Erstes Kapitel.

Die Irreductibilität algebraischer Differentialgleichungen und die Anwendung des Irreductibilitätsbegriffes bei der Untersuchung von Transcendenten.

§ 1.

Die Irreductibilität algebraischer Differentialgleichungen.

Die Aufstellung von Theoremen, welche grössere Klassen algebraischer Differentialgleichungen umfassen, erfordert die Einführung des Begriffes der Irreductibilität der Differentialgleichungen, welche bisher*) nur bei gewissen Klassen linearer homogener Differentialgleichungen Berücksichtigung gefunden hat.

Die Differentialgleichung m^{ter} Ordnung

$$f\left(x, y_1, y_2, \cdots y_\varrho, z, \frac{dz}{dx}, \cdots \frac{d^m z}{dx^m}\right) = 0,$$

in welcher $y_1, y_2, \cdots y_\varrho$ algebraische irreductible Functionen von x bedeuten, während f eine ganze rationale Function der innerhalb der Klammern enthaltenen Grössen vorstellt, *soll dann eine irreductible genannt werden, wenn sie weder in Bezug auf* $\frac{d^m z}{dx^m}$ *im algebraischen Sinne reductibel ist, noch mit einer Differentialgleichung niederer Ordnung und von demselben Charakter*

$$\varphi\left(x, y_1, y_2, \cdots y_\varrho, z, \frac{dz}{dx}, \cdots \frac{d^\mu z}{dx^\mu}\right) = 0,$$

worin φ *wieder eine ganze rationale Function bedeutet, und* $\mu < m$ *ist, irgend ein Integral gemein hat.*

Für $m = 0$ fällt diese Definition der Irreductibilität der Differentialgleichungen mit derjenigen für algebraische Gleichungen zusammen.

Aus der gegebenen Definition folgt, *dass eine irreductible Differentialgleichung mit keiner anderen algebraischen Differentialgleichung derselben Ordnung, welche jedoch in Bezug auf den höchsten Differentialquotienten*

*) Vergl. die Arbeiten des Herrn Frobenius über lineare Differentialgleichungen im Journal für Mathematik von Borchardt.