CCXVI. CCCXLIII.

Et quoniam omnis cybus ab aequilateris quadratis profectus aequus ipse omnibus partibus est — nam et latitudini longitudo et his duobus compar est altitudo — et secundum sex partes, id est sursum deorsum dextra sinistra ante post, sibi aequalem esse necesse est: huic oppositum contrariumque esse oportebit qui neque longitudinem latitudini neque haec duo profunditati gerat

1 unum quotque c. 3 octo c, s. || singulos c; singulis, is in us correcto, f; singuli, i in us correcto a. 4 huiusmodi a, c, d, s. || continet c. 5 unde cybus] ·VI·, de quibus a. 6 descriptus est s. 8 cubi f. 9 Numerus naturalis om. c; Numeri naturales f. 15 In a praecedat hunc versum inscriptio capitis vicesimi septimi. b et l addunt inter hunc versum et quattuor proximos figuram



16 profectus est, f; est ex corr. add. s. 17 duabus c, l; duobus his f. 18 secundum om. l. || ·VI· f. || rursum a, b. || dextera f, r. 19 ante et post d. 21 gerat] generat a, l, r, s; generat et supra versum l gerat b.

aequalia, sed cunctis inaequalibus, quamvis solida sit figura, ab aequalitate cybi longissime distare videatur. Hi autem sunt, ut si quis faciat bis tres quater, vel ter quattuor quinquies et alia huiusmodi, quae per inaequales spatiorum gradus inaequaliter provehuntur. Haec autem forma Graeco nomine scalenos vocatur. Nos vero gradatum possumus dicere, quod a minore modo velut gradibus crescat ad maius. Vocant autem eandem figuram Graeci quidam spheniscon; nos autem cuneum possumus dicere. Etenim quos ad quamlibet illam rem constringendam cuneos formant neque latitudinis neque longitudinis neque altitudinis habita ratione, quantum commodum fuerit, tantum vel altitudini minuitur, vel crassitudini profunditatis augetur. Atque ideo hos plerumque necesse est omnibus partibus inaequalibus inveniri. Quidam vero hos bomiscos vocant, id est quasdam arulas, quae in Ionica Graeciae regione, ut ait Nicomachus, hoc modo formatae fuerunt, ut neque altitudo latitudini neque haec longitudini convenirent. Vocatur autem aliis quibusdam nominibus, quae nunc persequi supervacuum iudicavimus. Igitur cybi aequalibus se spatiis porrigentis et huius formae, quam diximus, gradata distributione dispositae medietates sunt, quae neque cunctis partibus aequales sunt, neque omnibus inaequales, quos

2 figura sit c, r, s. || videtur s. 3 autem om. s. || faciet, e in a mutato, a. 4 quattuor] .IIII.<sup>or</sup> d, r. || quinquies] vel quater quinque a. 6 scalenos] scalenus vel squalenos a. || vero] autem s. 7 gradatim c. || a om. c. || velut] vel a, b; velud d. 9 speriscon a, s; spe iscon c; sphericon f. 10 quos] cum s. || illam om. s. 11 confringendam s, conscribendam a. || *Supra* formant: auctores s. 12 ratione] *In margine inferiore b addit:* in al. ratione sunt. Sed quantum etc. 13 tantum om. d. || latitudini c, d. 14 profunditas d. || augetaur F. 16 bonis quos, quae in c mutato a; boniscos c; bonoscos r. 18—19 altitudini longitudi nec haec latitudini F. 19 neque haec] nec haec c, s; ne quae haec d. || haec *supra versum* a. || conveniret a, r, s. 21 iudicabimus b, l; in a bi lineolis est oblitum; iudicamus f, r. 22 porrigentur, *mutatum in* porrigentes a. || et huius *supra versum* a. 23 positae, dis *ex corr. addito* a, r. 24 nec c, d, l.



Graeci parallelepipedos vocant. Latini nomen hoc ita uniformiter compositum habere non possunt, ut tamen idem pluribus dictum sit. Ea namque hoc nomine vocatur figura, quae alternatim positis latitudinibus continetur.

*De parte altera longioribus numeris eorumque  
generationibus.* 5

XXVI. Huiusmodi vero formas quales sunt, quae vocantur a Graecis *επερομηκεις*, nos dicere possumus parte altera longiores. Quarum figurarum numerus hoc modo definiendus est: Parte altera longior est numerus, 10 quem si in latitudinem describas et ipse quidem quattuor venit laterum et quattuor angulorum, sed non cunctis aequalibus sed semper minus uno. Namque nec latera lateribus cuncta cunctis aequa sunt, nec longitudini latitudo, sed, ut dictum est, cum hinc altera pars maior 15 fuerit, uno tantum minorem praecedat ac superat. Si enim numerum naturalem disponas in ordinem, et secundum per primum multiples, talis nascitur numerus, vel si secundum per tertium, vel si tertium per quartum, vel si quartum per quintum, omnesque hi unitate tantum 20 addita, multiplicentur, nascentur parte altera longiores. Disponatur enim numerus naturalis I. II. III. IIII. V. VI. VII. Et nunc quidem hactenus. Si quis igitur

1 parallepidas a, parallelepipedes f. 2 tamen] tantum *corr. in* tamen a. || idem] id de a. 3 *supra* pluribus: nominibus s. || Ea *ex corr. add.* d. || Ea namque] Eaque c. 4 latitudinibus] *supra versum* habitudinibus d. 5 *Inscript. om.* d. *In a legitur inscriptio capituli vicesimi octavi.* || numeris *om.* b, c, r. 6 procreationibus F. 7 XXVIII. a; XXV. l. || figuras *et supra versum* 4 formas s. 8 *ετηροουνης* a; *επομικες* f. || nos *supra versum* r. || nos autem a, s. || possumus dicere s. 11 latitudine f; altitudinem a, b, c. || .IIII. d, r. 12 provenit l; venit, pro *ex corr. addito* b. || .IIII. r, s. 13 sed] *et corr. in* sed a. 14 sint F. || longitudo latitudini F. 16 tamen *corr. in* tantum a, d. || minore c. 18 nascetur a, l, s. || vel] et c, l, F. 20 hi *supra versum* r; in c. || tamen *corr. in* tantum a. 21 nascentur autem f. 23 actenus b, f, r; actenus, h *ex corr. addito*, a.

faciat unum bis, faciet ·II·, et rursus bis tres, faciet ·VI·, ter quattuor, faciet ·XII·, quater quinque, faciet ·XX·, et hoc ad eundem ordinem. Quicunque igitur facti sunt, procreabuntur parte altera longiores, ut subiecta descriptio docet, in qua, ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores, super adscripti sunt, qui vero nascuntur, subterius sunt notati.

	I.	II.	III.	III.	V.	VI.	VII.
		II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	XLII.
10	II	III	IIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
		III	IIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
			IIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
				IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
					IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIII
15							IIIIIIII

*De antelongioribus numeris et de vocabulo numeri parte altera longioris.*

XXVII. Ergo si unitate tantum discrepent, qui multiplicantur, descripti superius numeri protenduntur, sin  
20 vero aliquo numero, ut ter ·VII· vel ter ·V· vel aliquo modo alio, et non eorum latera sola discrepent unitate, non vocabitur hic numerus parte altera longior, sed ante-

1 faciet s. || faciat duo d; faciet duo f. || faciat sex d, l; faciat ·VI· r. 2 ·III· d. || ·V· l; quinquies d, r. 3 facta F. || sint f. 4 altera parte F. 5 multiplicatis f. 6 nascentur a, c, r, s. || super et supra verum 1 pra b. 7 sunt om. r. || subnotati b, l; adnotati sunt d. 8 ·VIII· addunt a, c, f, r, s. 9 ·LVI· addunt c, f, F, r, s. 10 *Figuram numeri ·LVI· addunt c, f, F, l, r, s. In b, c, d, l, r virgulae ita sunt dispositae, ut binae, ternae, quaternae, quinae, senae, septenae in singulis versibus sint positae.* 16 *Inscript. om. a, d. || numeris om. F. || parte altera longioris numeri F.* 17 longioribus s. 18 XXVII. om. a; XXVI. l. || ab unitate a, f, r. 19 protenduntur a, d, f, l. || si vero a, c, s. 20 ter ·VII· vel ter ·V·] ter ·III· vel ter ·V· c; bis ·III· vel [ter ·V· s, F; bis ·III· ter ·V· quater ·VI· r.

longior. Alterum enim apud Pythagoram vel sapientiae eius heredes nulli alii nisi tantum binario adscribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant, eandem autem naturam et semper sibi similem consentientemque nullam aliam nisi primaevam ingeneratamque unitatem. Bina-<sup>5</sup> rius autem, numerus primus, est unitati dissimilis, idcirco quod primus ab unitate disiungitur. Atque ideo alteritatis cuiusdam principium fuit, quod ab illa prima et semper eadem substantia sola tantum est unitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera lon-<sup>10</sup> giores, quod eorum latera unius tantum sese adiecta numerositate praecedunt. Argumentum autem est, alteritatem in binario numero iuste constitui, quod non dicitur alterum nisi e duobus ab his, inter quos bene loquendi ratio non neglegitur. Amplius, quod impar numerus sola<sup>15</sup> perfici unitate monstratus est, par vero sola dualitate, id est solo binario numero. Nam cuiuscunque medietas unus est, ille impar est, cuius vero duo, hic paritate recepta in gemina aequa disiungitur. Quare dicendum est, inparem numerum eiusdem atque in sua se natura<sup>20</sup> tenentis inmutabilisque substantiae esse participem, idcirco quod ab unitate formetur, parem vero alterius plenum esse naturae, idcirco quod a dualitate completur.

*Quod ex imparibus quadrati, ex paribus parte altera longiores fiant.*

25

XXVIII. At vero positus in ordinem ab unitate imparibus et sub his a dualitate paribus descriptis coacervatio imparium tetragonos facit, coacervatio parium su-

6 unitati dissimilis est a. 7 Adque r; et d. 8 fuit] est d. 9 unitatis a. || desimilis r. 12 numerositatem a. || est om. a. || alteritatis vel alteritatem a. 14 e] a a, r, s; ex f, F. 16 unitate perfici a, c, s. 18 est unus c, f, s. || cuius vero medietas s. 20 natura supra versum s. 21 inmotabilisque r. 24 Titulum om. d. || de imparibus c. || De generatione laterculorum eorumque difinitione vel de generatione cuneorum eorumque difinitione a. 26 XXVIII. a; XXVII. l.

periores efficit parte altera longiores. Quare quoniam tetragonorum haec natura est, ut ab imparibus procreentur, qui sunt unitatis participes, id est eiusdem inmutabilisque substantiae, cunctisque partibus suis aequales sint, quod et anguli angulis et latera lateribus et longitudini compar est latitudo, dicendum est, huiusmodi numeros eiusdem naturae atque inmutabilis substantiae participes, illos vero numeros, quos parte altera longiores paritas creat, alterius dicemus esse substantiae. Nam quemadmodum unus a duobus uno tantum alter est, sic horum latera a se tantum uno sunt altera et una tantum differunt unitate. Quare disponantur in ordinem omnes ab uno impares et sub his omnes a binario numero pares.

	I.	III.	V.	VII.	VIII.	XI.	XIII.
15	II.	III.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIII.

Est ergo princeps imparis ordinis unitas, quae ipsa quidem effectrix et quodammodo forma quaedam est imparitatis, quae in tantum eiusdem nec mutabilis substantiae est, ut, cum vel se ipsa multiplicaverit vel in planitudine vel in profunditate, vel si alium quemlibet numerum per se ipsa multiplicet, a prioris quantitatis forma non discrepet. Namque si unum semel facias, vel si semel unum semel, vel si duo semel, vel si tres semel, vel si quattuor semel, vel quemlibet alium numerum

2 ut et d, l. 5 sunt r, F. 7 innotabilis r. 11 tamen *corr. in tantum a.* || altera *mutatum in latere a.* || et una tantum *corr. ex tamen a.* 12 deferent r; differat c. || Quare *corr. ex quorum a.* 13 a binario] ab uno a, c; abinari d; ab uno *et supra versum a* a binario b. 19 ipsam c, r, s. 20 in *ante profunditate om. r.* 21 ipsam c, s. 22 discrepat b, c, d, f, l, r, s. || Namque *om. r; supra versum a.* || si unum . . . duo semel] si semel unum semel *et supra versum* facias vel si duo semel a; vel si duo semel *supra versum* b; si semel unum semel c; si unum semel facias vel si duo semel d, f; si unum semel facias, si duo semel F; si unum semel facias vel si semel unum (*in litura*) vel si duo semel l; si semel unum semel vel si semel ·II· r; si semel unum vel semel ·II· s. 23 ·III· r, s. 24 ·III·<sup>or</sup> s. || quattuor semel sunt ·III· r. || vel si quemlibet c, l, s; si *ex corr. add. b.* || alium quemlibet c.

multiplicet, a quantitate sua is, quem multiplicat, numerus  
 non recedit, quod circa alium numerum non potest in-  
 veniri. Paris vero ordinis binarius numerus princeps  
 est, quae dualitas, cum in eodem ordine paritatis sit, tum  
 principium totius est alteritatis. Namque si se ipsa mul-  
 tiplicet vel per latitudinem vel etiam per profunditatem  
 vel si quem numerum in suam conglobet quantitatem,  
 continuo alter exoritur. Nam bis unum vel bis duo si  
 facias, vel bis tres vel bis quattuor vel bis quinque vel  
 quemlibet alium multiplicet, quisquis hinc nascitur, alius  
 quam primo fuerat, invenitur. Nascuntur autem ex su-  
 periore descriptione et ex primo ordine omnes tetragoni  
 hoc modo. Unum enim si respexeris, primus potestate  
 tetragonus est. Sin vero unum tribus coacervaveris, quat-  
 tuor tetragonus exoritur. Huic si quinarium iungam, no-  
 venarius rursus occurrit. Huic si copules septem, sede-  
 cim quadrati forma se suggerit. Idemque si in ceteris  
 facias, omnes competenter quadratos videas procreari.  
 At vero ex secundo paritatis ordine idem cuncti parte  
 altera longiores fiunt. Namque si duos primo respexero,  
 huiusmodi mihi numerus occurrit, qui fit ex bis uno.  
 Cum vero duobus sequentes quattuor iunxero, parte  
 altera longior rursus erit, senarius scilicet, qui fit ex bis  
 tribus. Cui si sequentem adgregavero, nascetur mihi  
 duodenaria forma, quae fit ex quater tribus. Quod si  
 continuatim quis faciat, cunctos huiusmodi numeros in

1—2 multiplicet ... numerum *in margine* r. 4 tunc s.  
 5 est totius d. || ipsam F. 8 bis unum vel *om.* d, f. ||  
 bis .II. c, s. 9 facies c; facies *mutatum in* facias a, r. ||  
 .III. c. || .III. s. || .V. c, s. 10 quemlibet numerum  
 alium a. 11 invenitur vel invenerit a, *sed* vel invenerit  
*inductum.* 12 et *om.* s. 13 enim *om.* F, s. 14 coacer-  
 varis c, coacervaberis r. || .III. c, r; quaternarius f, s.  
 15 iungas s; iungam *mutatum in* iungas r. 16 .VII. c, d. ||  
 .XVI. d. 17 sugeserit a. 18 facies b, f, l. 19 a parte  
 a, s; *in r a rasura est deletum.* 20 primos b, d, l. 21 nu-  
 merus mihi d. 22 .III. d, s. 23 bis tres *corr. in* bis  
 tribus a, d; bis tribus *in litura* r. 24 nascitur, i *in e mu-*  
*tato*, F. 26 *in om.* F.

competenti ordine procreatos videbit, quam descriptionem scilicet inferior forma demonstrat.

Radices.

I. I. III. I. III. V. I. III. V. VII. I. III. V. VII. VIII. I. III. V. VII. VIII. XI.

5 Tetragoni id est quadrati.

I. III. VIII. XVI. XXV. XXXVI.

Radices.

II. III. II. III. VI. II. III. VI. VIII. X. II. III. VI. VIII. X. XII.

Parte altera longiores.

10 VI. XII. XX. XXX. XLII.

*De generatione laterculorum eorumque definitione.*

XXVIII. Quos autem superius laterculos diximus, quae sunt et ipsae quidem solidae figurae, hoc modo fiunt, quotiens aequalibus spatiis in longitudinem latitudinemque porrectis minor his additur altitudo, ut sunt huius modi: tres ter bis, qui sunt XVIII. vel quattuor quater bis, vel alio quo modo, ut his in latitudinem longitudinemque aequis minor altitudo ducatur. Hi definiuntur hoc modo: Laterculi sunt, qui fiunt ex aequalibus aequaliter in minus. Asseres vero et ipsae quidem figurae sunt solidae sed hoc modo, ut ex aequalibus aequaliter ducantur in maius. Nam si aequa fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo, illae figurae a nobis asseres, a Graecis doci-

3 Radices om. a, c. 5 Hunc versum om. c. || quadrati] quadri r; quattuor quadrati d. 7 radices om. s. 8 s addit ab initio ·II· 9 Hunc versum om. c. 10 s addit ab initio ·II· 11 Inscript. om. a, d; b, l, d, F addunt: vel de generatione (genere F) cuneorum eorumque definitione (diffinitione) l. 12 XXVIII. om. a; XXVIII. l. 13 ipse d, r. 16 ·III· c, d. 17 alio quo] aliquo l; alio quo corr. in alio quocunque a; alio aliquo et supra versum cunque b; alio qualicunque d; alio quolibet f. || ut] in, ut ex corr. addito, r. || longitudinem latitudinemque a, f, s. 18 ducatur] addatur s. 19 in om. a, b, c, d, f, l, s; supra versum r. 20 ipsi a; ipse d, f, l. 21 ex supra versum r. 22 longitudini latitudo d. 23 ille d, f. || decades a, f; deocadles s; docades F.

des nominantur. Ut si quis hoc modo faciat: ·III· quater novies, qui inde procreantur, asseres nominati sunt. Sphenisci vero, quos cuneolos superius appellavimus, hi sunt, qui ex inaequalibus inaequaliter ducti per inaequalia creverunt, cybi vero, qui ex aequalibus aequaliter 5 per aequalia producti sunt.

*De circularibus vel sphericis numeris.*

XXX. Ipsorum vero cyborum quanticunque fuerint ita ducti, ut a quo numero cybicae quantitatis latus coeperit, in eundem altitudinis extremitas terminetur, numerus ille cyclicus vel sphericus appellatur; ut sunt multiplicationes, quae a quinario vel a senario proficiscuntur. Nam quinquies quinque, qui fit ·XXV·, ab ·V· progressus in eosdem desinit ·V·. Et si hos rursus quinquies ducas, in eosdem ·V· eorum terminus veniet. Quinquies enim ·XXV· 15 fiunt. ·CXXV· et si hos rursus quinquies ducas, in quinarium numerum extremitas terminabitur. Atque hoc usque in infinitum idem semper eveniet. Quod in senario quoque convenit considerari. Hi autem numeri idcirco cyclici vel spherici vocantur, quod sphaera vel circulus in 20 proprii semper principii reversione formantur. Est enim circulus posito quodam puncto et alio eminus defixo illius puncti, qui eminus fixus est, aequaliter distans a primo puncto circumductio et ad eundem locum reversio, unde

1 quatuor c, quattuor f. 3 Spherici a, s; spherici et supra versum a; sphenisci b; spherisci c; sphenisci r; Spherici F. || cuniolos c; hemiholos vel cuneolos a, s; hemiholos vel hemiolos s; hemiholos vel emiholos F; hemiholos vel in margine b; supra versum l, r. 5 vero sunt F. 7 Inscript. om. d. || sphericis r, spiricis s. 8 XXVIII. l. 10 latitudinis a, c. 11 cybicus f. || spericus r, F. 12 a ante senario om. a, c, l, s. 13 ·V· c, d, r, s. || qui fit] om. c; fiunt s. 14 rursus a, b, c, f, l, r, s. || educas c, f, r, s. 16 fiunt] sunt a, b. || rursus c. 17 terminatur s. 18 eveniet; e inducto, a; veniet b. 20 sperici r, F. || spera d, r. 21 semper om. F. 22—24 et alio . . . puncto eadem manu in margine F.

moveri coeperat. Sphaera vero est semicirculi manente diametro circumductio et ad eundem locum reversio, unde prius coeperat ferri. Unitas quoque virtute et potestate ipsa quoque circulus vel sphaera est. Quotiens enim punctum in se multiplicaveris, in se ipsum, unde coeperat, terminatur. Si enim faciat semel unum, unus redit, si hoc semel, idem est, et si hoc rursus semel, idem est. Igitur si una fuerit multiplicatio, solam planitudinem reddit et fit circulus, si secunda, mox sphaera conficitur. Etenim secunda multiplicatio effectrix semper est profunditatis. Ex ·V· igitur et ·VI· paucas huiusmodi formas subscripsimus.

	I.	V.	VI.
	I.	XXV.	XXXVI.
	I.	CXXV.	CCXVI.
15	I.	DCXXV.	ICCXCVI.
	I.	IIICXXV.	VII. DCCLXXVI.

*De ea natura rerum, quae dicitur eiusdem naturae, et de ea, quae dicitur alterius naturae et qui numeri cui naturae coniuncti sint.*

20 XXXI. Ac de solidis quidem figuris haec ad praesens dicta sufficiant. Qui autem de natura rerum propinquis investigantes rationibus, quique in matheseos disputatione versati, quid in quaque re esset proprium, subtilissime peritissimeque ediderunt, hi rerum omnium naturas 25 in gemina dividentes hac speculatione distribuunt. Dicunt

1 ceperat c, l; coeptus est d, f. || Spera d, r. 1—3 Sphaera . . . ferri eadem manu in margine F. 3 ceperat s. 4 spera d, r, F. 5 in se ante multiplicaveris om. f, F. 6 facias r. || redit, et b. || hoc rursus c, d, l. 7 idem] unum b. || et si hoc . . . idem est om. c, d. || est] conficitur a. 8 una ut ·V· quinquies d. || fuerit] erit s. || redit c. 9 secundo a, b, f; secunda et supra versum ut ·XXV· quinquies d. || spera d. 11 quinque . . . sex, c, f. 14 ·CXXV· om. F; ideoque sequentes numeri sunt uno versu promoti. 17 Inscript. om. d, s. In a legitur inscriptio sequentis capituli. || De natura, omissa ea, f. || rerum om. c. 18 dicitur] est F. 19 sunt c, l, r. 20 XXX. l. 22 quique] quinque F. 23 quaque] qua d; unaquaque s. 24 peritissimaeque d.



enim omnes omnium rerum substantias constare ex ea, quae propriae suaeque semper habitudinis est nec ullo modo permutatur, et ea scilicet natura, quae variabilis motus est sortita substantiam. Et illam primam inmutabilem naturam unius eiusdemque substantiae vocant, hanc vero <sup>5</sup> alterius, scilicet quod a prima illa inmutabili discedens prima sit altera, quod nimirum ad unitatem pertinet et ad dualitatem, qui numerus primus ab uno discedens alter factus est. Et quoniam cuncti secundum unitatis speciem naturamque in pares numeri formati sunt, qui- <sup>10</sup> que ex his coacervatis tetragoni fiunt, duplici modo eiusdem substantiae participes esse dicuntur, quod vel ab aequalitate formantur tetragoni, vel coacervatis in unum numeris imparibus procreantur. Illi vero, qui sunt pares, quoniam binarii numeri formae sunt, quique ex his co- <sup>15</sup> cervati collectique in unam congeriem parte altera longiores numeri nascuntur, hi secundum ipsius binarii numeri naturam ab eiusdem substantiae natura disces- sisse dicuntur, putanturque alterius naturae esse partici- <sup>20</sup> pes idcirco, quoniam, cum latera tetragonorum ab aequalitate progressa in aequalitatem propriae latitudinis ambitum tendant, hi adiecto uno ab aequalitate laterum discesse- runt atque ideo dissimilibus lateribus et quodammodo a se alteris coniunguntur. Quare notum nobis est, quod ex his ea, quae sunt in hoc mundo, coniuncta sunt. Aut <sup>25</sup> enim propriae inmutabilis eiusdemque substantiae est, quod est deus vel anima vel mens vel quodcunque pro-

1 omnes *om.* c, f, s; *supra versum* b; *litura* r. || sub-  
stantiam c, s. 2 proprie c. 4 substantia f. || primo  
a, b, c, l, r. || innotabilem r. 6 immobili d. || dece-  
dens c; descendens s. 8 decedens c, f; descendens s.  
11 eiusdemque a, b; unius eiusdemque s. 15 his] eis a.  
20 cum] eum *corr. in* cum a; con r; cum *om.* d. || latere  
*corr. in* latera r. 22 tendunt c. || abiecto *corr. in* adi-  
ecto a. 23 desimilibus r. || lateribus constant a. || et]  
vel *corr. in* et a. 24 a se *supra versum* a; a *supra* se d. ||  
nobis notum c, f, s. 26 enim *om.* s. || proprie c, d. ||  
eiusque r. 27 quod est deus] ut deus est r; quod deus,  
quod *in* ut *corr.* d; ut deus f, s; quod est deus, quod est *in*  
ut *corr.*, l. || mens est d, f, r, s.

priae naturae incorporalitate beatur, aut mutabilis variabilisque naturae, quod corporibus indubitanter videmus accidere. Unde nunc nobis monstrandum est, hac gemina numerorum natura, quadratorum scilicet et parte  
 5 altera longiorum cunctas numeri species cunctasque habitudines vel ad aliquid relatae quantitatis, ut multiplicium vel superparticularium et ceterorum, vel ad se ipsam consideratae, ut formarum, quas dudum in superiore disputatione descripsimus, informari, ut, quemad-  
 10 modum mundus ex inmutabili mutabilique substantia, sic omnis numerus ex tetragonis, qui inmutabilitate perficiuntur, et ex parte altera longioribus, qui mutabilitate participant, probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendum est, qui sint hi, quos promeces vocant, id  
 15 est anteriore parte longiores, vel qui, quos *ετερομηκεις*, id est parte altera longiores. Est enim parte altera longior numerus, quicumque unitate tantum lateri crescit adiecta, ut sunt sex, scilicet bis tres, vel ·XII· tres quater et consimiles. Anteriore vero parte longior est, qui sub-  
 20 duobus numeris huiusmodi continetur, quorum latera non possidet unitatis differentia, sed aliorum quorumcunque numerorum, ut ter quinque vel ter sex vel quater septem. Quodammodo enim longitudine in prolixiorem modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem  
 25 parte altera longiores numeri dicantur, supra iam dictum est. Quadrati vero quoniam aequam latitudinem longitudini gerunt, propriae longitudinis vel eiusdem latitudinis

1 beatum *corr. in* beatur a; habetur *et supra versum* 1 beatum s. 3 accedere a, r, s. 8 considerate f. 12 mutabilitate r; mutabilitatem d, s. 14 describendum a. || qui] quid a, b, d. || promecis a, prometis d, promecis f, r; promechis s. 15 quos] nos a. || *ετερομηκεις* om. c; eteromhici a. 16 enim om. d. 17 tamen *corr. in* tantum a. 18 ·VI· c, f, r. || scilicet ut f. || ·III· c, r. || vel] et d. || duodecim d, f. || ·III· r. 19 consimilis s. || parte vero c, s. || parte altera longior d. 22 ·V· c. || ·VI· c. || ·VII· c, f. 26 longitudinem latitudini d. 27 erunt, g *ex corr. addito*, r. || longitudinis, *linea subnotatum et supra versum* latitudinis d.

aptissime vocabuntur, ut bis duo, ter tres, quater quatuor et ceteri. Parte altera vero longiores, quod non eadem longitudine tendantur, alterius quodammodo longitudinis et parte altera longiores vocantur.

*Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura constant 5  
idque in numeris primum videri.*

XXXII. Omne autem, quicquid in propria natura substantiaque est immobile, terminatum definitumque est, quippe quod nulla variatione mutetur, nunquam esse desinat, nunquam possit esse, quod non fuit. At haec 10 unitas sola est et, quae unitate formantur, comprehensibilis et determinatae et eiusdem substantiae esse dicuntur. Ea vero sunt, vel quae ab aequalibus crescunt, ut quadrati, vel quos ipsa unitas format, id est in pares. At vero binarius et cuncti parte altera longiores, qui a finita 15 substantia discesserunt, variabilis infinitaeque substantiae nominantur. Constat ergo numerus omnis ex his, quae longe disiuncta sunt atque contraria, ex imparibus scilicet et paribus. Hic enim stabilitas, illic instabilis variatio, hic immobilis substantiae robur, illic mobilis permutatio; hic definita soliditas, illic infinita congeries multitudinis. Quae scilicet, cum sint contraria, in unam tamen quodammodo amicitiam cognationemque miscentur et illius unitatis informatione atque regimento unum numeri corpus efficiunt. Non ergo inutiliter neque impro- 20 vide, qui de hoc mundo deque hac communi rerum

1 vocantur s. || ·II· ... ·III· .... ·III· c. 2 cetera a. || longiores vero s. || quod bis s. 3 tenduntur c. 5 *Inscript. om. d.* || alterius naturae b, l; alterius, *omisso* natura, c, r, s. || constant f. 6 videri primum l. 7 XXXI. l. 11 quae comprehensibilis c. || comprehensibiles a. 13 *Post sunt addit* s: quae habent aequalia latera. || aequalitatis a. || ut] velut a, c, f, r, s. 16 discesserant c, s. 17 omnis numerus a. 18 sint a, d, r, s. 19 illic] illuc c, hic a, d, f, r, s. 20 hic] huic r. || inmutabilis a, inmotabilis r. || immobilis est s. 21 illic] hic a, d, f, r, s. 22 cum sint scilicet f.

natura ratiocinabantur, hanc primum totius mundi substantiae divisionem fecerunt. Et Plato quidem in Timaeo eiusdem naturae et alterius nominat, quicquid in mundo est, atque aliud in sua natura permanere putat individuum inconiunctumque et rerum omnium primum, alterum divisibile et nunquam in proprii statu ordinis permanens. Philolaus vero: Necesse est, inquit, omnia quae sunt vel infinita esse vel finita, demonstrare scilicet volens, omnia, quaecumque sunt, ex his duobus consistere, aut ex finita scilicet esse aut ex infinita, ad numeri sine dubio similitudinem. Hic enim ex uno et duobus et impari atque pari coniungitur, quae manifesta sunt aequalitatis atque inaequalitatis, eiusdem atque alterius, definitae atque indefinitae esse substantiae. Quod videlicet non sine causa dictum est, omnia, quae ex contrariis consistenter, armonia quadam coniungi atque componi. Est enim armonia plurimorum adunatio et dissidentium consensio.

*Ex eiusdem atque alterius numeri natura qui sunt quadratus et parte altera longior, omnes proportionum habitudines constare.*

XXXIII. Disponantur ergo in ordinem non iam pares atque impares, ex quibus quadrati vel parte altera longiores fiunt, sed hi ipsi, qui illis coacervatis in unumque redactis et quadrati et parte altera longiores prodeunt. Ita enim videbimus istorum quendam consensum et ad ceteras numeri partes procreandas amicitiam, ut non sine causa hoc in omnibus rebus ab numeri specie natura rerum sumpsisse videatur. Sint igitur duo versus tetrago-

1 hanc] huic *corr. in hanc d*; hoc *corr. in hanc r.* || primam c. 2 fecerant r. 10 finita] *supra versum*: natura b, r, s. *Verisimilius est excidisse vocabulum* substantia || esse om. s. || infinita] finita, in *ex corr. add. r.* 12 aequitatis d, l, r. 17 dissentientium c, f, l, s. 18 *Inscript. om. c, d.* || Ex eiusdem . . . longior omnes om. s. || qui sunt om. a, qui est b, l. || et] ex a, f. 20 *Post constare addit s: ex eiusdem et alia, quae evanuerunt.* 21 XXXIII. om. l. 23 hi *rasura deletum c.* 28 praesumpsisse s.

norum ab unitate omnium et a binario numero parte altera longiorum.

I.	III.	VIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIII.
II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	XLII.	LVI.

Horum igitur si primum compares primo, dupli quantitas <sup>5</sup> invenitur, quae est prima multiplici- tatis species, si vero secundum secundo hemioliae quantitati- s habitudo producitur, si tertium tertio sesquitertia proportio procreatur, si quartum quarto, sesquiquarta, et si quintum quinto, sesquiquinta, et hinc superparticularium normam in quam-<sup>10</sup> vis longissimum spatium progrediens integram inoffen- samque reperies, ita ut in prima dupli proportione uni- tatis solius sit differentia, duo namque ab uno sola semper discrepant unitate. In sesquialtera vero duorum est dif- ferentia, in sesquitertia trium, in sesquiquarta quattuor <sup>15</sup> et deinceps secundum superparticulares formas numero- rum, quod ad differentias adinet, uno tantum crescit ad- iectio numerum explicans naturalem.

	I.	III.	VIII.	XVI.	XXV.	
I.	II.	III.	III.	V.		<sup>20</sup>
	II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	

Sin vero secundum tetragonum primo parte altera lon- giori compares et tertium secundo et quartum tertio et quintum quarto, easdem rursus proportionem effici perno- tabis, quas in superiore forma descripsimus, sed hic diffe-<sup>25</sup> rentiae ab unitate non inchoant, sed a binario numero in infinitum per eosdem calculos progrediuntur, eritque secundus primis duplu, tertius secundi sesquialter, quar-

4 LVI. *om.* l.      5 primo compares a. || compa, *omisso*  
 res, l. || duplicis r.      7 emioliae a, emioliae c, haemi-  
 moliae r.      13—14 duo namque . . . unitate *om.* d. || ab uno  
*om.* c. || semper sola a.      14 In sesquialtera duorum *in mar-*  
*gine* d. || sesquialtero a. || vero *om.* d. || est differentia *om.* d.  
 15 ·III· c.      17 tamen *corr.* in tantum a. || crescet d.  
 18 numerorum d.      19 d *om.* ·I· et *addit* ·XXXVI·      20 d *om.*  
 ·I· et *addit* ·VI·      22 Si vero a, d, l.

tus tertii sesquitercius, secundum eandem convenientiam, quae superius demonstrata est.

	III.	VIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.
	II.	III.	III.	V.	VI.
5	II.	VI.	XII.	XX.	XXX.

Rursus quadrati invicem imparibus differunt, parte altera longiores paribus.

Differentiae impares.

	III.	V.	VII.	VIII.	XI.	XIII.
10 I.	III.	VIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIII.

Quadrati.

Differentiae pares.

	III.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIII.
	II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	XLII.
15						

Parte altera longiores.

At vero si inter primum et secundum tetragonum primum parte altera longiorem ponimus, ad utrosque eos una proportione coniungitur. In utrisque enim proportionibus dupli multiplicitas invenitur. Sin vero inter secundum tertiumque tetragonum secundum parte altera longiorem ponas, sesquialterae comparationis ad utrosque forma componitur. Et si inter tertium et quartum tetragonum tertium parte altera longiorem constituas, sesquitercia species nascitur. Et idem si in cunctis feceris, cunctas  
 25 superparticulares species invenire miraberis.

8 Differentiae impares *om. s.* 9 *s addit XV.* 10 *s addit LXIII.* 11 Quadrati *om. d, s.* 14 *Supra hunc versum* differentiae a. 15 Parte altera longiores *om. a,* 1, s. 22 *inter]* in c. 24 nascetur a.

	Duplus.	
I.	II.	III.
	Sesquialter.	
III.	VI.	VIII.
	Sesquitertius.	
VIII.	XII.	XVI.
	Sesquiquartus.	
XVI.	XX.	XXV.

5

Et ad eundem modum in ceteris convenit intueri. Rursus si ponantur duo tetragoni ex superius descriptis, id est 10 primus et secundus et in unum colligantur, et medius eorum parte altera longior bis multiplicetur, tetragonus fit. Namque unus et  $\cdot\text{III}\cdot$ , si iungantur,  $\cdot\text{V}\cdot$  faciunt. Eorum binarius parte altera longior, si bis ducatur,  $\cdot\text{III}\cdot$  fiunt, qui iuncti  $\cdot\text{VIII}\cdot$  sine ulla dubitatione conficient, 15 qui est numerus quadratus. Et ad eundem modum in aliis hoc modo dispositis numeris, quos supra descripsimus, idem constat intellegi. Sin vero convertas et inter duos, primum et secundum, parte altera longiores secundum tetragonum ponas, qui in ordine quidem secundus est, 20 sed actu et opere primus, ex duobus parte altera longioribus congregatis et bis multiplicato medio tetragono rursus tetragonus conficitur. Namque inter senarium et binarium numerum, qui sunt primus et secundus parte altera longiores, si ponatur quaternarius ordine secundus, 25 primus actu tetragonus, et coniungantur  $\cdot\text{II}\cdot$  et  $\cdot\text{VI}\cdot$ , faciunt  $\cdot\text{VIII}\cdot$ ; tum si bis ducantur medii  $\cdot\text{III}\cdot$ , faciunt rursus  $\cdot\text{VIII}\cdot$ , qui cum superioribus iuncti  $\cdot\text{XVI}\cdot$  tetragonum pandunt.

1 Duplex c, f, r. s; Dupla d.      3 Sesquialtera a, c, s.  
 5 Sesquitertia a, c, d.      7 Sesquiquarta a, c, d.      10 ex] et F.      13  $\cdot\text{I}\cdot$  d. || quatuor, sibi iungantur quinque c.      14 si  
 om. c, f, F, r. || quatuor c.      15 faciunt a, d, f, r, s.      18 Si  
 vero a, b, c, f, l, r, s.      23 sex d, f; VI. r.      26 duo a,  
 c, d, f, l, r, s. || sex a, c, d, l, r, s.      27 octo c. || qua-  
 tuor c, quattuor f.      28 octonarium a, b, c, d, f, l, r, s. ||  
 iuncti in margine r, iunctis c. || sedecim f.

	V.			XIII.			XXV.	
	III.			XII.			XXIII.	
I.	II.	III.		III.	VI.	VIII.	VIII.	XII.
	VIII.			XXV.			XLVIII.	XVI.
5	VIII.			XVIII.			XXXII.	
	VIII.			XVIII.			XXXII.	
	II.	III.	VI.	VI.	VIII.	XII.	XII.	XVI.
	XVI.			XXXVI.			LXIII.	XX.

Illud quoque non oportet minore admiratione suspi-  
 10 cere, quod secundum proprias naturas, ubi altrinsecus  
 duo tetragoni stant et unus parte altera longior in medio  
 ponitur, tetragonus, qui nascitur, ille semper ab impari  
 procreatur. Nam ex superioribus uno et  $\cdot\text{III}\cdot$  et bis mul-  
 15 licet a tribus procreatur; ter enim tres  $\cdot\text{VIII}\cdot$  faciunt, qui  
 ternarius impar est numerus. Et sequens, qui ex  $\cdot\text{III}\cdot$  et  
 $\cdot\text{VIII}\cdot$  et bis multiplicato senario coniunctus est  $\cdot\text{XXV}\cdot$   
 tetragonus et ipse ex impari quinario nascitur et conti-  
 20 nenti post ternarium; quinquies enim quinque  $\cdot\text{XXV}\cdot$  pro-  
 ducunt et quinarium post ternarium impar est numerus.  
 Insequenti quoque eadem ratio est. Nam qui ex  $\cdot\text{VIII}\cdot$  et  
 $\cdot\text{XVI}\cdot$  et bis ducto  $\cdot\text{XII}\cdot$  quadratus  $\cdot\text{XLVIII}\cdot$  producitur,  
 ille a septenario impari fit et post quinarium continenti;  
 septies enim septem  $\cdot\text{XLVIII}\cdot$  creant. At vero ubi duo  
 25 altrinsecus parte altera longiores unum medium tetrago-  
 num claudunt, omnes ex his qui fiunt tetragoni a paribus  
 producuntur. Nam qui ex duobus et  $\cdot\text{VI}\cdot$  parte altera lon-  
 gioribus et quaternario bis multiplicato  $\cdot\text{XVI}\cdot$  tetragonus  
 factus est, ille a quaternario numero, id est pari, produ-  
 30 citur; quater enim quattuor  $\cdot\text{XVI}\cdot$  sunt. Et insequenti

3 VIII. XII.] VIII. XII. F. 9 ammiratione in mar-  
 gine r. || suscipere f, s; suscitere r. 13 quattuor f. 15  $\cdot\text{III}\cdot$   
 r. || novenarium a, c, l, s; novem d. 16 quattuor f. 17 et  
 bis] et om. a. || iunctus c. 19 quinque]  $\cdot\text{V}\cdot$  c, f. 21 et  
 insequenti d; In sequenti a, l. 22 et bis . . . XLVIII.  
 in margine r. || quadratis c. 23 Post continenti addit  $\cdot\text{VII}\cdot$  a.  
 24 septem]  $\cdot\text{VII}\cdot$  c, d, f, r, s. 26 concludunt a. 30 quat-  
 tuor]  $\cdot\text{III}\cdot$  c, d. || in sequenti a, l.



quoque ordine, ubi ex ·VI· et ·XII· et bis in suam summam ducto novenario ·XXXVI· fiunt, ex continenti pari senario copulantur; sexies enim sex ·XXXVI· restituunt. Nec minus in eandem rationem cadit ex ·XII· et ·XX· et bis ·XVI· factus ·LXIII· tetragonus; hic enim ex octona-<sup>5</sup>rio continenti post senarium nascitur; octies enim VIII. LXIII. tetragonum iungunt. Et in aliis quoque secundum eundem modum, si idem facias, rationis ordo non discrepat.

*Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat.*<sup>10</sup>

XXXIII. Illud vero, quod ex his duobus tota omnium formarum videtur orta prolatio, non minore consideratione notandum est. Namque trianguli, qui cunctas alias formas, sicut superius docuimus, collecti producent, his<sup>15</sup> iunctis velut ex quibusdam elementis oriuntur. Namque ex uno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulatur, et ex binario et quaternario, id est ex secundo tetragono senarius triangulus procreatur. Ex quaternario quoque et senario denarius<sup>20</sup> triangulus nascitur, et ad eundem ordinem cuncta triangulorum ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni et parte altera longiores, qui ut melius pernotarentur, prius in duobus eos versibus disposuimus. Post autem eosdem permiscuimus et, qui exinde trianguli<sup>25</sup> nascerentur, adscripsimus.

1 ordine quoque a, r. || senario et duodenario d; senario et ·XII· r, s. 3 senarii c. || sex enim sexies c, d, f, l, r. 4 cadent a, b, c, f, l, r, cadet s. 5 LX quattuor f. 7 LXIII. or f. 10 *Inscript. om.* c, d. 11 consistit f, r. 12 XXXIII. l. || vero] quoque c. 18 procreatur *et supra versum* l copulatur d. || vel quaternario a, b, d, l, r, s. 20 procreatur] copulatur d. 22 alternatim *om.* s. || inter] in c. 24 praenotarentur F. || eos in duobus c, s. 25 miscuimus r. || qui] quia f. 26 descripsimus c, f, s, F; *sec. manu additum* r.

## Tetragoni.

I. III. VIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIII. LXIII. LXXXI.

## Parte altera longiores.

II. VI. XII. XX. XXX. XLII. LVI. LXXII. XC.

5

## Trianguli.

III. VI. X. XV. XXI. XXVIII. XXXVI. XLV. LV. LXVI. LXXVIII.  
I. II. III. VI. VIII. XII. XVI. XX. XXV. XXX. XXXVI. XLII.

*Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus vel  
parte altera longiores ex quadratis fiant.*

10 XXXV. Omnis vero tetragonus, si ei proprium latus  
addatur, vel eodem rursus dematur, parte altera longior  
fit. Namque III. tetragono si quis duo iungat vel duo  
detrahat, VI. addendo perficiet et II. detrahendo. At  
15 uterque figuram continet parte altera longiorem. Quae  
scilicet magna est alteritatis vis. Omnis enim infinita et  
indeterminata potentia ab aequalitatis natura et a suis se  
finibus continente substantia discedens aut in maius ex-  
uberat aut in minora decrescit.

20 *Quod principaliter eiusdem quidem sit substantiae unitas,  
secundo vero loco in pares numeri, tertio quadrati, et quod  
principaliter dualitas alterius sit substantiae, secundo vero  
loco pares numeri, tertio parte altera longiores.*

25 XXXVI. Constat igitur primo quidem loco unitatem  
propriae inmutabilisque substantiae eiusdemque naturae,  
dualitatem vero primam alteritatis mutationisque esse  
principium; secundo vero loco omnes in pares numeros

5 Trianguli om. d. 6 LXXVIII.] LXXIII. c, LXXXVIII  
f. 8 *Inscript. om.* c, d. 10 XXXIII. l. || vero] enim f.  
12 quarto f. || vel duos c. 13 perficiat a, r. || duo a, b,  
c, f, l, r, s. || At] ut s. 14 figura c. || contineat c, s. ||  
longiorum corr. in longiorem d. 17 continenti f. 18 in  
20 minora] in om. r. || minore b, l. 19 *Inscript. om.* c, d. ||  
substantiae sit r. 20 secundo vero . . . sit substantiae in  
*marginē sec. manu* r. 21 et 22 secundo vero . . . longiores  
om. b, l, r, s. 22 loco om. f. 23 XXXV. l. 24 proprie c.

propter unitatis cognationem eiusdem atque inmutabilis substantiae esse participes, pares vero ob binarii numeri consortium alteritatibus esse permixtos; tetragonos quoque ad eundem modum considerari manifestum est. Nam quod eorum compositio et coniunctio ex imparibus fit, inmutabili eos naturae pronuntiabo coniunctos. Quod vero parte altera longiores ex copulatione parium procreantur, nunquam ab alteritatis varietate separantur.

*Alternatim positis quadratis et parte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentiis et in proportionibus.* 10

XXXVII. Illud igitur perspicendum est, quod, si idem tetragoni et parte altera longiores disponantur, ita ut alternatim sibi permixti sint, tanta in his est coniunctio, ut alias sibi in eisdem proportionibus communicent, discrepent autem differentiis, alias vero differentiis pares sint, proportionibus distent. Disponantur enim in ordinem idem illi superiores tetragoni et parte altera longiores ab uno: I. II. III. VI. VIII. XII. XVI. XX. XXV. XXX. Ergo in superiore formula hoc maxime intuendum est. Namque inter ·I·, qui est tetragonus, et ·II· dupla proportio est; inter ·II· et ·III· dupla. Hic ergo tetragonus cum parte altera longiore atque hic cum sequente tetragono eadem proportione iunguntur, differentiis vero non isdem. Namque duorum atque unius sola unitas differentia est, sed idem duo a quaternario solo binario relinquuntur. Rursus si ·II· ad ·III· speculeris, dupla est proportio, si ·III· ad ·VI·, habitudinem sesquialteram recognosces. Hic ergo

2 a . . . . consortio a. || ob *in litura* r. 5 positio b, c, l. 9 *Inscript. om.* c, d. 10 in proportionibus] in *om.* r, s. 11 XXXVI. l. || igitur *om.* c; quoque s. 13 his] eis d. 14 eisdem] isdem a. || propositionibus d. || discrepant f. 15 differentias c; differentiis *in litura* r. 20 unum a, c, d, f, l, r, s. || duo a, b, c, l, r, s. || duplex l. || est proportio a. 21 duos et quattuor f. || ergo] enim s. 22 cum sequente] consequente d, r. 23 hisdem a, d, r; eisdem f. 25 ·II· d. || relinquitur, n *supra* i *scripto*, r. 26 duo a, c, f, l, r, s. || quattuor ad sex f. 27 Hic] Hi c, f, r, s; Hic *mutatum* in Hi a, d.

in proportionibus discrepant, in differentiis pares sunt. Namque et ·III· a duobus et ·VI· a ·III· eodem binario distant. In sequentibus etiam eodem modo, sicut in primis fuit, ratio constat. Nam eadem proportio est, differentiis non eisdem. Nam ·III· ad ·VI· et ·VI· ad ·VIII· sesquialtera proportione iunguntur, ·VI· autem quaternarium duobus, ·VIII· vero senarium tribus praetereunt. In sequentibus etiam eadem ratio speculabitur et semper alternatim, nunc quidem eadem proportiones, aliae differentiae sunt, nunc autem ordine permutato eisdem differentiis aliae proportiones, semperque, in quibus differunt, secundum naturalis numeri ordines tetragoni et parte altera longiores sese superabunt, tantum quod geminatis summulis naturalis numeri fit progressio. Quod mirum videri non debet. Nos enim ipsas summas tetragonorum et parte altera longiorum geminavimus ad primas secundasque proportiones.

### Proportiones

	dupla.	dupla	sesqual- tera	sesqual- tera	sesqui- tertia	sesqui- tertia	sesqui- quarta	sesqui- quarta	sesqui- quinta	sesqui- quinta.
I.	II.	III.	VI.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXV.	XXX.	XXXVI.
	I.	II.	II.	III.	III.	III.	III.	V.	V.	VI.

### Differentiae.

Eadem quoque differentiae mirabilem in modum a toto per sequentes partes et per easdem unitates, quibus superius creverunt, progrediuntur. Namque inter unum et duo tantum unitas intercedit, quae unitatis, cui aequalis est, totum est; binarii vero medietas. Eodemque modo

2 quattuor f. || sex a quattuor a, f, l, r, s. 3 modo  
*ex corr. add. r.* || sicut in primis *cet.* *Haec et quae leguntur usque ad capitis quadragesimi tertii verba:* illic vero utriusque sint *desunt in a sex vel septem foliis deperditis.* || sicut etiam c, f, r, s. 5 quattuor ad sex f. || sex f. 6 sex autem c. 9 eisdem proportionibus f. || differentiae bis r. 10 hisdem c, d, f, r, s. 12 naturales b, r; naturales, es in is *mutato*, r. 16 geminamus d, f, r; geminavimus *et supra vi:* a l bi b. 18 Proportiones om. c, d. 22 ·VI· bis c, f, r. l in fine *sequentem proportionem addit.* 24 eodem *et supra verum* se. ordine l modo s. 26 ·I· et ·II· d. 27 unitati f; unitas s; unita c.

inter ·II· et ·III· tantum ·II· sunt, qui binarii totum sunt, quaternarii medietas. Inter quaternarium vero et senarium idem ·II· sunt, ad quaternarium medietas, ad senarium pars tertia ·III· vero, qui sequuntur, qui inter ·VI· et ·VIII· constituti sunt medii, sunt quidem senarii dimidium, pars vero tertia novenarii. Et rursus ternarius, qui novenarii pars tertia est, duodenarii quarta est; et ad eundem modum usque in finem descriptionis geminatis huiusmodi partibus, sicut ipsa quoque summarum comparatio geminata est, aequas partium progressionem 10 aspicias.

*Probatio quadratos eiusdem esse naturae.*

XXXVIII. Illud autem apertissimum signum est, omnes tetragonos imparibus esse cognatos, quod in omni dispositione ab uno vel in duplicibus vel in triplicibus talis naturae ordo conseritur, ut nunquam, nisi secundum inparem locum tetragonus inveniatur. Disponamus enim in ordinem numeros, primo quidem duplos, deinde triplos. 15

I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVI. CCLII. CCLVI.  
I. III. VIII. XXVII. LXXXI. CCLXIII. DCCXXVIII. MCLXXXVII. VIDLXI. 20

Si igitur in utrisque versibus primos aspicias, singulos quos invenis, quoniam tetragonum sunt, in impari loco sunt constituti, quoniam primi sunt. Si vero tertium locum respexeris, ·III· et ·VIII· notabis, quorum hic a duobus proficiscitur, illum ternarius creat; qui sunt loco impari constituti. Quintum deinde si videas locum ·XVI· et ·LXXXI· respicias, sed unus a quaternario nascitur, alterum novenarius creat. Et si nonum locum rursus adspicias 25

1 duo et quattuor f. || duo c, d, f. || binario d; binari r.  
2 quaternari r. 3 duo c, d, f. 4 Tres c. || sequit r.  
5 dimidium] medietas d. 6 ·VIII· et supra versum novenarii b.  
7 est pars tertia d; tertia pars est f, r, s. 12 *Inscript. om.*  
c, d. || naturae esse r, s. 13 XXXVII l. || autem] quoque d.  
15 vel in duplicibus *om.* f; sed supra versum in duplicibus *ex corr. est additum.* 16 ni s. 19 c *addit*  
DXII. 21 in *ex corr. additum* r. 22 inpare b, l, r. 25 proficiscitur r. || illum tertium c, f.

cias, tetragonos pernotabis ·CCLVI· et ·VIDLXI·; quorum superior fit a ·XVI·, inferior vero ab ·LXXXI· Idem si in infinitum facere libeat, indiscrepanter incurrit.

5 *Cybos eiusdem participare substantiae, quod ab imparibus nascantur.*

XXXVIII. Ipsi vero cybi, qui quamquam tribus intervallis sublatis sint, tamen propter aequalem multiplicationem participant inmutabilis substantiae eiusdemque naturae sunt socii, non aliorum quam imparium coacervatione producantur, nunquam vero parium. Nam si omnes  
10 ab unitate impares disponantur, iuncti figuras cybicas explicabunt.

I. III. V. VII. VIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIII. XXI.  
In his igitur qui primus est, potestate et virtute primum  
15 cybum faciet; iuncti vero duo qui sequuntur, ternarius scilicet et quinarium, secundum efficiunt cybum, qui est octonarius. Iuncti autem tres, qui sequuntur, septenarius novenariusque et ·XI· cybum facient, qui ·XXVII· numero continetur, qui est tertius. Et sequentes quattuor quar-  
20 tum, et qui sequuntur quinque quintum, et ad eundem modum quotus quisque cybus efficitur, tot coniunctione impares apponuntur. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet.

I.	III. V.	VII. VIII. XI.	XIII. XV. XVII. XVIII.
25 I.	VIII.	XXVII.	LXIII.

XXI. XXIII. XXV. XXVII. XXVIII.  
CXXV.

1 et om. f, r, s. 3 currit c, l, s; currit et supra versum ꝛ incurrit b; occurrit f. 4 *Inscript. om.* c, d. 6 XXXVIII. l. ꝛ cubi f. 7 sint sublatis c. 8 inmutabili c, r, s. 9 et non d. ꝛ coacervationem b, l. 10 produntur f, r; producantur et supra versum ꝛ produntur b; prodeunt d. 11 cubicas f. 15 cubum f. et infra. 16 cybum efficiunt c. 17 ·III· f. ꝛ septenarius r; VII. s. 18 VIII. s; novenarius, omisso que, c, r. ꝛ undenarius c. ꝛ faciunt f, s. 19 ·III· c, d. 20 ·V· d, s. 21 tota c, s. ꝛ ad coniunctionem f. 22 opponuntur d; ponuntur, *utura praecedente*, l. ꝛ Hoc autem . . . docet om. l. 26 XXVIII] XXIX. l. ꝛ In c, r, s

*De proportionalitatibus.*

XL. Et de his quidem sufficienter dictum est; nunc res admonet quaedam de proportionibus disputantes, quae nobis vel ad musicas speculationes vel ad astronomicas subtilitates vel ad geometricae considerationis vim vel etiam ad veterum lectionum intellegentiam prodesse possint, arithmetica introductionem commodissime terminare. Est igitur proportionalitas duarum vel trium vel quotlibet proportionum adsumptio ad unum atque collectio. Ut etiam communiter definiamus: proportionalitas est duarum vel plurium proportionum similis habitudo, etiamsi non eisdem quantitatibus et differentiis constitutae sint. Differentia vero est inter numeros quantitas. Proportio est duorum terminorum ad se invicem quaedam habitudo et quasi quodammodo continentia, quorum compositio quod efficit, proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus proportionalitas fit. In tribus autem terminis minima proportionalitas invenitur. Fit etiam in pluribus, sed longior; ut binarius ad unum, quoniam duo sunt termini, duplam obtinet proportionem. Sin vero quattuor contra duo compares, hic quoque dupla proportio est. Quos tres terminos si continue consideres, ex duabus proportionibus fit proportionalitas et est proportionalitas unum ad duo et duo ad quattuor. Est enim proportionalitas, ut dictum est, collectio proportionum in unumque redactio. Fit etiam et in longioribus. Nam si quattuor illis octo velis adiungere et his *.XVI.* et his *.XXXII.* et deinceps duplos, qui sequuntur, fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis. Igitur

*cybi supra numeros, ex quibus constant, leguntur.* 1 *Inscript.* om. c, d, l. || s *addit:* quartum thema incipit. 2 *XXXVIII.* l. 3 *proportionibus]* *Legendum videtur* proportionalitatibus. 6 *lectionem d.* 7 *arithmetica introductione* b, c, d, l, r, s. || terminari c. 10 *etiam]* autem d, f, r, s. || *commoniter* r. 11 *est om.* c, s. 18 *etiam]* enim d. 21 *.III.* c, d; *.III.* or f. || *.II.* c. || et hic d, f, r, s. 22 *.III.* c. 24 *.I.* ad duo et *.II.* ad *.III.* d. || ad *.III.* c. || *Est enim]* Et est f. 27 *.III.* c, d. || *.VIII.* c, d, f.

quotiens unus atque idem terminus ita duobus circum se terminis communicat, ut ad unum dux sit, ad alium comes, haec proportionalitas continua vocatur, ut unus, duo, quattuor. Est enim aequalitas in his proportionibus  
 5 et quemadmodum sunt .III. ad .II., sic sunt .II. ad unum, et rursus quemadmodum unus ad duo, sic duo ad quattuor. Et secundum quantitatem quoque numeri eodem modo est. Quantum enim tres superant binarium, tantum binarius unitatem, et quanto unus a duobus minor est,  
 10 tanto binarius a ternario superatur. Sin vero alius ad unum refertur terminus, alius vero ad alium, necesse est habitudinem disiunctam vocari, ut ad qualitatem quidem proportionis sunt: I. II. III. VIII. Sic enim sunt quemadmodum duo ad unum, sic octo ad quattuor, et conver-  
 15 sim: quemadmodum unus ad duo, sic quattuor ad octo, et permutatim: quemadmodum quattuor ad unum, sic octo ad binarium. Secundum quantitatem vero numeri, ut sunt: I. II. III. IIII. Quantum enim unus a duobus vincitur, tantum ternarius a quaternario superatur, et quanto  
 20 duo unum vincunt, tanto ternarium quaternarius transit. Permixtim etiam: quanto unus tribus minor est, tanto binarius quaternario, vel quanto ternarius unitatem superat, tanto binarium transgreditur quaternarius.

25 *Quae apud antiquos proportionalitas fuerit; quas posteriores addiderint.*

### XLI. Confessae quidem et apud antiquiores notae,

1 quoties c. 3 I. II. IIII. c. 5 .I. c. 6 .I. ad .II. sic .II. ad .III. c; unus ad .II. sic duo ad .III. f. || .II. ad .III. d. 9 quantum d, f, s. 10 tantum c, d, f, r, s. 12 ad qualitatem, ae *ex corr. addito* d, r; ad qualitatem *et supra versum* in a ad aequalitatem b; ad aequalitatem c, f, s. || quidem *om.* l. 13 proportiones d, f; proportionis *et supra versum* in a nes b. 14 .II. c, s. || .I. s. || .VIII. ad .III. c, d, f, s. 15 .I. c, s. || .II. c, f, s. || .III. ad .VIII. c, d, f, s. 16 permutatim r. || .III. c, d, f, s. || .I. c, d, s. 17 .VIII. c, d, f, s. || .II. s. 19 quantum d, f. 20 tantum d. 21 tantum d. 24 *Inscript. om.* c, d. 25 addiderunt f. 26 XL. l. || Confuse, *in mar-*



quaeque ad Pythagorae vel Platonis vel Aristotelis scientiam pervenerunt, hae tres medietates sunt: arithmetica, geometrica, armonica. Post quas proportionum habitudines tres aliae sunt, quae sine nomine feruntur quidem, vocantur autem quarta, quinta, sexta, quae superius dictis <sup>5</sup> oppositae sunt. At vero posteri propter denarii numeri perfectionem, quod erat Pythagorae complacitus, medietates alias quattuor addiderunt, ut in his proportionalitatibus denariae quantitatis corpus efficerent. Secundum quem numerum et priores quinque habitudines comparationesque descriptae sunt, ubi quinque maioribus proportionibus, quos vocavimus duces, minores aptavimus alios terminos, quos comites diximus. Inde etiam in Aristotelica atque Archytae prius decem praedicamentorum descriptione Pythagoricum denarium manifestum est inveniri; <sup>15</sup> quando quidem et Plato, studiosissimus Pythagorae, secundum eandem disputationem dividit, et Archytas Pythagoricus ante Aristotelem, licet quibusdam sit ambiguum, decem haec praedicamenta constituit. Inde etiam decem membrorum particulae, inde alia permulta, quae omnia <sup>20</sup> persequi non est necesse.

*Quod primum de ea, quae vocatur arithmetica proportionalitas, dicendum sit.*

**XLII.** Nunc vero de proportionalitatibus deque medietatibus dicendum est, et primum quidem de ea medietate tractabimus, quae secundum quantitatis aequalitatem neglecta proportionis parilitate constitutorum terminorum habitudines servat. In his autem quantitatibus medietas ista versatur, inque his speculanda est, in quibus a se

*gine autem confesse r. 2 ·III· c. 4 quidem feruntur c, d, f, r, s. 5 vel sexta c, d, r, s; vel linea subnotatum b. 8 ·III· c, d. 9 denarii f. 10 ·V· d, f, r, s. 11 ·V· d. 12 vocabimus b, l, s; vocamus f. 14 ·X· c, d, f. ¶ scriptione d. 17 eandem] eam d, f. ¶ dispositionem s. 19 ·X· c, f. ¶ ·X· c, d, f. 22 *Inscript. om.* c, d; *in s inscriptio evanuit.* 23 est b, f, l, r. 24 ·XLI· l. ¶ vero *om.* s.*

ipsis termini differunt. Quid autem esset differentia terminorum superius definitum est. Hanc autem esse arithmetica medietatem numerorum, ipsa ratio declarabit, quoniam eius proportio in numeri quantitate consistit.

5 Quae igitur causa est, huiusmodi terminorum habitudinem, id est arithmetica, cunctis aliis proportionalitatibus antepone? Primum, quod hanc nobis in principio ipsa numerorum natura et vis naturalis quantitatis obponit. Huiusmodi enim proportiones quaeque ad terminorum differentias pertinent, ut paulo post demonstrabitur, 10 in naturalis primum numeri dispositione cognoscimus.

Deinde, quod in superiore libro disputantibus nobis apparuit, arithmetica vim geometrica atque musica esse antiquiorem et quod inlata non has simul inferret, sublata 15 vero perimeret. Quare ordine disputatio progredietur, si ab ea primo inchoandum sit medietate, quae in numeri differentia non in proportionis speculatione versatur.

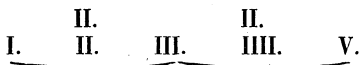
*De arithmetica medietate eiusque proprietatibus.*

XLIII. Arithmetica medietatem vocamus, quotiens 20 vel tribus vel quotlibet terminis positus aequalis atque eadem differentia inter omnes dispositos terminos invenitur. In qua neglecta proportionis aequalitate terminorum tantum differentiarumque speculatio custoditur, ut: I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIII. X. In hac enim naturalis 25 numeri dispositione, si quis continuatim differentias terminorum curet aspicere, secundum arithmetica medietatem aequa terminorum inter se discrepantia est; aequales enim sunt differentiae, sed eadem proportio atque habitudo non est. Si igitur in tribus terminis consideratio

2 defenitum r. 12 in om. d, r. 14 non om. c, r.  
 15 in ordine l; in *ex corr. additum* b, r. 16 ab *bis* s. ||  
 primum l; prius d; primus *et supra* us o r || inchoandum r.  
 18 *Titulus deest* in c, *evanuit* in s. || De arithmetica medietate *contextui addit* r. || eiusque proprietatibus om. d, r. ||  
 proportionibus f. 19 XLII. l. || quoties s. 24 enim] ergo  
 c, f, s. 29 consideratio sit . . . tribus terminis om. c.

sit, continua proportionalitas dicitur; sin vero hic alius dux et alius comes, illic vero utrique sint alii, vocabitur disiuncta medietas. Si igitur in tribus tantum terminis secundum continuam medietatem respexeris vel in quatuor vel in quotlibet aliis secundum disiunctam eandem <sup>5</sup> semper differentias terminorum videbis, tantum solis proportionibus permutatis. Id si in uno quis noverit, reliqua eum ratio non latebit. Sit continua medietas I. II. III. Hic unus a duobus et duo a tribus solis tantum singulis distant, et sunt eadem differentiae, proportionibus vero <sup>10</sup> aliae. Namque duo ad unum duplus est, III. ad II. sesquialter. Et in ceteris idem videbis. Sin autem permiscens et aliquos praeteriens eligas et in his aliquam speculationem ponas, idem poterit evenire. Nam si aequales terminos intermittas et uno sese in priore dispositione praeterant, si singulos intermittas, solius binarii notabitur <sup>15</sup> differentia, sin vero duos praetereas, ternarii, si tres, quaternarii, si quattuor, quaternarii. Et ad eundem modum uno plus, quam intermiseris, erit illa, quam quaerimus, differentia terminorum. Namque si in tribus terminis <sup>20</sup> singuli relinquuntur, binarius semper intererit.

## Differentiae.



Videsne ut, cum superius in naturalis numeri dispositione <sup>25</sup> se termini singulis praeterirent, praetermissis duobus et

2 sunt r. 3 desiuncta r. || terminis tantum a, c, f, l, s. 4 III. c. 5 disiunctam medietatem a, c, f, s; medietatem in margine r, linea subnotatum et supra versum glossa b. 6 tamen a. 7 Et si et supra versum id a. 8 non latebit ratio a. 9 II. c, d. 11 II. c. || tres ad duo d, f. || ad duos a, l, s. 16 binari r. 17 duo d, r, s; II. b, c, l; duo corr. in duos a. || ternari r. || si tres quaternarii om. d. || III. b. 18 si III. quaternarii in margine r. || III. s. 19 plus, quod a, plus, quem c. 20 in tribus terminis si f; si ex corr. add. a, r, s. 21 semper binarius c, f, s. 22 Differentiae om. s. 26 solis duobus d. || II. s.

·III· unus ad ·II· et ·III· ad quinarium comparati binarium solum in differentia retinuerint. Nec non etiam in disiuncta eadem versabitur observatio.

## Differentiae.

5		II.				II.	
	I.	II.	III.	III.	V.	VI.	VII.

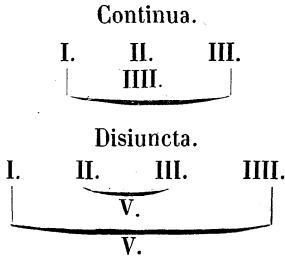
Talibus igitur vestigiis insistentem nullus ab eadem similitudine error abducet. Namque si duos intermittas, ternarius differentiam continebit, si tres, quaternarius, si  
 10 quattuor, quinarium aequae in continuis proportionibus atque disiunctis. Qualitas autem proportionis eadem non erit, quamvis sint aequi termini differentiis distributi. Quod si conversim ponantur, ut non eisdem differentiis eadem qualitas proportionis eveniat, geometrica talis pro-  
 15 portionalitas, non arithmetica nominatur.

Est autem proprium huius medietatis, quod, si in tribus terminis speculatio sit, compositis extremitatibus illa summa, quae inter extremitates est, non loco tantum verum etiam sit quantitate medietas. Ut si ponantur I. II.  
 20 III., unus et ·III· quattuor reddunt, duo vero, qui medius inter utrosque est, quaternarii medietas invenitur. Quod si bis medietatem ducas, aequus erit extremitatibus. Bis enim II. III. creant. Sin vero disiuncta sit, quod fit ex utrisque extremitatibus compositis, hoc ex duabus medio-  
 25 tatibus redditur. Si enim sint I. II. III. III., unus et quattuor quinarium creant, ·II· et ·III· medii in eundem rursus quinarium surgunt.

1 quattuor f. || ·I· s. || tres c. || et tres c, f; et ·III· supra verum d. || ·V· s. 2 etiam om. s. 3 eadem om. c. || operatio d. 4 Differentiae om. s. 5 b, c, f, l perverse:

		III.		III.		
I.	II.	III.	III.	V.	VI.	VII.

10 ·III· c. 14 talis om. c. 19 fit d, f, r, s. || ponatur a, c, s. 20 tres c, d. || ·III· c. || ·II· d. 21 est supra verum a. 22 extremitatibus addendum videtur compositis. 23 duo c, d, f. || desiuncta r. || quae l; quae et supra verum quod b. 24 duobus f. 25 sunt r. 26 duo et tres d, f.

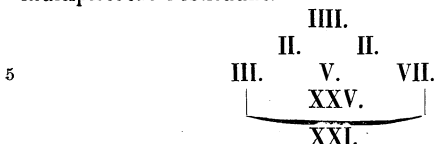


5

Est illi hoc quoque solida proprietate coniunctum, quod quemadmodum sunt omnes termini huiusmodi dispositionis ad se ipsos, ita sunt differentiae ad differentias constitutae. Namque omnis terminus sibi ipsi aequalis est et differentiae differentiis sunt aequales. Illud quoque subtiliús, quod multi huius disciplinae periti nisi Nicomachus nunquam antea perspexerunt, quod in omni dispositione vel continua vel disiuncta, quod continetur sub duabus extremitatibus minus est eo numero, qui ex medietate conficitur, tantum, quantum possunt duae sub se differentiae continere, quae inter ipsos sunt terminos constitutae. Ponamus enim tres terminos huiusmodi III. V. VII. Si igitur tres septies augeantur, in  $\cdot XXI \cdot$  numerum cadunt. Quod si medium terminum, id est  $\cdot V \cdot$ , in semet ipsum multiplicaveris, quinquies quinque faciunt  $\cdot XXV \cdot$ . Et hic numerus ab eo, quem extremitates colligunt, quaternario maior est, quem scilicet differentiae conficiunt. Inter  $\cdot III \cdot$  enim et  $\cdot V \cdot$  et  $\cdot VII \cdot$  bini intersunt, quos si in sese multiplices,  $\cdot III \cdot$  reddunt. Bis enim duo  $\cdot III \cdot$  fiunt. Recte igitur dictum est, in hac huiusmodi dispositione, quod continetur sub extremitatibus, minus esse illo numero,

3  $\cdot III \cdot$ ] bis  $\cdot II \cdot$  l; bis  $\cdot II \cdot$  et  $\cdot III \cdot$  c, d, f. 8 quoque hoc a, f, s. 14 antea *supra versum* a; ante l; ante ea r. 16 eo numero est a. || est *om.* l. 20  $\cdot III \cdot$  c; ter d. 22 quinquies enim a, l; enim *supra versum* b. ||  $\cdot V \cdot$  c, f. 24 est *supra versum* a. || tres d, f. 25 quos] quod r. || in se d; in se *corr. ex* inter hac a. 26 quattuor f. || quattuor f. || fiunt  $\cdot III \cdot$  d. || sunt a.

qui fit ex medietate, tantum, quantum differentiae in se multiplicatae restituunt.



Quartum vero proprium huiusmodi dispositionis notatur, quod antiquiores quoque habuere notissimum, quod in  
 10 hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones, in maioribus minores comparationes  
 necesse est inveniri. Namque in dispositione hac I. II. III. minores termini sunt I. et II., maiores II. et III. Et II. ad unum duplex est, tres vero ad II. sesquialter.  
 15 Sed maior est proportio dupli quam sesquialtera. In armonica autem medietate e contrario evenire contingit; in minoribus enim terminis minores proportiones, in maioribus maior proportionis quantitas custoditur. Harum vero medietatum, id est arithmeticae atque armonicae, geometrica proportionalitas media esse notata est, quae vel in  
 20 maioribus vel in minoribus terminis aequas numerorum qualitates in proportionalitate custodit. Inter maius vero et minus aequalitas loco ponitur medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

25 *De geometrica medietate eiusque proprietatibus.*

XLIII. Nunc vero, quae hanc sequitur, geometrica medietas expediatur, quae sola vel maxime proportionalitas appellari potest propterea quod in eisdem proportio-

10 in medietate c. 13 sunt termini c, d, l, r, s. 14 Et] Nam et b, c, l; Nam a. || duo c, f. || I. s. || III. d, s. || duo b, c, f.; duos a. 16 contigit f. 17 proportio- nis c. 20 nota r. 25 *Inscript. om.* c, d. || medietate] auctoritate f. || eiusque proprietatibus *supra versum a, qui codex inscriptionem capituli quadragesimi secundi addit.* 26 XLII. a; XLIII. l. || consequitur a, f, s; con *ex corr. add.* d. 28 in ea eisdem f, s. || eandem *et supra* an is r.

nibus terminorum vel in maioribus vel in minoribus speculatio ponitur. Hic enim aequa semper proportio custoditur, numeri quantitas multitudoque negligitur, contrarie quam in arithmetica medietate, ut sunt I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. vel in tripla proportione I. III. VIII. 5  
XXVII. LXXXI. vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multipliciter numerorum sit constituta distensio. In his enim, quotlibet terminos sumpseris, explebunt geometricam medietatem, quemadmodum enim prior ad sequentem est, ita sequens ad alium, et rursus, si per- 10  
mixte facias, idem erit. Si enim ponantur tres termini II. III. et VIII., quemadmodum sunt ·VIII· ad ·III· ita quattuor ad duo. Atque hoc si convertas, quemadmodum sunt duo ad quattuor, ita erunt quattuor ad ·VIII·.

	dupla	dupla	
II.	III.	VIII.	15

Vel si in quattuor terminis, ut sunt II. III. VIII. XVI., quemadmodum est primus ad tertium, id est ·II· ad ·VIII·, sic erit secundus ad quartum, id est ·III· ad ·XVI·. Utraque enim proportio quadrupla est. Et conversim quem- 20  
admodum quartus est ad secundum, ita tertius notatur ad primum. Hoc vero etiam disiuncte licet. Nam quemadmodum est primus ad secundum, id est duo ad ·III·, sic tertius ad quartum, id est ·VIII· ad ·XVI·. Et conversim quemadmodum secundus ad primum, id est ·III· ad ·II·, 25  
ita quartus ad tertium, id est ·XVI· ad ·VIII·. Idque in omnibus rata consideratione perspicies.

6 quinquupla, quae in c mutato, a; quincupla, c in quae mutato, b, c. 7 sit constituta numerorum d. || distantia, a, r. 8 enim] vel r. 9 medietatem geometricam c, s. || quemadmodum d, et infra. 10 alium] alterum a. || et] vel s. || si om. r. 11. ·III· c, f. || ·II· et ·III· d. 12 ·VIII· et ·III· r. || quattuor f. || ita] sic a, c. || ·III· ad ·II· c, d, r, s. 14 ·II· ad ·III· c, d; duo ad ·III· r, s. || ·III· ad ·VIII· c, d, s. 16 Descriptionem om. c, s. 17 si supra versum a. || in om. f. || ·III· d, s. || terminis] termini sint f; terminis idem feceris s. 18 duo d, f. 19 erit secundus] sunt ·II· d. || ·III·<sup>or</sup> f. 22 disiunctae a, b, d, f, r, s. 23 ·II· c, d. || ·III·<sup>or</sup> f. 25 ·I· r. || quattuor ad duo f.

dupla II.	III.	VIII.	dupla XVI.
quadrupla		quadrupla.	

Habet autem proprium huiusmodi medietas, quod in omni dispositione secundum hanc proportionalitatem terminorum differentiae in eadem proportione contra se sunt, quae fuerint ipsi termini, quorum sunt ipsae differentiae. Sive enim dupli contra se sint termini, duplae erunt etiam differentiae, sive tripli, triplae, sive secundum quamlibet multipliciter, eadem in differentiis multipliciter erit, quam prima consideratio invenit in terminis, ut subiecta <sup>10</sup> descriptio monet.

#### Differentiae duplae.

I.	II.	III.	VIII.	XVI.	XXXII.	LXIII.	CXXVIII.	
I.	II.	III.	VIII.	XVI.	XXXII.	LXIII.	CXXVIII.	CCLVI.

#### Termini dupli.

<sup>15</sup> Nulli igitur dubium esse potest, quod, cum omnes termini dupli sint, ita differentiae quoque eorum terminorum duplae esse videantur, ut uno minus termino in differentiis omnes paene dispositos subter terminos, quorum sunt ipsae differentiae, superior ordo reddiderit. Est etiam aliud <sup>20</sup> proprium, quod omnis ad minorem maior terminus comparatus ipsum minorem retinet differentiam. Namque binarius ad unitatem ipsa unitate differt, et quaternarius binario ipso binario et octonarius quaternario ipso quaternario et deinceps maiores alii ipsis minoribus ab eisdem ipsis differunt, <sup>25</sup> quos numerositate praetereunt. Et hoc quidem in duplici proportione cadit; sin vero sint triplices proportiones maior

1 *Descriptionem sec. manus addidit in d.* 2 huiusmodi proprium f, s. 5 fuerint c, fuerunt s, fuerunt, et supra alterum u i, r. || ipsae] supra verum r; ipse d, f. || ipsae sunt c, f, s. 5—7 Sive . . . differentiae in margine d. 6 enim om. c. || sunt r. || sint termini contra se d. || termini om. l. || etiam supra verum a. 8 multiplicationem c, f, l, s; multipliciter et supra verum ationem b. 10 monet] docet d. 11 Differentiae duplae om. c. 12 CXXVIII. om. s. 13 CCLVI. om. d, s. 16 sunt c, l, r. 21 differentia f. 22 defert r. 23 octonario quaternarius d. || quaternario ipso quaternario in margine r.



terminus a minore termino duplicato minore termino differunt, ut, si sint I. III. VIII., tres ab uno binario differunt, in quem unitas, id est minor terminus duplicatus exundat; et VIII. a tribus senario differunt, quem ternarius duplicatus educit. Et in aliis cunctis eiusmodi ratio repperietur. 5  
 Sin vero quadruplices sint, triplicato minore termino maior terminus a minore distabit, et, si quincupla, quadruplicato, et, si sescupla quincuplicato, et una minus multiplicatione, quam est ipsa minorum ad maiores comparatio terminorum, minorem numerus maior exsuperat. 10

Differentiae ipsi minores.

I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVIII.  
 I. II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII. CXXVIII. CCLVI.

Termini dupli.

Differentiae dupli minores. 15

II. VI. XVIII. LIII. CLXII. CCCCLXXXVI. ICCCCLVIII.  
 I. III. VIII. XXVII. LXXXI. CCXLIII. DCCXXVIII. IICLXXXVII.

Termini tripli.

Differentiae tripli minores. 20

III. XII. XLVIII. CXCH. DCCLXVIII. IIII LXXII. XIIICCLXXXVIII.  
 I. III. XVI. LXIII. CCLVI. IXXIII. IIIIXCVI. XVIICCLXXXIII.

Termini quadrupli.

Haec autem proportionalitas et in aliis omnibus vel superparticularibus vel superpartientibus invenitur huiusmodi proprietate in omnibus conservata, ut in continua 25  
 proportione, quod fit sub extremitatibus, si tres fuerint termini, hoc a medietate multiplicata consurgat. Si enim sint II. III. VIII., quod fit ex bis VIII., idem fit ex quater III.; vel si sit in quattuor terminis disiuncta proportio,

7 quadruplicato b, l. 8 quinquuplicato a, d; quinquuplicato r, s. 9 minor iuxta laturam f. || ad supra verum a. 10 minorem] minor est d. || numerus om. s; numerum c || exuperat d. 11 ipsi] ipsae f; dupli b, l; duplae s. || minores om. s. 15 dupli] tripli b, c, l; triplae f, s. || minores om. s. 16 ICCCCLVIII] DCCCLVII c. 19 Differentia tripla d. || quadrupli b, c, l; quadruplae f, s. || minores om. d, s. 28 idem fit ex quater] reddatur ex est a. 29 quattuor f. || III. c.

quod fit sub utrisque extremitatibus, id duarum medietatum multiplicatione concreseat, ut, si sint II. III. VIII. XVI., quod fit ex his XVI., id ex quater VIII. reddatur. Exemplar autem nobis maximum certissimumque sit illud, 5 ubi ex aequalitate diximus omnes inaequalitatis species fundi. Illic enim in omnibus vel multiplicibus vel superpartientibus vel superparticularibus vel in ceteris coniunctis geometrica proportionalitas custoditur has omnes proprietates, quas supra diximus, continens. Quarta 10 vero est proprietas huiusce medietatis, quod vel in maioribus vel in minoribus terminis aequales semper proportionibus sunt. Namque si ponantur II. III. VIII. XVI. XXXII. LXIII., inter hos omnes dupla proportio est. Apparet etiam haec proportionalitas in binis proportionibus ab 15 unitate alternatim parte altera longioribus quadratisque dispositis a prima multiplicitatibus habitudine, id est a duplici per cunctas superparticularis habitudines proportionibusque discurrens; quod subiecta descriptione signatum est.

	Tetragonus	I.	
20	Parte altera longior	II.	dupla
	Tetragonus	III.	dupla
	Parte altera longior	VI.	sesquialtera
	Tetragonus	VIII.	sesquialtera
	Parte altera longior	XII.	sesquitertia
25	Tetragonus	XVI.	sesquitertia
	Parte altera longior	XX.	sesquiquarta
	Tetragonus	XXV.	sesquiquarta

1 sub] ex f. 2 concreseat f. 3 sedecim f. 4 sit] fit d, f, l. 5 ex] ab a. 6 profundi a. 7 coniunctis cunctis a. 10 proprietas est d. || huiuscemodi a; huiusce *et supra versum* ad huiuscemodi b. 12 d *addit* ·I· 14 etiam] autem f, s. 17 superparticulares c. 20 longior *om.* a, b, r, *hic et infra*; k, f, s. || *dupla rasura deletum* c; *sed hoc et sequentia proportionum vocabula uno versu promota sunt in a, c, r, s atque in c in fine addita est sesquisexta ad implendum ultimum versum, qui in a, r, s proportionis nomine vacat.* 22 longior] k, f, s. || *sesquialter genusque masculinum etiam in reliquis vocabulis f.* 23 VIII. *rasura deletum* c. 24 longior *om.* f. *hic et infra*. || XII. *rasura deletum* c. 25 XVI] X *in litura* c. 27 XXV] XX *in litura* c.

Parte altera longior	XXX.	sesquiquinta
Tetragonus	XXXVI.	sesquiquinta
Parte altera longior.	XLII.	sesquisexta
Tetragonus.	XLVIII.	sesquisexta

*Quae medietates quibus rerum publicarum statibus com-  
parentur,* 5

XLV. Atque ideo arithmetica quidem rei publicae comparatur, quae paucis regitur, idcirco quod in minoribus eius terminis maior proportio sit. Musicam vero medietatem optimatum dicunt esse rempublicam ideo, quod in maioribus terminis maior proportionalitas invenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo et exaequatae civitatis est. Namque vel in maioribus vel in minoribus aequali omnium proportionalitate componitur, et est inter omnes paritas quaedam medietatis aequum ius in proportionibus conservans. 15

*Quod superficies una tantum in proportionalitatibus medietate iungantur, solidi vero numeri duabus medietatibus in medio collocatis.*

XLVI. Post haec igitur tempus est, ut expediamus nunc quiddam nimis utile in Platonica quadam disputatione, quae in Timaei cosmopoeia haud facili cuiquam vel penetrabili ratione versatur. Omnes enim planae figurae, quae nulla altitudine crescunt, una tantum medietate

2 XXXVI] X in litura c. 3 XLII] XL in litura c. || sesquiquinta c. 4 XLVIII] L in litura c; XLIX in litura r 5 *Inscript. om.* a, c, d, f. 7 XLIII. l. || quidem arithmetica c, r, s. || ei reipublicae f. 9 sit] fit f; est a. 10 optimatum c, f; optimatum in optimatum mutatum d. 15 in proportionibus] pro portionibus f. 16 sibi conservans r; conservans, n supra a, a; conservans, ti supra n, d. 17 *Inscript. om.* d. In a legitur *inscriptio capituli quadragesimi tertii.* || una tantum] unitatum f. 18 iunguntur c; iungatur f. 19 collocantur c, r. 20 XLIII. a; XLV. l. 21 quoddam a. 22 timerica a. || cosmopoetica a, c; cosmopoetico r. 23 enim *om.* a. || plane d.

geometrica continuantur; alia, quae iungat, non potest  
 inveniri; unde duo tantum in his intervalla sunt consti-  
 tuta, a primo scilicet ad medium et a medio ad tertium.  
 Si vero fuerint cybi, duas tantum habebunt medietates,  
 5 ubi tertia inveniri non poterit secundum geometricam  
 scilicet proportionem; unde formae solidae tria intervalla  
 dicuntur habere. Est enim unum intervallum a primo ad  
 secundum et a secundo ad tertium et a tertio ad quartum,  
 quae est scilicet postrema distantia. Recte igitur et pla-  
 10 nae figurae duobus intervallis et solidae tribus contineri  
 dicuntur. Sint enim duo tetragoni ·III· scilicet et ·VIII·  
 Horum igitur unus tantum medius in eadem proportione  
 constitui potest. Namque senarius ad ·III· sesquialter est  
 et ·VIII· ad senarium eodem modo sesquialter. Hoc autem  
 15 idcirco evenit, quod singula latera singulorum tetragono-  
 rum efficiunt senariam medietatem. Nam quaternarii te-  
 tragoni latus binarius est, novenarii ternarius. Hi ergo  
 multiplicati senarium perfecerunt; bis enim ·III· senarius  
 est. Et quotienscunque datis duobus tetragonis eorum  
 20 medietatem volumus invenire, latera eorum multiplicanda  
 sunt, et qui ex his procreabitur, medietas est. Si autem  
 cybi sunt, ut ·VIII· et ·XXVII·, duae tantum inter hos ea-  
 dem proportione medietates constitui queunt, ·XII· sci-  
 licet et ·XVIII· Namque ·XII· ad ·VIII· et ·XVIII· ad ·XII·  
 25 et ·XXVII· ad ·XVIII· sesquialtera tantum proportione iun-  
 guntur. In his quoque eadem laterum ratio est. Nam-  
 que ex uno cybo, qui propinquior est, una medietas duo  
 latera colligit, ex alternatim vero posito unum. In alia  
 quoque medietate idem est. Ponantur enim duo cybi et  
 30 in medio eorum duae medietates, quas superius diximus:  
 VIII. XII. XVIII. XXVII. Octonarii igitur latus est bi-

2 intervalla in his c; in his *supra versum* a. 9 scilicet  
 est a, c; est *om.* s. 12 in eandem proportionem c, r, s.  
 14 autem] igitur f. 15 idcirco l. || covenit d. 16 sena-  
 rium a. 18 perfecerunt senarium c, s. || tres c, d, f. 19  
 datis *om.* c. || tetragonis additis c. 20 inveniri c. 21  
 autem] enim a. 22 cubi f. || sint c, d, f, l, r. || hos] eos a.  
 27 medietates d. 28 collegit a, r. 30 quas] qua d.

narius; bis enim bini bis octonarium referunt; ternarius vero ·XXVII· cybi latus est; ter enim tres ter ·XXVII· restituant. Medietas igitur, quae iuxta octonarium est, id est ·XII·, mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario et aliud unum latus ex altrinsecus posito <sup>5</sup> ·XXVII· cybo. Bis enim bini ter ·XII· pandunt. Et ·XVIII· eadem ratione duo latera a propinquo sibi ·XXVII· cybo colligit et unum ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis ·XVIII· concludunt. Hoc autem universaliter speculandum est. Si tetragonus <sup>10</sup> tetragonum multiplicet, sine dubio tetragonus provenit; sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem nunquam tetragonus, semper parte altera longior crescit. Rursus si cybus cybum multiplicaverit, cybi forma conficitur, si <sup>15</sup> vero parte altera longior cybum vel cybus parte altera longiorem, nunquam cybus procreabitur. Hoc scilicet secundum similitudinem paris atque imparis. Par enim parem si multiplicet, semper par nascitur et impar impari si multiplicet, impar continuo procreabitur. Si <sup>20</sup> vero impar parem vel si par impari multiplicet, par semper exoritur. Hoc autem facilius cognoscitur ex lectione Platonis in libris de republica eo loco, qui nuptialis dicitur, quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad tertiam medietatem redeun- <sup>25</sup> dum est.

1 bini binis f; bini bis enim d. || referunt] ferunt b, c, l; fecerunt d, f, r, s; ferunt, re *ex corr. addito*, a. 2 tres terni b, l. 3 restituent s. 8 uno b, c, f, l; uno *corr. in unum r.* || ab *om.* d, s. 13 tetragonus est, sed f. 14 semper] per *in litura* b, c; neque l, s. || semper parte altera longior crescit] d *in margine*: neque parte altera longior aderit. Sin autem parte altera longior parte altera longiorem multiplicaverit; r *in margine*: Si autem parte altera longior multiplicet parte altera longiorem semper parte altera longior crecit (*sic!*). || *Post longior addunt* b, c, l, s: aderit. Sin autem parte altera longior parte altera longiorem multiplicaverit semper parte altera longior. || crescet l. 19 si parem b. 20 procreatur d, f, l, r.

*De armonica medietate eiusque proprietatibus.*

XLVII. Armonica autem medietas est, quae neque  
 eisdem differentiis nec aequis proportionibus constituitur,  
 sed illa, in qua quemadmodum maximus terminus ad par-  
 5 vissimum terminum ponitur, sic differentia maximi et  
 medii contra differentiam medii atque parvissimi compa-  
 ratur; ut si sint III. IIII. VI. vel si II. III. VI. Senarius  
 enim quaternarium sua tertia parte superat, id est duobus,  
 quaternarius vero ternarium sua quarta parte supervenit,  
 10 id est uno, et senarius ternarium sua medietate, id est  
 tribus, ternarius vero binarium sua parte tertia, id est  
 unitate transcendit. Quare in his neque eadem proportio  
 terminorum est, neque sunt eadem differentiae, est au-  
 tem quemadmodum maximus terminus ad parvissimum  
 15 terminum, sic differentia maximi et medii ad differentiam  
 medii atque postremi. Namque in hac proportione, quae  
 est III. IIII. VI., maior terminus, id est senarius, ad par-  
 vissimum terminum, id est ternarium, duplus est et diffe-  
 rentia maximi et medii, id est senarii et quaternarii, duo  
 20 scilicet, ad differentiam medii et ultimi, id est quaternarii  
 atque ternarii, quae est unitas, dupla perspicitur. Sed  
 hoc quoque subiecta descriptione monstratur.

Differentiae duplae.

I. II.

III. IIII. VI.

Termini dupli.

Differentiae triplae.

I. III.

II. IIII. VI.

Termini tripli.

Habet autem proprietatem, quemadmodum dictum est,  
 contrariam arithmeticae medietati. In illa enim in mino-  
 ribus terminis maior erat proportio, in maioribus minor.  
 30 In hac vero in maioribus quidem terminis maior est pro-  
 portio, in minoribus vero minor. Namque in hac dispo-

1 *Inscript. om. c, d.* || armonia r. 2 XLIII. a; XLVI. l.  
 4 illa *ex corr. add. d.* || in *ex corr. add. r.* || quemammodum d.  
 10 ·I· f, s. || medietate superat f. 11 ·III· c, f. 17 ·VI· s.  
 || id est *om. d, f, r, s.* 21 atque ternarii *ex corr add. d.*  
 22 monstratur descriptione f. || demonstratur b, l. 23 dupli  
 b. || tripli b; duplae d. 24 I. III. *om. d.* 26 dupli. Ter-  
 mini *om. d.* || triplae d; terne s. 28 in *om. d.* 29 erit d, s.

sitione III. III. VI. tres ad quattuor comparati sesquiter-  
 tiam habitudinem, sex vero ad quattuor, sesquialteram  
 reddunt. Sed maior est proportio sesquialtera a sesqui-  
 tertia tantum, quantum pars tertia medietate transcendi-  
 tur. Iuste igitur medietas quaedam geometrica proprie- 5  
 que esse proportionalitas iudicatur, scilicet inter eam, ubi  
 in maioribus terminis minor est proportio et in minoribus  
 maior, et inter eam, ubi in maioribus maior est, in mino-  
 ribus minor. Illa est enim vere proportionalitas, quae  
 medietatis quodammodo locum obtinens et in maioribus et 10  
 in minoribus aequalibus proportionum comparationibus  
 continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum  
 mediam esse quodammodo geometricam proportionem.  
 Namque in arithmetica proportione medius terminus ead-  
 em sua parte et minorem praecedat et a maiore praecedat 15  
 ditur, sed alia parte minoris, alia vero parte maioris.  
 Sit enim arithmetica dispositio II. III. IIII. Ternarius igitur  
 numerus binarium tertia sua parte praecedat, id est  
 uno, et a quaternario tertia sua parte praecedat, id est  
 uno. At vero ternarius non eadem parte minoris mino- 20  
 rem vincit vel maioris a maiore superatur. Namque mi-  
 norem, id est binarium, uno superat, id est ipsius medie-  
 tate binarii, a quaternario vero uno relinquitur, quae  
 pars quaternarii quarta est. Recte igitur dictum est, me-  
 dium terminum in huiusmodi medietate eadem sui parte 25  
 et minorem vincere et a maiore superari, sed non eisdem  
 partibus vel minoris minorem transgredi vel maioris a  
 maiore transcendere. Contrarie armonica medietas propor-  
 tiones habet. Namque non eadem parte sua medius ter-  
 minus in hac proportione vel minorem vincit vel a maiore 30

1 atque quattuor d; ad .IIII. c. 2 .VI. c, f. || .IIII. c.  
 5 iustae f, r. || propriaeque f, r. || proprie, *omisso* que *et*  
 esse, l. 9 enim est vere b, c; enim vere est l. 16 parte  
 maioris] parte minoris c; maioris *omisso* parte f. 21 a  
 maiori c. 22 superat uno c. 23 quae] qui d; quae uni-  
 tas s. 24 est quarta pars quaternarii a; pars est quater-  
 narii quarta f, r, s; est pars quaternarii quarta c. 25 eius-  
 modi a, s. 28 Contrariae c, f, r.

superatur, sed eadem parte minoris minorem superat, qua parte maioris a maiore superatur. In hac enim dispositione armonica, quae est II. III. VI. ternarius binarium tertia sui parte vincit, idem ternarius a senario tota sui quantitate superatur, id est tribus, idemque ipse ternarius medietate minoris vincit minorem, id est uno, et medietate maioris a maiore termino vincitur, id est tribus. Senarii enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neque eisdem suis partibus medius vel vincit minorem vel a maiore vincitur, neque eadem parte vel minoris minorem superat vel maioris a maiore relinquitur, sed qua parte sua medius terminus minorem superat, eadem parte sua maior terminus medium vincit, quod est ut medietas atque extremitas aequalibus medietatem et extremitatem reliquam suis partibus supervadant. In hac enim dispositione, quae est III. VI. VIII. tertia sui parte medius senarius quaternarium superat, id est duobus, et tertia sui parte rursus novenarius senarium vincit, id est tribus. Habet autem aliam proprietatem armonica medietas, ut cum duas extremitates in unum redactas medietas multiplicaverit, dupla quantitas colligatur, quam si se multiplicent duae extremitates. Sint enim hi termini: III. III. VI. Si igitur ternarium et senarium iungas, novenarium facies, qui per quaternarium ductus XXXVI. efficit. Quod si se ipsae extremitates multiplicent et fiant tres sexies, XVIII. conficiunt, quod est prioris summae dimidium.

	·XVIII·	
	·XXXVI·	
III.	III.	VI.
	·VIII·	

30

1 sed eadem . . . superat *om.* c *versu vacuo relicto.* 3 ternarius] terminus medius a, f, s; ternarius *et supra versum* terminus medius id est b; terminus medius id est *in margine r.* 4 sua a, l. || idem] id est a; id est uno c. || a *om.* b, l. 7 minorem vincit c. 7 vincit c. 15 supervadunt f. 17 separat f. 20 medietas redactas f. 21 colligitur b, c, f, l, s; collegitur r; colligitur *corr. in* colligatur a, d. 24 facias d. 26 conficiunt c, r; conficiunt, *u in e mutato*, a. || quod est] id est c; id est quod est, a. 27 XVIII. *om.* f.



*Quare dicta sit armonica medietas ea, quae digesta est.*

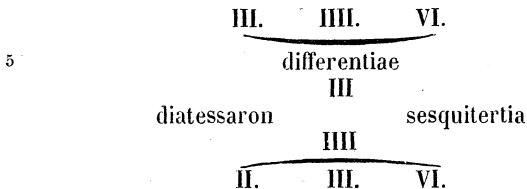
XLVIII. Considerandum forsitan videatur, cur hanc armonicam medietatem vocemus. Cuius haec ratio est, quoniam arithmetica dispositio aequas tantum per differentias dividit quantitates, geometrica vero terminos aequa 5 proportionem coniungit, at vero armonica ad aliquid quodammodo relata consideratione neque solum in terminis speculationem proportionis habet neque solum in differentiis, sed in utrisque communiter. Quaerit enim, ut quemadmodum sunt ad se extremi termini, sic maioris ad 10 medium differentia contra differentiam medietatis ad ultimum. Ad aliquid autem considerationem armonicæ proprie esse, in primi libri rerum omnium divisione monstravimus. Ipsarum quoque musicarum consonantiarum, quas symphonias nominant, proportionem in hac paene sola medietate frequenter invenies. Namque symphonia diatessaron, quae princeps est et quodammodo vim obtinens elementi, — constituitur scilicet in epitrita proportione, ut est quaternarius ad ternarium — in eiusmodi armonicis medietatibus 15 invenitur. Sint enim eiusmodi armonicæ medietatis termini, quorum extremi dupli sint, et rursus alia huiusmodi dispositio, quorum extremi tripli.

III. III. VI. II. III. VI.

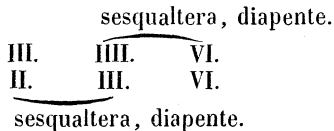
Senarius igitur ad ternarium duplex est, idem autem senarius in alia dispositione ad binarium triplus. Horum 25 igitur si differentias colligamus et ad se invicem comparemus, epitrita proportio colligetur, unde diatessaron sym-

1 *Inscript. om.* a, b, c, d, f, l, s. 2 XLVIII. *om.* b, f, l. XLV. a, c, s. 3 medietatem *om.* a. 7 in *om.* c. 9 ut *ex corr. add.* a. 10 ad medium] *supra versum* sit b. 11 differentiam r. 15 pene c, s. 16 invenias d, r. 17 est princeps c. 20 invenietur, e *post i delete*, c. || huiusmodi c, s; eiusmodi, hui *supra* ei, d; eiusdem vel huiusmodi a. 21 extimi d. || sint *om.* c; sunt s. 22 extimi d. || tripli sunt a, c, f, s. 25 in alia dispositione senarius d, f, l, r, s. || triplus est s. 26 differentias si colligimus c. 27 colligitur c, f, l, s; collegitur r.

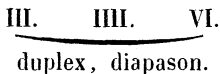
phonia resonabit. Inter ·III· enim et ·VI· ternarius est et inter binarium et senarium quaternarius, qui sibimet comparati sesquiterciam efficient proportionem.



10 In eadem quoque medietate et diapente symphonia componitur, quam sesquialtera habitudo restituit. Nam in utrisque dispositionibus his, quae subiectae sunt, in duplici senarius ad quaternarium sesquialter est et in triplici ternarius ad binarium. Ex quibus utrisque diapente sym-  
15 phonia coniungitur



20 Post hanc autem diapason consonantia, quae fit ex duplici, ut est subiecta formula.



In triplici quoque dispositione simul diapente et diapason  
25 symphonia componitur servans sesquialteram et duplicem rationem, quod subiecta descriptio docet.

1 Inter] in s. || tres d, f. || enim om. s. || sex d, f. 3 efficiunt s. 4 ·III·] ·III· s. 5 differentiae om. d; differentia r, s. 8 *Supra hunc versum* differentiae c, l; differentia f, r, s. 9 ·III·] ·III· s. 11 constituit s. 12 sunt subiectae c. 13 est om. l. || et om. d. 16 sesquialtera diapente om. s. || sesquialter f, l, r. 19 sesquialtera diapente om. s. || sesquialter f, l, r. 20 hunc a, b, c, d, f, l, r. 23 duplex, diapason om. c; duplex om. s.



proportione colligitur, huic se iuncturae armonicae medietatis interserit. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suique differentiam quadruplus invenitur.

minor differentia  
 5                    I ——— quadruplus, bis diapason.  
                   III.            III.            VI.

In triplicibus quoque extremitatibus maior differentia ad minorem differentiam quadrupla est et bis diapason symphoniam emittit. Namque in dispositione II. III. VI. extremorum differentia est, id est senarii et binarii, ·III·; minor vero differentia, id est ternarii et binarii, unus ·III· autem uno quadrupla maior est relatione, quae comparatio bis diapason consonantiam tenet.

15

*De geometrica armonia.*

XLVIII. Vocant autem quidam armonicam huiusmodi medietatem idcirco, quod semper haec proportionalitas geometricae armoniae cognata est. Armoniam autem geometricam cybum dicunt. Ita enim ex longitudine  
 20 in latitudinem distentus est et in altitudinis cumulum crevit, ut ex aequalibus proficiscens ad aequalia perveniens aequaliter totus sibi conveniens creverit. Haec autem medietas in omnibus cybis, quae est geometrica armonia, perspicitur. Omnis enim cybus habet latera ·XII· angu-  
 25 los ·VIII· superficies ·VI· Hic autem ordo et dispositio

4 minor differentia *om. d, r*; minor *om. s.* 5 quadruplus, bis diapason *om. c, s*; bis *om. l*; quadrupli bis diapason *f, r.* 7 maior *om. a*; *supra versum s.* 10 prius est *om. d, r.* || ·III<sup>or</sup> *f*; *supra versum sunt a.* || minorum *s.* 11 Quatuor *c, f.* 15 *Inscript. om. c.* In a legitur *inscriptio capitis quadragesimi sexti*; in b, f, l *inscriptio capitis duodequingagesimi*; in d *eadem inscriptio cum additamento in margine*; in s *inscriptio evanuit.* 16 XLVI. a; XLVII. l; XLVIII b, f. 18 cognita est c. 19 cubum f. 22 Haec autem *cet.] Initium capitis cum inscriptione*: De geometrica armonia b, l; *titulus omissus est in c, f, evanuit in s*; in margine legitur in d. *Capitis numerus in b est XLIII, in f XLVIII, in l XLVIII.* 24 perfcitur a, r.

armonica est. Disponantur enim VI. VIII. XII. Hic ergo quemadmodum est maior terminus ad parvissimum, ita differentia maioris et medii ad medii ac parvissimi comparatur. Perpensi namque ·XII· ad VI. dupli sunt, differentia vero duodenarii et octonarii quaternarius est, octonarii vero et senarii duo. Dupla autem ratione distabunt duobus quattuor comparati. Rursus octonarius, qui medietas est, alia sua parte minorém praecedit et alia sua parte a maiore praeceditur. Eadem autem parte minoris minorem superat, qua parte maioris a maiore superatur. 10 Rursus si extremitates in unum redigantur et a medietate octonario multiplicentur, duplus erit ab eo numero, quem solae extremitates multiplicatae perfecerint.

Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas invenimus. Diatessaron quidem est ·VIII· ad ·VI·, quoniam proportio sesquitercia est, at diapente ·XII· ad ·VIII·, quoniam, quae sesquialtera comparatio dicitur, in ea diapente consonantia repperitur. Diapason vero quae ex duplici nascitur, ex ·XII· ad ·VI· compositione producitur. Diapason vero et diapente, quae triplicis obtinent rationem, 20 fit ab extremitatum differentia ad differentiam minorem. Namque duodenarii et senarii ·VI· differentia est, minor vero est differentia octonarii et senarii, id est ·II·; qui senarius ad binarium triplus est, et diapason simul et diapente consonantiam sonant. Illa vero maior consonantia, 25 quae est bis diapason, quae ex quadruplo fit, in medii

2 est om. c. 3 et] om. l; ad c, d, r; ad *et supra versum* a† et b; ad differentiam s. || ad medii om. a, b, c, d, l, r, s. 4 sex d. 5 ·XII· c, d, f, r, s; duodenarii vel duodecim a. 6 ·II· c. 7 ·III· c; ·III<sup>or</sup> f. || medius l; medius *et supra versum* a† medietas b. 8 sui f, s. || sui f. 10 maioris] minoris c. 12 octonarii l; *in litura* b. 13 perfecerunt s. 15 *Ante Diatessaron interserit a capitis quadragesimi septimi inscriptionem et numerum.* || sex d. 16 est sesquitercia a, c, r. || duodecim d. 17 ea, quae a, b, c, d, f, l, r. 18 reperietur c. 18—20 quae ex duplici . . . diapente, quae *in margine* F. 19 et ·XII· d. || comparatione c, l. 20 obtinet r. || rationem] locum c. 22 Nam F. || sex d. 23 est *ante* differentia om. c. 25 consonantia maior a, c. 26 bis om. F.

termini, id est octonarii, et eius differentiae comparatione perspicitur, quae inter octonarium senariumque repperitur. Quare proprie atque convenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

5 *Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis arithmetica, geometrica et armonica inter eos medietas alternetur; in quo de eorum generationibus.*

L. Nos autem praestare debemus quatenus, quemadmodum dato calamo extremis foraminibus manentibus  
 10 musicis mos est, ut medium foramen permutantes atque alios aperientes alios digitis ocludentes diversos emittant sonos, vel cum duabus altrinsecus protensis chordis medii nervi sonum musicus vel adstringendo tenuat vel remittendo gravat: ita quoque datis duobus numeris nunc qui-  
 15 dem arithmetica nunc vero geometricam nunc autem armonicam medietatem experiamur inserere, ut rectum propriumque medietatis nomen sit, quod manentibus extremitatibus huc atque illuc ferri permutarique videatur. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis termi-  
 20 nis vel paribus vel imparibus permutare ita, ut, cum arithmetica ponimus medietatem, differentiarum tantum ratio aequalitasque servetur, cum vero geometricam, rata se proportionum iunctura custodiat, sin autem armonica fiat, differentiarum comparatio ab terminorum proportione  
 25 non discrepet. Et sint quidem primo pares positae quaedam extremitates, inter quas has omnes medietates oporteat internectere, ·X· et ·XL· Prius igitur arithmetica medietas aptetur. Inter hos ergo si ·XXV· posuero, erit

5 *Titulus omissus est in c, in margine legitur in d, evanuit maximam partem in s; in a inscriptio capitis duodequingagesimi invenitur.* 6 eas f. || alternentur F. 8 XLVIII. a; XLVIII. l. || quatinus b, l, F. 10 foramen c, d, r; foramen et supra verum 1 foramen b. 11 alios ante aperientes om. d. || vel alios ocludentes d. 13 adstringendo vel adffigendo. a. 14 quidem supra verum F. 19 positae om. c, d, f, F, r, s. 22 aequabilitasque F. 24 ab terminorum] aliter minorum c. 26 has om. b, l; has tres s.

mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate inmutabiliter custodita, in huiusmodi scilicet dispositione: X. XXV. XL. Vides enim, ut quindena sese summulae quantitate transcendat; omnesque proprietates, quas supra diximus in medietate arithmetica convenire, ab hac <sup>5</sup> huiusmodi dispositione non repperies alienas. Namque quemadmodum unusquisque eorum terminus ad se ipsum est, quoniam sibi aequalis est, ita sunt ad se invicem differentiae, quoniam sibi sunt aequales; et quanto maior terminus medium transit, tanto medius vincit minorem; <sup>10</sup> et extremitatum adgregatio duplex est medietate; et minorum terminorum proportio maior est illa comparatione, quae inter maiores terminos continetur; et tanto minor est numerus, qui fit ex multiplicatis extremitatibus, ab eo, qui fit ex multiplicata medietate, quantum eorum differentiae multiplicatae restituunt; illud quoque quod medietas eadem sui parte et a maiore vincitur et minorem ipsa supervenit, non eadem autem parte minoris minorem transit vel maioris a maiore relinquitur. Quae omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmeticae medietatis <sup>20</sup> sunt, quod, si superius dicta meminerit lector, ita esse indubitanter intellet.

Rursus si inter eosdem .X. et XL. XX. constituam, statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exoritur, arithmetica medietate pereunte. In hac <sup>25</sup> enim dispositione X. XX. XL. quemadmodum est maior ad medium, sic medius ad extremum; et quod continetur ab extremitatibus, aequum est ei, quod a multiplici medietate completur. Differentiae quoque eorum in eadem sunt proportione qua termini. Crementum vero et inmi- <sup>30</sup> nutio proportionum secundum terminos nulla est, sed

1 arethmetica r. || differentiarum . . . custodita] quae differentiarum quantitatem inmutabiliter custodiat b, c, l. 5 hac *linea subnotatum* b, om. l. 6 Nam d; Namque numerus r. 8 aequalis est sibi a. , 11 extremitatum a. || duplus c. 12 est maior f, s, F. 15 differentiae eorum a, c, f, s. 18 autem] cum c. 20 proprietates scilicet f, F. 22 intellegit b, f, F; intelligit l. 31 si *corr. in* sed a.

maiorum terminorum proportio a minorum terminorum proportione non discrepat.

Si vero armonicam medietatem coniungere velim, .XVI. mihi numerus inter extremitates utrasque ponendus est, ut sit hoc modo: X. XVI. XL. Nunc igitur licet in huiusmodi dispositione omnes armonicis proprietates agnoscere. Qua enim maximus ad parvissimum terminus proportione coniungitur, eadem proportione differentiae ad se invicem comparantur. Et quibus partibus maioris a maiore medius vincitur, eisdem partibus minoris praeterit minorem; suis vero non eisdem vel a maiore vincitur vel transit minorem; et in maioribus terminis maior est proportio, in minoribus minor; et si in unum extremitates redigantur et medietatis quantitate concrescant, duplus inde conficitur numerus ab eo, qui ex solis multiplicatis extremitatibus procreatur.

Atque hoc quidem in terminis paribus constitutum est. At vero si in pares proponantur, ut sunt .V. et .XLV. aptus medius .XXV. arithmeticae proportionem medietatemque constituet. Nam si sint V. XXV. XLV. eadem sese numerorum quantitate termini transgredientur. Et omnis superius dicta proprietas arithmeticae medietatis in his terminis custoditur. Sed si .XV. numerum medium ponam, ut sint V. XV. XLV., in geometricam medietatem termini relabuntur aequalibus terminorum ad se invicem proportionibus custoditis. .VIII. vero si inter utrosque terminos ponam, ut sint V. VIII. XLV., fit arthonica medietas, ut qua summa maximus numerus parvissimum praecedat, eadem maior differentia minorem differentiam vincat.

Qua vero disciplina huiusmodi medietates repperire

3 Sin vero a. || velim coniungere a. 8 differentiae eadem proportione s; differentiae proportione eadem c; proportione differentiae eadem f, F. 14 medietates *et supra versus* a] t] s b; mdietatis *mutatum* in medietates a; medietates, tes *correcto in* t] s, f. 19—20 arithmeticae . . . XXV. om. c. 20 constituit a, c, d, f, r, s. || sunt s. 21 transgredientur a. 23 numerum ponam medium a, c, d, medium ponam numerum f. 26 Novem c. || inter] in a.



possimus expediendum est. Datis duobus terminis si arithmetica medietatem constituere oportebit, utraque est extremitas coniungenda quodque ex ea copulatione colligitur dividendum, isque numerus, qui ex divisione redactus est, arithmetica medietatem inter extremitates locatus efficiet; ut  $\cdot X \cdot$  et  $\cdot XL \cdot$  si iunxero, efficiunt  $\cdot L \cdot$ , quos si dividam,  $\cdot XXV \cdot$  redduntur. Hic erit medius terminus secundum arithmetica proportionem. Vel si illum numerum, quo maior minorem superat, divides eumque minori superponas quodque inde concrescit medium ponas, arithmetica medietas informatur. Nam  $\cdot XL \cdot$  denarium tricenario superat, quem si divides  $\cdot XV \cdot$  fiunt. Hunc si minori, id est denario, superposueris  $\cdot XX \cdot$  et  $\cdot V \cdot$  nascentur. Quem si medium constituas, arithmeticae medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges, eius numeri, qui sub utrisque extremitatibus continetur, tetragonum latus inquire, et hunc medium pone. Nam sub  $\cdot XL \cdot$  et denario numero  $\cdot CCCC \cdot$  continentur. Si enim denarium in  $\cdot XL \cdot$  multiplices, hic numerus crescit. Horum igitur quadringentorum require tetragonum latus. Hi sunt  $\cdot XX \cdot$ . Vicies enim  $XX \cdot CCCC$ . efficiunt. Repertum ergo latus quadratum medium constitues. Vel si eam proportionem, quam inter se dati termini custodiunt, divides et id quod relinquitur medium terminum ponas. Namque  $\cdot XL \cdot$  ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si divides, duplum facies, qui est scilicet  $\cdot XX \cdot$ . Nam  $\cdot XX \cdot$  ad denarium duplus est. Hunc si medium constituas, medietatem geometricam perferet. Armonicam vero medietatem tali modo reperies. Differentiam terminorum in minorem terminum multiplica et

1 experiendum est, r in d mutato, a. 6 efficient a, c, r. 7 quos] quod a; quos in litura r. 10 crescit c. 12 triceno et supra verum  $\frac{1}{2}$  nario b. 13  $\cdot XXV \cdot$  d;  $\cdot XX \cdot$  et quinque f. || nascuntur f, s. 15 formatur] monstratur c, s. || Ante Geometricam inserit a titulum: De geometrica armonia et capitis numerum XLVIII. 20 tetragonum c. 24 relinquetur d. 26 facias a, d. 28 constitues c, d. || perferat a, r. 29 Ante Armonicam inserit a titulum et numerum capitis quinquagesimi. 30 terminorum in minorem ter-

post iunge terminos, et iuxta eum, qui inde confectus est, committe illum numerum, qui ex differentiis et termino minore productus est, cuius cum latitudinem inveneris, addis eam minori termino, et quod exinde colligitur, me-  
 5 dium terminum pones. ·X· enim et ·XL· faciunt ·L·. Differentia autem inter ·X· et ·XL· ·XXX· sunt, quem si multiplices in denarium, id est in minorem, [decies ·XXX· oportet] ·CCC· efficies. Quos ·CCC· iuxta eum committe, qui ex iunctis utrisque confectus est, id est iuxta ·L·  
 10 [Facient enim quinquagies senos]. Et invenitur latitudo senarius. Hunc igitur si minori termino addas, facient ·XVI· et hic numerus medius constitutus inter ·X· et ·XL· armonicam proportionem medietatemque servabit.

15 *De tribus medietatibus, quae aronicae et geometricae contrariae sunt.*

LI. Hae quidem sunt apud antiquiores inventae probataeque medietates, quas idcirco longius enodatusque tractavimus, quod hae maxime in antiquorum lectionibus inveniuntur, et ad omnem paene vim cognitionis eorum  
 20 versatur utilitas. Ceteras autem praetereundo transcurrimus idcirco, quoniam non multum nobis in lectionibus prosunt, sed tantum ad implendam denarii numeri quantitatem. Quae ne lateant neve sint aliquibus ignorata, depromimus. Videntur enim hae supra dictis medietati-  
 25 bus esse contrariae, ex quibus originem trahunt. Ex his

minum *secunda manu in margine* a; terminorum *supra versum* s. 4 inde a, d, f, r. || collegitur r. 5 Decem c. 6 multiplicas a, d. 7 *Quae hic et infra uncis inclusi, etsi omnes quos contuli codices habent, minime tamen a Boetio scripta esse puto.* 8 trecentos c. 10 enim om. s. 11 ergo f. || faciant d. 14 *Inscript. om. c.* || aronicae] arithmeticae a, b, d, f, l, r, s. || geometricae] cet. r. 16 L. l. 18 antiquorum c. 19 pene c, f, l, r, s. || collationis vim s || vim collationis sive cognitionis f. || cognationis c; cognationis et *supra* a l i r; cognitionisque *supra versum* s. 21 idcirco om. c; *supra versum* s; iccirco l. || quod d, f, r; quod et *supra versum* a l q m b. 22 denarii ad implendam c. || implendum s. || denarii r.

enim etiam istae sunt constitutae. Est autem quarta medietas, quae opposita videtur armonicae. In qua tribus terminis positis, quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic differentia minorum ad differentiam maximorum, ut sunt III. V. VI. Sex ad ternarium duplus est, et sunt minores termini ·V· et ·III·, maximi vero huius dispositionis ·VI· et ·V·. Differentia vero minorum, quinary scilicet et ternarii, ·II· sunt, maiorum, quinary et senarii, ·I·. Qui ·II· ad ·I· comparati duplum faciunt. Ergo quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic minorum terminorum differentia est ad differentiam maximorum. Liquet autem oppositam et quodammodo contrariam esse hanc medietatem armonicae medietati idcirco, quod in illa quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic terminorum maiorum differentia ad differentiam minorum, hic autem e contrario. Est autem proprium huius medietatis, quoniam quod continetur sub maximo termino et medio duplum est eo, quod continetur sub medio atque parvissimo. Sexies enim quinque ·XXX· sunt, quinquies vero tres ·XV·.

Duae vero aliae medietates, quinta scilicet et sexta geometricae medietati contrariae sunt et eidem videntur oppositae. Est autem quinta medietas, quotiens in tribus terminis quemadmodum est medius terminus ad minorem terminum, ita eorum differentia ad differentiam medii atque maioris. Nam in hac dispositione II. III. V. quaternarius ad binarium duplus est. Sed inter quaterna-

2 videatur a, b. 3 terminus maximus d. 4 differentiae c. 5 ·VI· r. 6 est om. c, r. 7 ·V· et ·VI· a. || Differentiae c. 9 ad ·I· supra versum s; ad unum c, d, f. 11 est om. c. 12 licet c; licet, c corr in qu, a; licet et supra versum a¶ quet b. 15 maiorum terminorum c, d, f, r. 18

duplum] r addit in margine descriptionem <sup>duplum</sup> XV. XXX. 19 ·V· c. III. V. VI. 20 ·III· c. 21 ·VI· d. 23 autem] enim l. || quoties d. 25 terminorum a, b, c, l. || adque r. 26 maioris] minoris c; minoris punctis subnotatum et supra versum sec. manu maio-

ris s. || r addit in margine descriptionem <sup>dupla</sup> II. III. V. <sup>dupla.</sup> I.

rium et binarium ·II· sunt, inter quaternarium vero et maiorem terminum, id est quinque, ·I· Et ·II· ad ·I· dupli sunt. Contrarium autem geometricae medietati in hac proportione est, quod in illa quemadmodum maior  
 5 terminus ad minorem est, sic maiorum differentia ad differentiam minorum; hic vero contrarie, quemadmodum minores ad se termini sunt, sic minorum differentia terminorum ad maiorum differentiam comparatur. Est autem proprium in hac quoque dispositione, quod illud,  
 10 quod continetur sub maiore termino et medietate duplum est eo, quod sub utrisque extremitatibus continetur. Nam quinquies ·III· sunt ·XX·, quinquies vero ·II· sunt ·X· Et ·XX· denarii duplus est.

Sexta vero medietas est, quando tribus terminis con-  
 15 stitutis quemadmodum est maior terminus ad medium, sic minorum terminorum differentia ad differentiam maximorum. In dispositione enim, quae est I. III. VI., maximus terminus ad medium sesquialter est, differentia vero minorum, id est unius et ·III· ternarius est, maiorum vero,  
 20 id est quaternarii et senarii, binarius. Ternarius autem binario comparatus sesquialteram habitudinem proportionis efficit. Eodem autem modo haec quoque medietas geometricae contraria est, quemadmodum et quinta, propter proportionem differentiarum a minoribus ad maiores  
 25 terminos conversam.

2 terminorum a. || ·V· c, d, s. || unus est c, d; ·I· est l.  
 || unum a, b, d, f, l, r. 5 esset b, c, l; esset *mutatum in*  
 est a. 6 vero] ergo r. || contrariae f, r. 8 maiorem c, d.

9 dispositione] r *addit in margine*  $\frac{\text{II. III. V.}}{\text{X.}}$  || quod illud]  
 duplum  
 XX.

quod *supra versum* a. 12 quattuor d, f. || ·XX· sunt a, c, s.  
 14 quando] quoniam *corr. in quando* a. 15 est terminus  
 maior a; maior terminus est r. 17 r *addit in margine*

sesquialter  
 I. III. VI. 20 id est *in margine sec. manu* a. || binarius  
 III. II. sesquialter.

est c. 22 autem] vero a, r. 23 propter *supra versum* a. 24  
 a maioribus ad minores a; a minoribus ad maiores *in litura* r.

*De quattuor medietatibus, quas posterius ad implendum denarium limitem adiecerunt.*

LII. Et hae quidem sunt sex medietates, quarum tres usque a Pythagora ad Platonem Aristotelemque manserunt. Post vero, qui insecuti sunt, has tres alias, de quibus <sup>5</sup> supra disseruimus, suis commentariis addiderunt. Sequens autem aetas, quemadmodum diximus, ad implendam denariam quantitatem alias quattuor medietates apposuit, quas non adeo quis in veterum libris inveniatur. Has igitur nos quam possumus brevissime disponamus. Prima enim <sup>10</sup> quae est earum, in ordine vero septima medietas, hoc modo coniungitur, cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad ultimum, sic maximi et parvisimi termini differentia ad minorum differentiam terminorum, ut in hac dispositione: VI. VIII. VIII. Novenarius <sup>15</sup> igitur ad senarium sesquialter est, quorum est differentia ternarius, minorum vero terminorum, id est octonarii et senarii binarius differentia est, qui ad superiorem ternarium comparatus facit sesquialteram proportionem. Secunda vero inter quattuor, sed octava in ordine proportionalitas est, <sup>20</sup> quotiens in tribus terminis quemadmodum sunt extremitates ad se invicem comparatae, sic eorum differentia ad maiorum terminorum differentiam, ut sunt VI. VII. VIII. Novem igitur ad VI. sesquialter est. Et

1 *Inscript. om. c.* 2 denarii f. 3 LI. l. || VI. c. || tres primae s. 4 usque ad Pythagoram et Platonem b, c, l; *in b supra versum:* in a a pythagora ad; usque ad Pythagoram ad Platonem *corr. in a* Pythagora usque ad Platonem a. 5 III. c. 7 denarium c. 8 III. s. || opposuit d. 9 libris veterum c, s. || inveniet a, c, s. 11 in ordinem a, b, c, d, l, r. 13 et] ac f. 14 differentia termini s. || ad minorem terminorum differentiam d. 15 dispositione] r *addit in margine*

sesquialter  
sesquialter  
II. III. 16 differentia est c, s. 20 III. c. || in ordinem a, b, c, d, l, r. 21 quoties b, l. 23 differentiae a, b, c, d, l, r, s. || maiorem c, r. || ut sunt] insunt s. 24 r *addit in margine*  
sesquialter  
sesquialter  
III. II. || VIII. s. || sex f.  
VI. VII. VIII.

eorum differentia ternarius est, qui comparatus contra  
 maiorum differentiam, id est septenarii et novenarii, qui  
 binarius est, reddit sesquialteram proportionem. Tertia  
 vero inter has sequentes quattuor, nona autem in ordine  
 5 proportio est, quando tribus terminis positus quam pro-  
 portionem medius terminus ad parvissimum custodit, eam  
 retinet extremorum differentia ad minorum differentiam  
 comparata, ut III. VI. VII. Etenim VI. ad III. ses-  
 quialter est, quorum est differentia binarius. Septenarii  
 10 vero et quaternarii ternarius differentia est, quem si ad  
 superiorem binarium comparemus, sesquialtera propor-  
 tione coniungitur. Quarta vero, quae in ordine decima  
 est, consideratur in tribus terminis, cum tali proportione  
 medius terminus ad parvissimum comparatur, quali extre-  
 15 morum differentia contra maiorum terminorum differen-  
 tiam proportione coniungitur, ut sunt III. V. VIII. Qui-  
 narius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens  
 est; extremorum vero differentia, octonarii scilicet et ter-  
 narii, quinquarius est, qui comparatus contra maiorum ter-  
 20 minorum differentiam, scilicet quinquarii et octonarii, qui  
 est ternarius, et ipse quoque superbipartiens invenitur.

*Dispositio decem medietatum.*

LIII. Disponamus igitur cunctas medietates in ordi-  
 nem, ut, cuiusmodi omnes sint, facillime possit intellegi.

25 Arithmetica	prima	I.	II.	III.
Geometrica	secunda	I.	II.	III.

2 maiorem b, l; maiorem, e in u mutato, a. 4 III. c.  
 5 quoniam *corr. in* quando a. 8 ut sunt f. || r addit in

*marginē* III. VI. VII. || sex d. 9 Septenarii c, r. 14  
 sesquialter II. III. ||  
 sesquialter.

parvissimam c. 16 r addit in *marginē* III. V. VIII. 18 et om.  
 superbipartiens V. III.

f, r. 19 est om. a, c, d, f, r, s. 20 differentiam termino-  
 rum l. 21 superbipartiens est invenitur d. 22 *Inscript.*  
 om. c, d. || decem om. f; X. r; decim a, s. 23 LIII. om. f.  
 24 possint c, f, r, s. || intelligi a, l.

Armonica	tertia	III.	III.	VI.
Contraria armonicae	quarta	III.	V.	VI.
Contraria geometricae	quinta	II.	III.	V.
Contraria geometricae	sexta	I.	III.	VI.
Inter ·III· prima	septima	VI.	VIII.	VIII. 5
Inter ·III· secunda	octava	VI.	VII.	VIII.
Inter ·III· tertia	nona	III.	VI.	VII.
Inter ·III· quarta	decima	III.	V.	VIII.

*De maxima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis.*

10

LIII. Restat ergo de maxima perfectaue armonia disserere, quae tribus intervallis constituta magnam vim obtinet in musici modulaminis temperamentis et in speculatione naturalium quaestionum. Etenim perfectius huiusmodi medietate nihil poterit inveniri, quae tribus intervallis producta perfectissimi corporis naturam substantiamque sortita est. Hoc enim modo cybum quoque trina demensione crassatum plenam armoniam esse demonstravimus. Haec autem huiusmodi invenietur, si duobus terminis constitutis, qui ipsi tribus creverint intervallis, longitudine latitudine et profunditate, duo huiusmodi termini medii fuerint constituti et ipsi tribus intervallis notati, qui vel ab aequalibus per aequales aequaliter sint producti vel ab inaequalibus ad inaequalia inaequaliter, vel ab in-

15

20

3 geometricae contraria r. 4 Contraria arithmeticae s. || I. III. V. a. 5—8 quatuor d, f; ·III·<sup>or</sup> c. 9 *Inscript. om.* c, d. 11 armonica c, s, F; armonica *corr. in armonia* a, r; armonica *et supra versum* ¶ nia b. 13 musicis l; musici, s *rasura deleto*, s. 15 huiusmodi perfectius d. 17 sortitus c. || modo enim a. 18 armonicam c, l, F; armonicam *corr. in armoniam* a, r; armonicam *et supra versum* ¶ niam b. || monstravimus a, d, f, r. 23 sunt l, s; sunt *et supra versum* a¶ sint b. 24 ab aequalibus a. || aequaliter f, F. || vel ab inaequalibus ad aequalia aequaliter *in margine* F, r; vel ab inaequalibus ad inaequalia aequaliter a; vel ab aequalibus ad aequalia aequaliter f; vel ab aequalibus ad aequalia inaequaliter s; aequalia *om.* c; ad aequalia *ex corr. additum* b.

aequalibus ad aequalia aequaliter, vel quolibet alio modo, atque ita, cum armonicam proportionem custodiant alio tamen modo comparati faciant arithmetica medietatem hisque geometrica medietas, quae inter utrasque versatur, deesse non possit. In quattuor enim terminis si fuerit quemadmodum primus ad tertium sic secundus ad quartum, proportionum ratione scilicet custodita, geometrica medietas explicatur, et quod continetur sub extremitatibus, aequum erit ei, quod sub utraque medietate ad se invicem multiplicata conficitur. Rursus si maximus .III. terminorum numerus ad eum, qui sibi propinquus erit, talem habeat differentiam, qualem idem ipse maximo propinquus ad parvissimum, huiusmodi proportio in arithmetica consideratione proponitur, et extremorum coniunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter .III. qui est tertius terminus aequa parte quarti quartum terminum superet et aequa primi a primo superetur, armonica huiusmodi proportio medietasque perspicitur, et quod continetur sub extremorum adgregatione et multiplicatione medietatis duplex est eo, quod sub utraque extremitate conficitur. Sit autem quoddam huius dispositionis exemplar hoc modo VI. VIII. VIII. XII. Has igitur omnes solidas quantitates esse non dubium est. Sex enim nascuntur ex uno bis ter, .XII. autem ex bis duo ter, horum autem medietates octonarius fit semel duo quater, novenarius vero semel tres ter. Omnes igitur termini cognati sibi et tribus intervallorum demensionibus notati sunt. In his igitur geometrica proportionalitas invenitur, si .XII. ad .VIII. vel .VIII. ad .VI. comparemus.

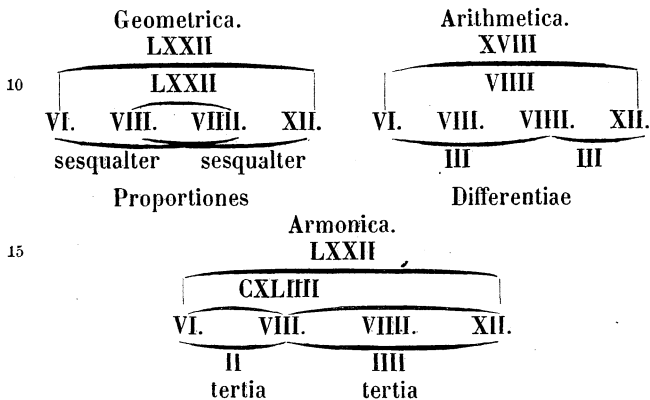
1 quolibet alio] alio quodam s. 2 custodient d, f, F. 3 tantum *corr. in* tamen a. || faciend d. 4—8 quae inter . . . . geometrica medietas *in margine* r. 5 terminis enim r. 6 fuerint a, b. 9 ei *om.* a. 11 quattuor c, d, f. 12 erit] est d, f, F. || habet F. 16 inter] in c, l; in *et supra* in: 1 inter b. || quattuor c, f. || terminus] numerus l. 17 terminum *om.* s; numerum l; numerum *et supra versum* 1 terminum b. 18 medietas quae c. 19 *alterum et om.* c. 21 Fit a. 24 .VI. c, f, F. || nascentur r. 25 duo] .II. c. || medietas F; medietate, *s rasura deleta*, s. || duo] .II. c. 26 tres] .III. c. 29 novem d. || senarium c, d, f, F.



Utraque enim comparatio sesquialtera proportio est, et quod continetur sub extremitatibus, idem est ei, quod fit ex mediis. Nam quod fit ex duodecies sex, aequum est ei, quod fit ex octies ·VIII· Geometrica ergo proportio est huiusmodi. Arithmetica autem est, si duodenarius ad novenarium et novenarius ad senarium comparetur. In utrisque enim ternarius differentia est et iunctae extremitates medietate duplae sunt. Si enim iunxeris senarium et ·XII·, facies ·XVIII·, qui est novenario, medio termino, duplus. In his ergo geometricam arithmeticaque medietatem perspeximus. Hic quoque armonica medietas invenitur, si ·XII· ad ·VIII· et rursus ·VIII· ad senarium comparemus. Qua enim parte senarii octonarius senarium superat, id est parte tertia, eadem duodenarii parte octonarius superatur. Quattuor enim, quibus octonarius a duodenario vincitur, duodenarii tertia pars est. Et si extremitates iungas ·VI· scilicet et ·XII· easque per octonarium medium multiplices, ·CXLIII· sunt. Quod si se extremitates multiplicent, ·VI· scilicet et ·XII·, facient ·LXXII·, quo numero ·CXLIII· duplus est. Inveniemus hic quoque omnes musicas consonantias. Namque ·VIII· ad ·VI· et ·VIII· ad ·XII· comparati sesquiterciam proportionem reddunt, et simul diatessaron consonantiam; ·VI· vero ad ·VIII· vel ·VIII· ad ·XII· comparati reddunt proportionem sesquialteram, sed diapente efficiunt symphoniam; ·XII· vero ad senarium considerati duplicem quidem proportionem, sed diapason symphoniam canunt; ·VIII· vero et ·VIII· ipsi contra se medii considerati

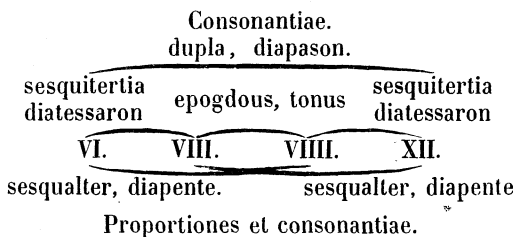
2 qui fit d. 3 Namque d, f, r, s, F. || ·VI· F. 5 huiusmodi est a, d, f, r. || Arithmetica r. || est autem a. 7 iuncte c. 8 dupla est c. || sunt om. l. || iunxero c, r, s. 9 est om. c. || termino] ternario F. 13 senarium] senarii F. 15 superat F. || ·III· s. || ·VIII· f. 17 sex . . . duodecim d. 18 medium *rasura deletum* F. 19 sex f. || videlicet d. 20 Invenimus a. 21 hic] hinc l; hic *et supra versum* a] hinc b. || ·VIII· ad ·VI· et ·VIII· ad ·XII· a. 23 reddent d. || sex f, F. 24 vel] et d. || octo a, b. || ad ·XII· *cet.* *Haec et reliqua usque ad finem desunt in a folio ultimo deperdito.* 25 sesquialteram proportionem d, r. || sed] et d. 26 duodecim f, F. 27 canunc c. 28 octo f, F. || et] ad d, f, F.

epogdoun iungunt, qui in musico modulamine tonus vocatur, quae omnium musicorum sonorum mensura communis est. Omnium enim est sonus iste parvissimus. Unde notum est, quod inter diatessaron et diapente consonantiarum tonus differentia est, sicut inter sesquiterciam et sesquialteram proportionem sola est epogdous differentia. Huius descriptionis subter exemplar adiecimus.



20                    Partes maiorum et minorum terminorum.

1 epogdoun f. || musica modulatione l; musica modulatione *et supra versum* k co k mine b, s. || modulamine r. || tonos f, F. 5 tonos c, f, F. 6 epogdous f. 7 Huius] Eius d; Huius *et supra versum* k eius b. || Huius autem f, r, F. || exemplar subter s. || exempla d. F. || subiecimus c, l, s; subiecimus *et supra sub*: k ad b; adiecimus r. *In fine addit r*: Explicit liber secundus institutionis ARETHMETICE feliciter. AMEN. 8 *Descriptionibus quae sequuntur addita sunt in codicibus verba, quibus quae arcus significant, glossarum modo explanantur, nempe*: Extremorum mediorumque multiplicationes. Extremitates iunctae ad novenarium medium duplae sunt. Extremitates multiplicatae. Iunctae extremitates et per medium multiplicatae. || Geometrica. Arithmetica *om*, s. 10 LXXII. *om*. d. || VIII. *om*. c, d, r. 11 *Sub* VI. VIII. VIII. XII: II. I. III. r. 12 III. III.] II. III. *in litura* l, r. || diapente sesquialter *bis* f; Sesquialter diapente *bis* r. 13 Proportiones *om*. s; Proportiones armonicae f; Proportiones



5

*et supra* Differentiae r. || Differentiae om. s; Differentiae *et infra* Proportiones r. *In r addita sunt numeris vocabula:* dupla diapason · sesquialter diapente, sesquit. diatessar. 14 Armonica om. s. 19 tertia om. f. 20 Partes minorum et maiorum terminorum s; Partes maiores et minores terminorum *et supra versum:* In a|| Differentiae maiorum et minorum terminorum b, l. *In r supra versum:* Differentiae. 2 dupla diapason om. l. || duplus f. 3—4 sesquitertia, epogdous, sesquitertia om. r.

---

