Advanced Studies in Pure Mathematics 17, 1989
Algebraic Number Theory — in honor of K. Iwasawa
pp. 347–358

Variation de la fonction L p-adique par isogénie

B. Perrin-Riou

à Kenkichi Iwasawa

Soit p un nombre premier impair. Soit W une représentation p-adique de $\mathrm{Gal}(\bar{\boldsymbol{Q}}/\boldsymbol{Q})$, c'est-à-dire un $\boldsymbol{Q}_p$-espace vectoriel de dimension finie sur lequel $\mathrm{Gal}(\bar{\boldsymbol{Q}}/\boldsymbol{Q})$ agit de manière continue. Soit $\boldsymbol{Q}_\infty$ la $\boldsymbol{Z}_p$-extension cyclotomique de $\boldsymbol{Q}$ de groupe de Galois Γ sur $\boldsymbol{Q}$. Choisissons un réseau L de W stable par $\mathrm{Gal}(\bar{\boldsymbol{Q}}/\boldsymbol{Q})$. Greenberg construit à partir de ces données un module d'Iwasawa sur l'algèbre $\boldsymbol{Z}_p[[\Gamma]]$ (dont nous rappellerons la construction). Si on fait l'hypothèse qu'il est de $\boldsymbol{Z}_p[[\Gamma]]$-torsion, ce qui est une conjecture sous des hypothèses raisonnables, on définit (à une unité près) un élément f_L de $\boldsymbol{Z}_p[[\Gamma]]$ que l'on appelle sa série caractéristique. Soit $\mu(L)$ l'ordre de la plus grande puissance de p divisant f_L, c'est-à-dire le μ-invariant de f_L. Nous étudions ici la variation de $\mu(L)$ et donc de f_L lorsque L varie (W étant fixé). Cela nous permettra ultérieurement de comparer cette variation avec celle de périodes p-adiques et pourra être utile pour formuler une conjecture raisonnable liant les séries caractéristiques aux fonctions L p-adiques interpolant des valeurs spéciales de fonctions L. Dans le cas des représentations p-adiques attachées à une variété abélienne ayant bonne réduction ordinaire en toute place au dessus de p, cette étude a été faite dans [3] et dans [4]. Nous reprenons ici les méthodes de [3] utilisant les théorèmes classiques de dualité locale de Tate et globale de Poitou et Tate.

1. Position du problème

On fixe une clôture algébrique $\bar{\boldsymbol{Q}}$ de $\boldsymbol{Q}$. Toutes les extensions algébriques de $\boldsymbol{Q}$ considérées seront supposées contenues dans $\bar{\boldsymbol{Q}}$. Soit L une extension algébrique de $\boldsymbol{Q}$. Si v est une place de L, on note par L_v la réunion des complétés en v des extensions finies contenues dans L en v. Soit $G_v(L)$ le sous-groupe de décomposition en v de $\mathrm{Gal}(\bar{\boldsymbol{Q}}/L)$ et $I_v(L)$ le sous-groupe d'inertie. On notera enfin L_v^{nr} le composé de L_v avec l'exten-

Received May 6, 1988.