50. *Fonctions Presque Périodiques du Type Spécial. III*[1]

Par Shin-ichi MATSUSHITA

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., April 12, 1955)

§ 6. *Théorie de représentation composée.* Jusqu'à présent, nous avons eu, dans la théorie de représentation des groupes topologiques, les deux apparemment divers aspects, l'un sur la représentation de dimension finie et l'autre, dans le cas où un groupe est *l. c.*, sur celle de dimension infinie. L'étude des fonctions *p. p.* au sens de MM. H. Bohr et von Neumann se appartient tout à fait à la théorie de représentation de la première espèce; c'est le résultat célèbre de M. J. von Neumann lui-même.[2]

D'ailleurs, la dernière théorie de représentation, se basant sur l'analyse des fonctions de type positif, a été établie par MM. I. Gelfand et D. Raïkov, et développée successivement et assez indépendamment par MM. H. Cartan-R. Godement (*loc. cit.*), R. Godement lui-même, I. E. Segal, F. I. Mautner, etc.[3] Toutefois il me semble que la *liaison organisée* de ces deux théories n'ait guère pu être menée à bien jusqu'ici que dans le cas où un groupe est compact (par contre, la théórie de MM. F. Peter et H. Weyl pour les groupes compacts ne laisse rien à désirer à ce point de vue).[4]

Sous cette intention, nous décomposerons tout d'abord toute fonction $a(x)$ de $\mathfrak{A}(G)$ en la somme direct (continue) de ses sections $a_{\mathfrak{D}}(x)$, et ensuite approcherons chaque $a_{\mathfrak{D}}(x)$, dans l'espace $\mathfrak{A}_{\mathfrak{D}}(G)$ (défine ci-dessous) par des combinaisons linéaires de fonctions de la forme $D_\nu\varepsilon_\varphi$, ε_φ étant une mesure ponctuelle $+1$ en un point $\varphi \in V_0$; à la fin, nous verrons que ces procédures entraînent bien les deux représentation-théories prémentionées comme les deux extrêmes.

6.1. Soit $\{\mathfrak{D}^\nu(\cdot)\}_{\nu\in\Lambda}$ une famille complète des représentation unitaires irréductibles *de dimension finie*, mutuellement inéquivalentes, de G; pour chaque $\mathfrak{D}^\nu(\cdot)=(D^\nu_{pq}(\cdot))_{p,q}$ (de degré n_ν), nous désignons par $\mathfrak{A}_\nu(G)$ (en abrégé $\mathfrak{A}_\nu$) le sous-espace vectoriel fermé

1) Nous faisons usage continûment et systématiquement des notations de mes Notes précédentes: *Fonctions presque périodiques du type spécial.* I et II, ici citées [I] et [II] respectivement.

2) J. von Neumann: *Almost periodic functions in a group*, Trans. Amer. Math. Soc., **36**, 445–492 (1934).

3) R. Godement: *Sur la théorie des représentation unitaires*, Ann. Math., (2) **53**, 68–124 (1951). I. E. Segal: *The group algebra of a locally compact group*, Trans. Amer. Math. Soc., **61**, 69–105 (1947). F. I. Mautner: *Unitary representations of locally compact groups*, I et II, Ann. Math., **51** et **52** (1950).

4) F. Peter et H. Weyl: *Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossen kontinuierlichen Gruppen*, Math. Ann., **97** (1927).

de $\mathfrak{A}(G)$, espace formé par les sections $\alpha_\nu(x)=n_\nu\cdot\sum D^\nu_{pq}(x)m[D^\nu_{pq}\alpha]$ de toutes $\alpha\in\mathfrak{A}(G)$, et posons

(6.1) $$[\mathfrak{A}_G]=\sum\oplus_{\nu\in\Lambda}\mathfrak{A}_\nu \quad (\textit{somme directe}).$$

Envisagent le théorème de l'unicité (Théorème 8 [II]), nous obtenons une correspondance bi-univoque entre $\mathfrak{A}(G)$ et un sous-espace de $[\mathfrak{A}_G]$. En effet, à toute $\alpha(x)$ est associée un et un seul élément $[\alpha]$ de $[\mathfrak{A}_G]$ de telle forme que $[\alpha]=\sum\oplus_{\nu\in\Lambda}\alpha_\nu$, où α_ν désigne la section de α dans une $\mathfrak{D}_\nu$. Ce fait sera écrit symboliquement;

(6.2) $$\alpha\sim\sum\oplus_{\lambda\in\Lambda}\alpha_\nu \quad \text{ou parfois} \quad \alpha\sim\{\alpha_\nu\}_{\nu\in\Lambda}.$$

On peut dire que cette correspondance $\sim$ n'est autre qu'une extension de la notion d'«*expansion de Fourier*»; en effet, pour une $\alpha(x)$ admettant l'expansion de Fourier, $\sum_{j=1}^\infty(n_{\nu_j}\sum_{p,q}h^{\nu_j}_{pq}D^{\nu_j}_{pq})$, on a évidemment $\alpha\sim\sum\oplus_{\lambda\in\Lambda}\delta(\lambda,\nu_j)\alpha_\lambda$, où le signe $\delta(\lambda,\nu_j)$ désigne, pour λ égal à quelqu'un ν_j d'entre $(\nu_1,\nu_2,\ldots)$, le nombre $+1$ et autrement 0, c'est à dire la série de Fourier au sens usuel.

D'autre part, chaque $\mathfrak{A}_\nu$ s'engendre linéairement de l'ensemble des fonctions (de $\mathfrak{A}_\nu$) de telle forme que $D^\nu_{pq}(x)\varepsilon_\varphi$, ε_φ étant une mesure $+1$ placée un point $\varphi\in V_0$. En effet, toute mesure $\mu\in\mathfrak{M}$ est vaguement adhérente à l'espace vectoriel des mesures dont le support est fini,[5] c'est-à-dire, $\mu=\text{lim. vag.}\sum_{i=1}^n k_i\varepsilon_{\varphi_i}$, d'où résulte que $D^\nu_{pq}(x)\mu = \lim D^\nu_{pq}(x)\sum_{i=1}^n k_i\varepsilon_{\varphi_i} = \lim\sum_{i=1}^n k_i\cdot D^\nu_{pq}(x)\varepsilon_{\varphi_i}$ dans $\mathfrak{A}(G)$. Désignons maintenant par $\Delta^\nu_{\varphi_0}$ l'espace vectoriel qui est engendré par $D^\nu_{pq}(x)\varepsilon_{\varphi_0}$ pour un $\nu\in\Lambda$ et un point fixé $\varphi_0\in V_0$; nous savons à vérifier que $\Delta^\nu_{\varphi_0}$ est invariant sous les translatées à droite et à gauche, $\alpha(x)\longrightarrow\alpha(a^{-1}x)$ et $\longrightarrow\alpha(xa)$ pour tout $a\in G$, et de plus qu'il est un sous-espace invaliant *minimal* de $\mathfrak{A}(G)$ (pour ces translatées). Ainsi nous avons le théorème suivant, qui fait reconnaître lui-même pour une extension de la décomposition d'espace des fonctions continues (automatiquement, *p. p.*) sur un groupe compact:

Théorème 11. $\mathfrak{A}(G)$ *est représenté d'une manière unique dans la somme directe (de puissance Λ) des sous-espaces $\mathfrak{A}_\nu$ de $\mathfrak{A}(G)(\nu\in\Lambda)$, dans chacun desquels le système des $D^\nu_{pq}(x)\varepsilon_\varphi$, $1\leq p, q\leq n_\nu$, $\varphi\in V_0$, est total. En outre, chaque $\mathfrak{A}_\nu$ est l'adhérence, dans $\mathfrak{A}(G)$, de la réunion des sous-espaces invariants minimals $\Delta^\nu_{\varphi_0}$, $\varphi_0\in V_0$, mutuellement disjoints.*

6.2. A tout $\Delta^\nu_{\varphi_0}$, on peut associer uniquement une fonction $\tau^\nu_{\varphi_0}(x)$ de $\Delta^\nu_{\varphi_0}$, définie par l'égalité;

(6.3) $$\tau^\nu_{\varphi_0}(x)=\frac{1}{n_\nu}\,\textit{Trace}\,[\mathfrak{D}^\nu(x)]\varepsilon_{\varphi_0}=\frac{1}{n_\nu}\sum_{i=1}^{n_\nu}D^\nu_{ii}(x)\varepsilon_{\varphi_0}.$$

Considérons maintenant la transformée (du type de Fourier-

5) Sous une petite modification pour les mesures complexes, voir N. Bourbaki: *Intégration*, Actuel. Sci. et Ind., Paris, n° 1175 (1952), cité désormais N. Bourbaki [1], Théorème 1, Chap. 3, n° 3.

Stieltjes) de cette $\tau^{\nu}_{\varphi_0}(x)$,

(6.4) $$\hat{\tau}^{\nu}_{\varphi_0}(x)=\int_{V_0}\varphi(x)d[\tau^{\nu}_{\varphi_0}(x)](\varphi)=\frac{1}{n_\nu}\sum_{i=1}^{n_\nu}D^{\nu}_{ii}(x)\varphi_0(x),$$

c'est un produit simple d'une fonction *p. p.* numérique et d'une fonction de type positif: de plus, $\hat{\tau}^{\nu}_{\varphi_0}(x)$ elle-même est de type positif, ou plus précisément, une combinaison convexe des fonctions de type positif $\varphi^{\nu}_{0\,ii}(x)=D^{\nu}_{ii}(x)\varphi_0(x)$ pour $1\leqq i\leqq n_\nu$. En effet, pour toute $f\in L^1(G)$ on a

$$\int_G f^*f(x)\overline{\varphi^{\nu}_{0\,ii}(x)}\,dx=\iint_G f^*(y)f(y^{-1}x)\overline{D^{\nu}_{ii}(x)\varphi_0(x)}dx\,dy$$
$$=\sum_j\iint_G\varphi_0(u^{-1}v)\,\overline{f(u)}D_{ji}(u)f(v)\overline{D_{ji}(v)}dudv\geqq 0,$$

où $fg\,(f,g\in L^1(G))$ désigne le produit (de composition) dans l'algèbre involutive de Banach $L^1(G)$, pour la mesure de Haar à gauche dx sur G, et $f^*(x)=\overline{f(x^{-1})}\rho(x)$ (on note $\rho(x)$ la densité de M. A. Weil, c'est-à-dire $dx^{-1}=\rho(x)dx$).[6]

Cela étant, les $f\in L^1(G)$ telles que l'intégrale $(f,f)^{\nu}_{\varphi_0}=\int_G f^*f(x)\overline{\hat{\tau}^{\nu}_{\varphi_0}(x)}dx$ s'annule constituent un sous-espace fermé $N^{\nu}_{\varphi_0}$ de $L^1(G)$ et pour l'application canonique $f\longrightarrow\dot{f}$ de $L^1(G)$ sur l'espace quotient $L^1(G)/N^{\nu}_{\varphi_0}$, toutes les $\dot{f}$ constituent, en complétant pour la norme $\|\dot{f}\|^{\nu}_{\varphi_0}=\sqrt{(\dot{f},\dot{f})^{\nu}_{\varphi_0}}$, un espace hilbertien $H^{\nu}_{\varphi_0}$.[7] L'opération linéaire $\dot{f}\longrightarrow\dot{f}_a=U_a\dot{f}$, où $f_a(\cdot)=f(a^{-1}\cdot)$, définit un opérateur unitaire U_a dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$, car on a $g^*f_a=(g_{a^{-1}})^*f$. Alors l'application $a\in G\longrightarrow U_a$ se met en une *représentation unitaire* de G dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$.

De la même manière, pour chaque $D^{\nu}_{ii}(x)\varepsilon_{\varphi_0}$ avec sa transformée $\varphi^{\nu}_{0\,ii}(x)$ on peut associer un espace hilbertien $H^{\nu}_{\varphi_0 i}$ des éléments $\dot{f}^i$, qui sont les images canoniques des $f\in L^1(G)$ dans $H^{\nu}_{\varphi_0 i}$, muni de la norme $\|\dot{f}^i\|^{\nu}_{\varphi_0 i}$, et définir aussi une représentation unitaire U^i_a de G dans $H^{\nu}_{\varphi_0 i}$. En posant $f^{\nu}_{ij}(x)=D^{\nu}_{ij}(x)f(x)$, on a

(6.5) $$H^{\nu}_{\varphi_0}=\sum\oplus_{i=1}^{n_\nu}H^{\nu}_{\varphi_0 i},\quad \|\dot{f}\|^{\nu}_{\varphi_0}=\sum_{i=1}^{n_\nu}\|\dot{f}_{ii}\|^{\nu}_{\varphi_0}=\sum_{i=1}^{n_\nu}\|\dot{f}^i\|^{\nu}_{\varphi_0 i}.$$

Conformément à cette décomposition (6.5), on obtient une décomposition de la représentation U_a (dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$) comme suit;

(6.5′) $$U_a=\sum\oplus_{i=1}^{n_\nu}U^i_a,\quad a\in G.$$

6.3. Ainsi, ceci nous permet de dire qu'à tout sous-espace invariant minimal $\Delta^{\nu}_{\varphi_0}$ de $\mathfrak{A}(G)$ on peut faire correspondre uniquement

6) Voir à cette notation I. E. Segal: *Loc. cit.*, Définition 1.6. L'inverse $\Delta(x)$ de $\rho(x)$ s'appelle la fonction modulaire; A. Weil: *L'intégration dans les groupes topologiques et son applications*, Paris (1938). L. H. Loomis: *An introduction to abstract harmonic analysis*, 34C, Princeton (1953).

7) Le produit scalaire dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$ est défini par $(\dot{f},\dot{g})^{\nu}_{\varphi_0}=\int_G g^*f(x)\overline{\hat{\tau}^{\nu}_{\varphi_0}(x)}dx$.

un espace hilbertien $H^{\nu}_{\varphi_0}$ et une représentation unitaire U_a de G dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$, dont les décompositions (6.5) et (6.5′) sont établies; en toute rigueur, il faudrait ici indexer U_a avec $\nu(\nu \in \Lambda)$ et $\varphi_0(\varphi_0 \in V_0)$, mais nous nous en dispenserons tant qu'aucune confusion ne pourra en résulter. Or, cette représentation U_a n'est pas, en général, irréductible au sens qu'il n'y a aucun sous-espace fermé invariant sous $\{U_a\}_{a\in G}$ que $H^{\nu}_{\varphi_0}$ lui-même et (0), et de plus, comme on va le voir, la correspondance $\Delta^{\nu}_{\varphi_0} \longrightarrow H^{\nu}_{\varphi_0}$ n'est pas bi-univoque.

D'abord, comformément à un théorème fondamental pour la réductibilité des représentations hilbertiennes,[8] on a le

Lemme 2. *Pour que la représentation U_a dans $H^{\nu}_{\varphi_0}$ soit irréductible, il faut et il suffit que la matrice $\boldsymbol{D}^{\nu}(\varphi_{0ij}(x)) = \mathfrak{D}^{\nu}(x)\cdot\varphi_0(x)$ soit de la forme;*

$$\boldsymbol{D}^{\nu}(\varphi_{0ij}(x)) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x) & * & \cdots & * \\ * & \varphi_1(x) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ * & \cdots & & \varphi_1(x) \end{pmatrix}, \quad \varphi_1(x) : \textit{élémentaire}.$$

En effet, si $\{U_a\}_{a\in G}$ est irréductible, il existe une fonction élémentaire $\varphi_1(x)$ que l'on a $\hat{\tau}^{\nu}_{\varphi_0}(x) = \frac{1}{n_\nu}\sum_{i=1}^{n_\nu}\varphi_{0ii}(x) = \varphi_1(x)$ (rappelons qu'une fonction $\varphi \in P(G)$ est dit *élémentaire*, si φ est extrémale pour l'ensemble compact convexe des fonctions de type positif telles que $\varphi(e) \leqq 1$, noté $P_0(G)$).[9] Toute φ^{ν}_{0ii} étant contenue dans $P_0(G)$, il en résulte que $\varphi^{\nu}_{0ii} = \varphi_1$ pour tout i, $1 \leqq i \leqq n_\nu$, d'où la nécessité. La réciproque est évidente.

Par exemple, si G est *l. c.* abélien, la représentation unitaire définie ci-dessus dans tout $H^{\nu}_{\varphi_0}$ est irréductible, car toute $\mathfrak{D}^{\nu}(\cdot)$ est de dimension 1 et tout $\varphi_0 \in V_0$ (=un caractère) est élémentaire. Dans ce cas, on voit évidemment que l'on a $H^{\nu}_{\chi_1} = H^{1}_{\chi_2}$ pour $\mathfrak{D}^{\nu}(x) = \chi_0(x)$, $\mathfrak{D}^{1}(x) = 1$ et $\chi_2 = \chi_0\chi_1$; ce qui exprime la non-unicité de la correspondance $\Delta^{\nu}_{\varphi_0} \longrightarrow H^{1}_{\varphi_0}$ comme annoncé.

§ 7. *Les cas spéciaux.* Dans ce numéro, cherchons des cas où l'on prendra $\mathfrak{D}^{\nu}$ ou bien G lui-même du type spécial:

Cas où $\mathfrak{D}^{\nu} = 1$. Tout $H^{1}_{\varphi_0}$ est, en général, de dimension infinie et U_a dans celui est irréductible (d'après un théorème déjà cité de MM. H. Cartan-Godement). Cela n'est autre que le cas étudié par MM. Gelfand-Raïkov, H. Cartan-Godement. (Notons que si G est minimalement presque périodique, $\mathfrak{D}^{\nu} = 1$ est une seule représentation irréductible de dimension finie et tout $H^{\nu}_{\varphi_0}$ est de cette forme.)

Cas où $\varphi_0(x) = 1$. Compte tenu du calcul dans **6.2.**, la norme

8) H. Cartan-R. Godement: *Loc. cit.*, Théorème A, p. 85.

9) En ce qui concerne le point extrémal d'un ensemble convexe et le théorème de MM. Krein-Milman, voir p. ex. N. Bourbaki [2]: *Espaces vectoriels topologiques*, Chap. 2, § 4 (1952).

$\|\dot{f}\|_{\varphi_0}^{\nu}$ dans $H_{\varphi_0}^{\nu}$ (pour tout $\nu \in \Lambda$) s'ecrit

$$(7.1) \qquad \|\dot{f}\|_{\varphi_0}^{\nu}=\Big(\sum_i \sum_j \Big|\int_G f(x)\overline{D_{ij}^{\nu}(x)}dx\Big|^2\Big)^{1/2}.$$

Il s'ensuit que $N_{\varphi_0}^{\nu}$ coïncide avec l'espace des f vérifiant $\int_G f(x)\overline{\mathfrak{D}^{\nu}(x)}\,dx=0$, qui forme clairement un idéal de deux côtés maximal de l'algèbre $L^1(G)$; il suit de là que tout $H_{\varphi_0}^{\nu}(\nu \in \Lambda)$ est de dimension finie. Ce sujet a été étudié par M. K. Iwasawa.[10]

Toutefois, la représentation U_a (dans cet $H_{\varphi_0}^{\nu}$) n'est pas, en général, irréductible; en s'appuyant sur le Lemme 2, pour qu'elle soit irréductible, il est besoin que, dans $\boldsymbol{D}^{\nu}(\varphi_{0ij}(x))=\mathfrak{D}^{\nu}(x)$, $D_{11}(x)=D_{22}(x)=\cdots=D_{n_\nu n_\nu}(x)$ et $D_{11}(x)$ soit extrémale pour $P_0(G)$, d'où $\mathfrak{D}^{\nu}$ doit être de dimension 1. Par contre, si $n_\nu \neq 1$, U_a est nécessairement réductible et tout $H_{\varphi_0 i}^{\nu}$ défini dans (6.5) est celui dans lequel U_a est irréducible;[11] alors tous U_a^i dans (6.5′) sont équivalentes l'un à l'autre, et en tout à U_a elle-même (voir Thr. 13 ci-dessous).

Cas d'un groupe compact. Dans ce cas, on a $m_x[f]=\int_G f(x)dx$ dont la mesure de Haar dx est de masse totale 1 et, d'après la définition de la presque-périodicité, $P(G)\subset A(G)$. Soit $\varphi(x)$ un point extrémal quelconque pour $P_0(G)$; comme $\varphi \in A(G)$, grâce au résultat de M. Krein,[12] on a $\varphi(x)=\sum \lambda_i^{\nu} D_{ii}^{\nu}(x)$ où $\sum_i \lambda_i^{\nu}=1$, $\lambda_i^{\nu}\geqq 0$, d'où $\varphi(x)=D_{ii}^{\nu}(x)$. Réciproquement, tout $D_{ii}^{\nu}(x)$ est extrémal pour $P_0(G)$, autrement dit, élémentaire.

Ainsi tout $H_{\varphi}^{1}(\mathfrak{D}^{\nu}(x)=1)$ et tout H_{φ}^{ν} sont de dimension finie; par suit, il en est ainsi de U_a dans chacun d'eux. Pour $\varphi(x)=1$ et $=D_{ii}^{\nu}(x)$, on a

$$(7.2) \qquad H_{1i}^{\nu}=H_{D_{ii}^{\nu}}^{1} \quad \text{et} \quad H_1^{\nu}=\sum \oplus_{i=1}^{n_\nu} H_{1i}^{\nu}=\sum \oplus_{i=1}^{n_\nu} H_{D_{ii}^{\nu}}^{1}.$$

Théorème 12. *La représentation unitaire U_a dans $H_{\varphi_0}^{\nu}$, $\varphi_0=D_{ii}^{\lambda}$, est de la forme $\mathfrak{D}^{\nu}(a)\otimes\mathfrak{D}^{\lambda}(a)$ ou bien $\mathfrak{D}^{\lambda}(a)\otimes\mathfrak{D}^{\nu}(a)$, où $\otimes$ désigne le produit kroneckérien.*

Théorème 13. *En posant $\varphi_\lambda(x)=n_\lambda^{-1}Trace[\mathfrak{D}^{\lambda}(x)]$, on a $H_{\varphi_\lambda}^{\nu}=H_{\varphi_\nu}^{\lambda}$ et U_a dans $H_{\varphi_0}^{\nu}$ est équivalente à celle dans $H_{D_{ii}^{\lambda}}^{\nu}$, $1\leqq i\leqq n_\lambda$.*

Ces deux théorèmes résultent du fait: $\hat{\tau}_{\varphi_\lambda}^{\nu}=Trace\,[\mathfrak{D}^{\lambda}\otimes\mathfrak{D}^{\nu}]=\hat{\tau}_{\varphi_\nu}^{\lambda}$ et $N_{D_{ii}^{\lambda}}^{\nu}$ est constituté par les f verifiant $\int_G f(x)[\overline{D_{(i)}^{\lambda}(x)\otimes\mathfrak{D}^{\nu}(x)}]dx=0$,

10) K. Iwasawa: *On group rings of topological groups*, Proc. Imp. Acad., **20**, 67–70 (1944). Encore voir un exposé en Japonais du même auteur dans «Zenkoku Sijô Sûgaku Danwakai», Osaka, **246** (1942) et **251** (1943).

11) A cause du calcul dans **6.2.**, $N_{\varphi_0 i}^{\nu}$ coïncide, pour toute i-ième colonne de $\mathfrak{D}^{\nu}$, avec l'ensemble des f variant $\int_G f(x)\overline{D_{ki}^{\nu}(x)}dx=0$ pour tout $k(1\leqq k\leqq n_\nu)$.

12) M. Krein: *On positive functionals on almost periodic functions*, C. R. URSS, **30** (1941).

où $\mathfrak{D}^{\lambda}_{(i)}=(\delta_{iq}D_{pq})_{p,q}$. Nous préciserons et généraliserons ceci, sous une situation étendue en fait d'un groupe non-compact, au prochain numéro. Mais, si G est abélien (compact ou non), il est clair que:

Théorème 14. *Dans un groupe l. c. abélien, tout $H^{\nu}_{\varphi_0}$ est de dimension 1 et, comme on l'a déjà vu U_a dans celui est toujours irréductible.*

Complément: On appelle *spectre de l'algèbre* $L^1(G)$ l'ensemble des points extrémaux (non triviaux) de $P_0(G)$, noté V; si G est *l. c.* abélien, on a évidemment $V=\hat{G}=V_0$ (qui est alors un *groupe l. c. abélien*) et si G est discret, $L^1(G)$ étant unitaire, V est séparé du point 0 et ainsi fermé dans V_0, d'où V est *compact*. Dans le cas d'un groupe compact, comme on l'a vu ci-dessus, on peut faire correspondre les D^{ν}_{ii}, $1\leqq i\leqq n_{\nu}$, $\nu\in\Lambda$, vis-à-vis des points de V tout entier; tout point de V étant isolé dans V_0, la topologie induite sur celui-là est *discrète*.

(à suivre)