Advanced Studies in Pure Mathematics 8, 1986
Complex Analytic Singularities
pp. 215–227

Le Concept de Singularité Isolée de Fonction Analytique

Lê Dũng Tráng

Introduction

Dans cet article nous introduisons la notion de singularité isolée pour une fonction analytique complexe sur un espace analytique complexe réduit. Cette définition généralise naturellement la notion de fonction de Morse sur un espace singulier stratifié par une stratification de Whitney analytique complexe introduite par F. Lazzeri et R. Pignoni (cf. [P1] and [P2]) et utilisée par M. Goresky et R. MacPherson dans [GM1] (voir aussi [GM2]). La définition introduite ici a été inspirée par la théorie des $\mathscr{D}$-modules et des résultats analogues ont été exposés à Luminy en Juillet 1983. Remarquons aussi que dans les comptes-rendus de la rencontre JSPS-NSC, M. Kashiwara développe également une théorie de Morse sur les espaces singuliers inspirée par la théorie des systèmes différentiels à la Sato.

Le résultat principal est énoncé dans (4.2) et a été suscité par une question de M. Goresky en relation avec la théorie de Morse pour l'homologie d'intersection d'un espace analytique singulier.

Les méthodes utilisées ont été introduites par Mitsuyoshi Kato et l'auteur dans [Lê 1] et seront développées dans un travail ultérieur.

Dans cet article nous donnons surtout des esquisses de preuves et le résultat principal est énoncé et non démontré. Nous avons surtout insisté sur les motivations qui ont conduit au concept de singularité isolée pour une fonction analytique complexe sur un espace analytique complexe réduit quelconque.

§ 1. Singularité isolée d'une fonction analytique complexe

Dans ce paragraphe nous rappelons quelques propriétés attachées aux points critiques isolés de fonction analytique complexe.

(1.1) Soit $f: (\boldsymbol{C}^{n+1}, 0) \to (\boldsymbol{C}, 0)$ un germe de fonction analytique en 0 dans $\boldsymbol{C}^{n+1}$. On appelle espace critique de f le germe en 0 du sous-espace analytique de $\boldsymbol{C}^{n+1}$ défini par $df=0$, i.e.

Received December 25, 1984.