Advanced Studies in Pure Mathematics 14, 1988
Representations of Lie Groups, Kyoto, Hiroshima, 1986
pp. 153–190

Certaines Représentations Monomiales d'un Groupe de Lie Résoluble Exponentiel

Hidénori Fujiwara et Shigeru Yamagami

A Professeur N. Iwahori pour fêter ses soixante ans

Introduction

Cette étude est une suite de [11], où l'on a écrit d'une façon explicite la formule de Plancherel abstraite due à Penney [17] pour des représentations monomiales de multiplicités finies d'un groupe de Lie nilpotent. Ici on s'occupe de ce problème dans le cas exponentiel pour des représentations monomiales construites d'une polarisation réelle et s'intéresse en même temps à une propriété de réciprocité pour telles représentations.

Précisons nos objets à étudier. Soient G un groupe de Lie résoluble exponentiel d'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$. En notant exp l'application exponentielle, on écrira $G=\exp \mathfrak{g}$. On désigne par e l'élément neutre de G, par Δ_G la fonction module de G et par $\hat{G}$ le dual unitaire de G. Bien que chaque élément de $\hat{G}$ soit une classe d'équivalence des représentations unitaires irréductibles, on l'identifie avec sa représentante.

Pour une représentation unitaire ρ de G, on note $\mathscr{H}_\rho$ son espace de Hilbert, $\mathscr{H}_\rho^{+\infty}$ l'espace des vecteurs C^∞ muni de la topologie habituelle, et $\mathscr{H}_\rho^{-\infty}$ son antidual (cf. [8], [18]). Etant donnés un sous-groupe fermé K de G et son caractère c, nous posons

$$(\mathscr{H}_\rho^{-\infty})^{K,c}=\{a \in \mathscr{H}_\rho^{-\infty};\ \rho(k)a=c(k)a,\ k \in K\}.$$

Soient H un sous-groupe fermé et χ son caractère unitaire. On construit une représentation induite $\tau=\mathrm{ind}_H^G \chi$ dont la désintégration centrale canonique s'écrit

$$\tau=\int_{\hat{G}}^{\oplus} m(\pi)\pi d\nu(\pi)$$

avec une mesure de Borel ν sur $\hat{G}$ et la fonction $m(\pi)$ de multiplicités. Il vient que la forme antilinéaire δ_τ: $\mathscr{H}_\tau^{+\infty} \ni \phi \mapsto \overline{\phi(e)} \in C$ définit un élément de

Received December 27, 1986.