Notre Dame Journal of Formal Logic
Volume VII, Number 2, April 1966

EINE MODELLTHEORETISCHE PRÄZISIERUNG DER WITTGENSTEINSCHEN BILDTHEORIE

WOLFGANG STEGMÜLLER

1. Einleitung. Die folgende Untersuchung knüpft an die Rekonstruktion der Bildtheorie Wittgensteins an, welche E. Stenius in [4] gegeben hat. Es soll gezeigt werden, dass die meist intuitiven Erläuterungen, welche Stenius gibt, durch exakte Begriffsbestimmungen ersetzt werden können. Insbesondere lassen sich die für die Bildtheorie zentralen Begriffe des Isomorphismus und Homomorphismus mittels eines intensionalen Analogons zum Tarskischen Begriff des "relational system" präzisieren. In bezug auf verschiedene Einzelheiten war eine stärkere Abweichung von der Darstellung bei Stenius notwendig. Dies gilt bereits für den Begriff des komplexen Sachverhaltes, dann aber insbesondere für den des logischen Raumes und alle auf diesem Begriff basierenden Definitionen.

Neben dem rein systematischen Zweck geht es in dieser Abhandlung vor allem darum, ein geeignetes Rahmenwerk für die begriffliche Durchdringung der "semantischen" Partien des "Tractatus" (im folgenden kurz mit *T* bezeichnet), bereitzustellen. Als Nebenresultat werden sich dabei Maßstäbe ergeben, um die *intensionale* Struktur des *T* abzuschätzen. Gegenüber der wiederholt aufgestellten These, dass der Verfasser dieses Werkes ein rein extensionales Denkschema aufgestellt habe, lässt sich vielmehr behaupten, dass der *T* mit intensionalen Begriffen "durchtränkt" ist und dass sich mehrere solcher intensionaler Schichten unterscheiden lassen.[1] Wir haben versucht, mit Hilfe des Begriffs des intensionalen

1. So etwa behauptet Favrholdt in [3], p. 19, dass der *T* hauptsächlich in philosophischen Folgerungen aus der Extensionalitätsthese bestehe. Bereits die erste Folgerung daraus, nämlich "it is definite that propositions have to have a sense in order that truth-values can be assigned to them," beruht jedoch auf einem Fehler. Nicht nur wäre der zitierte Satz auch dann richtig, wenn nicht alle Sätze Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen wären; vielmehr müsste sich gerade ein *Gegner* der Extensionalitätsthese auf das in diesem Satz ausgedrückte Prinzip stützen, um in jedem Fall den Wahrheitswert von komplexen Aussagen bestimmen zu können.

Received May 27, 1965

Relationssystems und der Isomorphie logischer Räume diese Schichtung aufzuzeigen. In dem Umstand, dass sich die Grundbegriffe und Grundgedanken der Bildtheorie bei gleichzeitiger Relativierung der Ontologie des *T* präzisieren lassen, kann eine Verifikation der Ansicht von Stenius ([4] p. 125) erblickt werden, dass die Bildtheorie als solche unabhängig ist von dem metaphysischen Absolutismus und Atomismus des *T*.[2]

Nicht alle Datails werden im folgenden ausgearbeitet, insbesondere nicht an solchen Stellen, an welchen die Darstellung auf bereits Bekanntes stösst. Dies gilt z.B. bezüglich der Attributfamilien und der Bedeutungspostulate in Abschnitt 4.

Die Präzisierung der Wittgensteinschen Theorie soll sich in den folgenden Stadien vollziehen:

(1) In einem ersten Schritt relativieren wir den Begriffsapparat der Wittgensteinschen Ontologie. Dabei beschränken wir uns auf solche Begriffe, die in die Bildtheorie eingehen. Die Relativierung besteht in einer *Preisgabe des Wittgensteinschen Absolutismus*, d.h. der Annahme, dass die "Welt als Tatsche" auf eine *und nur eine* Weise in einfachere Tatsachen zerlegbar ist, sowie in einer *Preisgabe seines Atomismus*, nach welchem man bei dieser Zerlegung auf *Elementartatsachen* stösst, die sich nicht weiter in Tatsachen zergliedern lassen, da in ihnen nur *atomare Individuen* und *atomare Attribute* beteiligt sind. Durch diese Relativierung gewinnen wir die Freiheit, beliebige Tatsachenkomplexe als *Modellwelten* wählen zu können. Was für Sachverhalte bzw. Individuen und Attribute wir als eiñfach ansehen wollen, bleibt also unserer Wahl überlassen und richtet sich nach dem Kontext. In technischer Hinsicht wird es sich als erforderlich erweisen, Modellwelten so zu konstruieren, dass sie zu einer anderen Kategorie gehören als Sachverhalte oder Tatsachen. Tatsachenkomplexe sind keine komplexen Tatsachen; Sachverhalte bzw. Tatsachen sind stets einfach.

(2) Als spezielle Fälle von Modellwelten wählen wir Bilder und deren Originale. Die relativierten Begriffe der *Substanz* und des *logischen Raumes* werden auf diese Spezialfälle von Modellwelten angewendet.

(3) Den entscheidenden Begriff der Bildtheorie stellt ein geeigneter Begriff des *Homomorphismus* bzw. *Isomorphismus* dar. Da wir den Begriff der Substanz mittels eines Analogons zum Begriff des Relationssystems der Modelltheorie von Tarski einführen, kann die Homomorphiedefinition ebenfalls in Analogie zum modelltheoretischen Vorgehen erfolgen. In einem wesentlichen Punkt ergibt sich dabei allerdings ein Unterschied: der Standpunkt der extensionalen Logik muss verlassen werden. Wir bezeichnen daher den verwendeten Grundbegriff als *intensionales Relationssystem*.

---

2. Dagegen steht dies in deutlichem Widerspruch zu der von G. Pitcher ([3], p. 183) vorgetragenen Auffassung, dass mit einer Preisgabe dieser Metaphysik auch die Bildtheorie zusammenbrechen müsse.

(4) Während sich Wahrheit und Falschheit von Bildern mit Hilfe dieses Begriffs der Isomorphie definieren lassen, gilt dies nicht mehr für den Begriff des logischen oder des logisch adäquaten Bildes. Dafür ist eine Analyse und ein Vergleich der intensionalen Struktur von logischem Bildraum und Originalraum erforderlich. Die logische Adäquatheit wird definierbar auf dem Umwege über die Einführung des Begriffs der *Isomorphie von logischen Räumen.* Dieser Begriff gehört zu einer zweiten und stärkeren Schicht von intensionalen Begriffen der Philosophie des *T.*

(5) Wenn man den Begriff des semantisch elementaren *Satzes* analog zum Vorgehen bei Stenius als einen relativen Begriff einführt, so wird es möglich, solche Sätze sowie die durch sie beschriebenen Sachverhalte als einfache Fälle von Modellwelten zu wählen und darauf insbesondere die beiden Isomorphiebegriffe anzuwenden.

(6) Unter Benützung eines Begriffs der *vollständigen und ausgezeichneten disjunktiven Normalform* wird es möglich, die Bildtheorie von einfachen auf komplexe Aussagen zu übertragen. Der hierbei verwendete Begriff der Vollständigkeit dient dazu, eine Mehrdeutigkeit zu beseitigen, die sonst durch die Einführung von Transformationsregeln von Sätzen in Bilder erzeugt wird.

2. Intensionale Relationssysteme, Modellwelten, kategoriale Gleichheit. Den Begriff des Attributes verwenden wir als Oberbegriff für Eingenschaften und Relationen. Die Stellenzahl eines Attributes nennen wir dessen Rang. Der Rang wird stets als endlich vorausgesetzt. Als weiteren Grundbegriff verwenden wir den Begriff der α-gliedrigen Folge. Dabei ist α eine Ordinalzahl, welche die Ordnung der Folge genannt wird. Aus Gründen der Einfachheit der Darstellung beschränken wir uns auf den Fall, dass α entweder eine natürliche Zahl oder ω ist. Wir betrachten also nur höchstens abzählbare Folgen. Geordnete n-tupel werden als Folgen von der Ordnung n aufgefasst.

Der erste Schritt ist ein intuitiver: Gegeben sei irgendein Tatsachenkomplex. Dieser Komplex soll als Modellwelt rekonstruiert werden. Dazu ist es erforderlich, ihn in jene individuellen und attributiven Elemente zu zergliedern, die wir in diesem Kontext als einfach (d.h. als atomar) betrachten wollen. Das System der so gewonnenen Elemente führen wir ein als *intensionales Relationssystem* $\mathfrak{R}$ (abgekürzt: **i.RS.**). Dies ist eine Folge von der Gestalt $\langle A, R_0, \ldots, R_\xi, \ldots \rangle$, welche die beiden Bedingungen erfüllen muss:

(1) A, der Bereich des Relationssystems, bildet eine nichtleere Menge;
(2) $R_0, \ldots, R_\xi, \ldots$ sind endliche Attribute mit den Rängen $\nu_0, \ldots, \nu_\xi, \ldots$, die für alle n-tupel aus A definiert sind.

Intensionale Relationssysteme bilden genau das, was man in Anlehnung an die Wittgensteinsche Terminologie die *Substanz einer Modellwelt* nennen könnte. Die im Begriff der Folge enthaltene Ordnungsrelation vereinfacht die späteren Isomorphiedefinitionen. Eine nochmalige, nur für Darstellungszwecke dienende Vereinfachung erreichen wir durch Beschränkung auf endliche Relationssysteme, d.h. Systeme von der Gestalt $<A, R_0, \ldots, R_n>$, Wir beziehen uns also stets auf Welten von in bezug auf die Attribute endlicher Substanz.

Zwischen Bildern und Originalen muss eine "kategoriale Gleichheit" bestehen. Dementsprechend führen wir den Begriff des kategorialen Typus von Relationssystemen ein, der sich numerisch charakterisieren lässt. Wenn $k = <\nu_0, \ldots, \nu_n>$ eine Folge von positiven ganzen Zahlen ist, so sagen wir, dass das i.RS. $\mathfrak{R} = <A, R_0, \ldots, R_n>$ *vom kategorialen Typus* k ist, wenn für alle $i = 0, \ldots, n$ R_i ein ν_i-stelliges Attribut ist. Wir nennen auch k den kategorialen Typus von $\mathfrak{R}$. Zwei intensionale Relationssysteme $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ sind vom gleichen kategorialen Typus oder *kategorial gleich*, wenn für die beiden kategorialen Typen k_1 und k_2 dieser Systeme gilt: $k_1 = k_2$.

Für den Bildbegriff spielt ausserdem noch die Anzahl der Individuen, auf die sich die Attribute beziehen, eine Rolle. Wir verschärfen daher den Begriff des kategorialen Typus. Falls k der kategoriale Typus von $\mathfrak{R}$ ist und β die Mächtigkeit des Bereiches A von $\mathfrak{R}$, so soll $s = <\beta, k>$ die *innere Struktur* von $\mathfrak{R}$ genannt werden. Stimmen zwei i.RS. in der inneren Struktur überein, so heissen sie strukturgleich oder *ähnlich*. Die Ähnlichkeit von i.RS. ist offenbar eine reflexive, symmetrische und transitive Relation, die sich zur Bildung von Äquivalenzklassen eignet. (Für den Homomorphiefall genügt der kategoriale Typus zur Bestimmung der Ähnlichkeit von i.RS.)

Der Grund für die Verwendung des qualifizierenden Prädikates *"intensional"* liegt in der Deutung des Begriffs des Attributes, die sich von der entsprechenden Interpretation des Attributbegriffs in Relationssystemen innerhalb der Modelltheorie von Tarski unterscheidet. Wenn R_i eine n-stellige Relation ist, die für alle n-tupel des Bereiches A von $\mathfrak{R}$ definiert ist, so darf nicht vorausgesetzt werden, dass mit der Relation R_i auch schon festgelegt sei, auf welche Individuen-n-tupel sie zutrifft und auf welche nicht. *Attribute dürfen also nicht wie im extensionalen Fall als Klassen geordneter n-tupel gedeutet werden.* Eine solche Deutung würde implizieren, dass mit der Wahl eines Relationssystems auch bereits eine ganz bestimmte Modellwelt ausgewählt worden wäre (in der Wittgensteinschen Terminologie: mit der Substanz der Welt wäre such die Welt selbst bereits mitgegeben). Dies soll aber gerade nicht geschehen: es handelt sich vielmehr nur um *die Aufstellung eines gemeinsamen begrifflichen Grundgerüstes einer Klasse möglicher Welten.* Die "Substanz der Welt" zeichnet noch keine bestimmte Welt aus, sondern sie legt nur das fest, was diese Welt mit allen anderen Welten gemeinsam hat, welche aus denselben individuellen und attributiven Elementen aufgebaut sind. Aus diesem Grunde müssen z.B. die beiden Prädikate "grün" und "rund" auch dann als verschieden angesehen werden, wenn in der faktischen Welt zufälligerweise genau die grünen Dinge rund sein sollten.

Attribute müssen somit als intensionale Entitäten eingeführt werden. Dies ist eine unvermeidliche Konsequenz jeder Theorie, welche verschiedene mögliche Welten voneinander unterscheidet, die aus denselben Bausteinen aufgebaut sind. Das philosophische Problem, Kriterien für die Gleichheit und Verschiedenheit solcher Attribute anzugeben, soll hier nicht erörtert werden, natürlich auch nicht die Frage, ob sich der Verf. des T dieses Problems bewusst war. Eine ganz analoge Situation ergibt sich übrigens bezüglich der Individuen.

So wie der Begriff des Attributes muss auch der Grundbegriff der T-Philosophie, der Begriff des Sachverhaltes bzw. der Tatsache, als ein *intensionaler* Begriff gedeutet werden. Dies kann man sich in verschiedener Weise verdeutlichen, z.B. durch Reflexion auf die Wendung "Erklärung einer Tatsache". Wer die Tatsache erklärt, dass alle Menschen sterblich sind, hat damit noch nicht die Tatsache erklärt, dass alle ungefiederten Zweibeiner sterblich sind. Letzteres braucht er überhaupt nicht zu wissen. Gesteht man zu, dass in Erklärungen Deduktionen wesentlich beteiligt sind, so ergibt sich der Schluss auf den intensionalen Charakter erklärter Tatsachen unmittelbar. Geht man von den Sachverhalten zu den beschreibenden Sätzen zurück, so würde sich ergeben, dass genau eine Klasse analytisch äquivalenter Sätze einen Sachverhalt festlegt. Die hierbei verwendete analytische Äquivalenz, die nicht reduzierbar ist auf formallogische Äquivalenz, stellt offenbar eine intensionale Relation dar. *Attribute* und *Sachverhalte* bilden die *intensionale Grundschicht* in der Wittgensteinschen Theorie.

Zur Symbolisierung elementarer Sachverhalte verwenden wir Ausdrücke von der Gestalt $R_i(a_{j1}, \ldots, a_{j\nu_i})$. Bestehen und Nichtbestehen elementarer Sachverhalte (positive und negative Tatsachen) werden durch Voranstellung der Zeichen "+" bzw. "-" ausgedrückt. Vom extensionalen Standpunkt ist die Totalität der atomaren Tatsachen, an denen das Attribut R_i beteiligt ist, mit dem extensional gedeuteten Attribut R_i selbst identisch.

$\mathfrak{F}$ heisse eine *Modellwelt mit der (intensionalen) Basis* $\mathfrak{R}$ genau dann, wenn $\mathfrak{F}$ eine Folge von der Gestalt $\mathfrak{F} = < \mathfrak{R}, (\pm)R_0(a_{j1}, \ldots, a_{j\nu_0}), \ldots, (\pm)R_\xi(a_{k1}, \ldots, a_{k\nu_\xi}), \ldots >$ ist[3], welche die folgenden zwei Bedingungen erfüllt:

(1) $\mathfrak{R}$, genannt die Relationsbasis von $\mathfrak{F}$, ist ein i.**RS**.,
(2) wenn R_i ein Attribut aus $\mathfrak{R}$ vom Rang ν_i ist, so kommt für jedes ν_i-tupel $a_{j_1}, \ldots, a_{j\nu_i}$ von Individuen aus dem Bereich von $\mathfrak{R}$ entweder "$-R_i(a_{j_1}, \ldots, a_{j\nu_i})$" oder "$+R_i(a_{j_1}, \ldots, a_{j\nu_i})$" in $\mathfrak{F}$ als Glied vor.

Fasst man $\mathfrak{R}$ als Substanz einer Modellwelt auf, so ist $\mathfrak{F}$ eine der "möglichen Welten", die über dieser Substanz errichtet werden können. Die Bedingung (2) ist das formale Korrelat zur zweiten Hälfte des Wittgensteinschen Satzes "die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, dass es *alle* Tatsachen sind." Den Bereich der Relationsbasis von $\mathfrak{F}$ nennen wir auch Bereich von $\mathfrak{F}$ selbst.

Bezeichnet man die Relationssysteme der üblichen Modelltheorie als extensionale Relationssysteme, so wird dieser Begriff hier in die beiden verschiedenen Begriffe des i.**RS.** und der Modellwelt aufgesplittert.

Bei der hier vorgeschlagenen Rekonstruktion der Wittgensteinschen Gedankengänge wird der Begriff des Sachverhaltes bzw. der Tatsache mit

3. Durch "(±)" bringen wir zum Ausdruck, dass in jedem Fall genau eines dieser Symbole zur Anwendung kommt.

dem des einfachen (positiven oder negativen) Sachverhaltes bzw. der einfachen (positiven oder negativen) Tatsache identifiziert. Sachverhaltskomplexe bzw. Tatsachenkomplexe werden als Modellwelten eingeführt und gehören als solche zu einer anderen Kategorie: sie sind zu konstruieren als Folgen von bestimmter Art. Die Wittgensteinsche Äusserung, wonach die Welt als Gesamtheit aller Tatsachen selbst eine Tatsache sei, muss daher als eine bloss bildhafte "façon de parler" aufgefasst werden. Dies ergibt sich auch bereits unabhängig von der hier vorgeschlagenen Rekonstruktion daraus, dass die Annahme komplexer Sachverhalte logisch unverträglich ist mit der Wittgensteinschen These, dass logische Zeichen keine stellvertretenden Symbole seien.

3. Isomorphismus, Homomorphismus, Bild, Wahrheit und Falschheit. Dem Begriff der Ähnlichkeit von intensionalen Relationssystemen, d.h. der Strukturgleichheit von "Substanzen", entspricht der wesentlich schärfere Begriff der Strukturgleichheit oder der Isomorphie von Modellwelten.

$\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{G}$ seien zwei Modellwelten. Wir sagen, dass $\mathfrak{F}$ durch die Funktion h isomorph auf $\mathfrak{G}$ *abgebildet* wird (oder kurz: dass $\mathfrak{F}$ *h-isomorph* ist mit $\mathfrak{G}$), wenn folgendes gilt:

(1) die Relationsbasen $\mathfrak{R}_1 = \langle A, R_0, \ldots, R_n \rangle$ von $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{R}_2 = \langle B, S_0, \ldots, S_n \rangle$ von $\mathfrak{G}$ sind ähnlich (d.h. sie haben denselben kategorialen Typus und ihre Bereiche sind von derselben Mächtigkeit);

(2) h ist eine 1-1-Funktion, welche die Bereiche von $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{G}$ umkehrbar eindeutig aufeinander abbildet und ausserdem jedem Attribut aus $\mathfrak{R}_1$ genau ein gleichrangiges Attribut aus $\mathfrak{R}_2$ zuordnet;

(3) für alle $i = 0, \ldots, n$ und für jede Folge $\langle a_{j_1}, \ldots, a_{j\nu_i} \rangle$ von Elementen aus dem Bereich A von $\mathfrak{F}$ gilt:

$$R_i(a_{j_1}, \ldots, a_{j\nu_i}) \leftrightarrow h(R_i)(h(a_{j_1}), \ldots, h(a_{j\nu_i})).$$

Die Bedingung (3) drückt aus, dass ein elementarer Sachverhalt in der einen Modellwelt genau dann besteht, wenn "der analoge" Sachverhalt in der anderen Modellwelt eine Tatsache ist. h ist der Isomorphiekorrelator der Abbildung. Wir wollen annehmen, dass dieser Isomorphiekorrelator auch die in (1) geforderte ähnliche Abbildung zwischen den Relationsbasen herstellt. Gewöhnlich wird von dieser Funktion nur verlangt, dass sie die beiden Bereiche umkehrbar eindeutig aufeinander abbildet. Dies ist aber nur dadurch möglich, dass kraft Konvention die wechselseitige Zuordnung der Attribute durch gleiche Indizes vorgenommen wird. Diese Indizierungskonvention übernimmt damit einen Teil der Rolle des Isomorphiekorrelators. Unter Benützung dieser Festsetzung sowie der in (1) eingeführten Symbolik könnte damit in (3) statt $h(R_i)$ auch S_i geschrieben werden. Im folgenden soll stets diese abgekürzte Darstellungeform benützt werden. Wenn von einem Isomorphiekorrelator die Rede ist, muss aber, um die Aussage nicht inkorrekt zu machen, stets diese andere Teilfunktion des Korrelators hinzugedacht werden. (Strenggenommen sind also Isomorphiekorrelatoren stets von kategorial gemischtem Typus). Um für die Anwendung der Bildtheorie auf die Sprache volle Allgemeinheit zu erzielen (z.B. im Fall eines Elementarsatzes, der diese Symmetrieeigenschaft einer Relation ausdrückt), erscheint es als zweckmässig, den Fall der *homomorphen Abbildung* einzubeziehen. Die Forderung der umkehrbaren Eindeutigkeit bzgl. h wird dabei in (2) fallengelassen, allerdings nur, soweit es sich um die Abbildung der Bereiche und nicht der Attribute handelt. (Man beachte, dass nach einer früheren Bemerkung die in (1) erwähnte Ähnlichkeit sich in diesem Fall auf Gleichheit der kategorialen Typen reduziert.)

Prinzipiell kann jede Modellwelt als Bild verwendet werden, da sie unter geeigneten Bedingungen als isomorphes Abbild einer anderen dienen kann. Nun rechnet aber Wittgenstein in 2.1513 ausdrücklich die "abbildende Beziehung" mit zum Bild. Um diese seine Intention wiederzugeben, verstehen wir daher unter einem *Bild* $\mathfrak{B}$ ein geordnetes Paar $<\mathfrak{F},g>$, wobei $\mathfrak{F}$ eine Modellwelt ist und g eine Funktion, deren Argumentbereich aus dem Bereich von $\mathfrak{F}$ und der Klasse der zur Relationsbasis von $\mathfrak{F}$ gehörenden Attribute besteht und die bezüglich dieser letzteren Teilklasse umkehrbar eindeutig ist.[4] Besteht die umkehrbare Eindeutigkeit auch bezüglich des Bereiches, so soll das Bild *ein 1-1-Bild* genannt werden. Das erste Glied $\mathfrak{F}$ von $\mathfrak{B}$ nennen wir dann das *Bildfeld* und das zweite Glied g die *abbildende Beziehung*.

Nach der Theorie des T besteht ein wahrer Gedanke der Intention nach in der Konstruktion eines wahren Bildes und analog stellt jeder wahre Deklarativsatz ein wahres Bild dar. Der allgemeine Begriff des wahren Bildes kann jetzt leicht eingeführt werden:

$\mathfrak{B}$ ist *wahres Bild* von $\mathfrak{S}$ genau dann, wenn $\mathfrak{B}$ ein Bild und $\mathfrak{S}$ eine Modellwelt ist und wenn die abbildende Beziehung g von $\mathfrak{B}$ das Bildfeld von $\mathfrak{B}$ homomorph auf $\mathfrak{S}$ abbildet. Ist die Abbildung ein Isomorphismus, so sprechen wir von einem *1-1-wahren* Bild.

Vor der Einführung des Begriffs des falschen Bildes empfiehlt es sich, zunächst den allgemeinen Begriff "Bild von" zu definieren: $\mathfrak{B}$ ist *Bild von* $\mathfrak{S}$ genau dann, wenn die Relationsbasis des Bildfeldes von $\mathfrak{B}$ durch die abbildende Beziehung von $\mathfrak{B}$ auf die kategorial gleiche Relationsbasis von $\mathfrak{S}$ abgebildet wird. Ist die Abbildung überdies eine ähnliche Abbildung im schärferen Sinn, so werde $\mathfrak{B}$ ein *1-1-Bild von* $\mathfrak{S}$ genannt. $\mathfrak{B}$ ist ein *falsches Bild* von $\mathfrak{S}$ genau dann, wenn $\mathfrak{B}$ Bild von $\mathfrak{S}$, aber nicht wahres Bild von $\mathfrak{S}$ ist, d.h. also, wenn $\mathfrak{B}$ weder im Sinn der Homomorphie noch im Sinn der Isomorphie wahr ist.

4. Logische Räume, Isomorphie logischer Räume, logisch adäquate und inadäquate Bilder. Eine Klärung dessen, was Wittgenstein "logisches Bild" und was Stenius "logisch adäquates Bild" nennt, setzt die Einführung des Begriffs des logischen Raumes sowie eine Art von Vergleich der logischen Räume in bezug auf ihre intensionale Struktur voraus.

---

4. Die von Favrholdt in [2], p. 76, mittlerer Absatz, formulierte Frage bezüglich der Interpretation von T 2.1513 erhält damit eine zugleich erschöpfende wie triviale Antwort. Der dort erhobene Vorwurf gegen Stenius ist damit ebenfalls entkräftet.

Analog zum Vorgehen in der Topologie, worin Räume als Punktgesamtheiten eingeführt werden, können wir auch logische Räume als "Punktgesamtheiten" von bestimmter Art interpretieren. Die "Punkte" eines solchen Raumes sind nichts anderes als Modellwelten, und zwar genau alle jene Modellwelten, die eine bestimmte "Substanz" gemeinsam haben. Daher ist der Begriff des logischen Raumes zu relativieren auf eine bestimmte Relationsbasis. Aus Gründen der formalen Einfachheit führen wir zunächst den Begriff eines *umfassendsten logischen Raumes* ein, zu dem auch "logisch unmögliche" Modellwelten gehören können. Mit "*F*" für "fiktiv" nennen wir ihn einen logischen *F*-Raum, da er sich als teilweise fiktiv erweisen kann. Der "echte" logische Raum $\mathfrak{S}(\mathfrak{R})$, der nur mehr "mögliche" Modellwelten enthält, wird erst in einem zweiten Schritt aus dem *F*-Raum ausgesondert. Unter dem *logischen F-Raum* $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$ über dem i.RS. $\mathfrak{R}$ verstehen wir die Gesamtheit der Modellwelten mit der gemeinsamen Relationsbasis $\mathfrak{R}$. Aufgrund bestimmter notwendiger Verknüpfungen kann die Klasse der für die Bildung eines logischen Raumes zugelassenen möglichen Modellwelten eingeengt werden. Diese Einengung kann mittels geeigneter Postulate und Regeln erfolgen.

Zunächst betrachten wir jene speziellen Räume, die Stenius *logische Räume mit mehrwertigen Dimensionen* (4 p. 44 ff.) nennt. Hier sind die atomaren Sachverhalte jeweils in Klassen zusammenzufassen, wobei die zu ein und derselben Klasse gehörenden Sachverhalte miteinander unverträglich sind (vgl. etwa *T* 6.3751). Die Aussage von *T* 2.061 ("die Sachverhalte sind voneinander unabhängig") gilt hier nicht mehr, da die Unabhängigkeit auch die Unverträglichkeit ausschliesst. Stenius fasst eine solche Klasse von miteinander logisch unverträglichen elementaren Sachverhalten zu einer *Dimension* des logischen Raumes zusammen. Den Begriff der Unverträglichkeit kann man von den Sachverhalten auf die darin beteiligten Attribute übertragen. Tut man dies, so kann man unter Benützung einer Terminologie von R. Carnap eine Dimension des logischen Raumes als eine *Familie verwandter Attribute* auffassen: die Attribute der Familie in ihrer Gesamtheit sind logisch disjunkt zueinander und je zwei von ihnen sind miteinander logisch unverträglich. Damit ist bereits gesagt, dass ein derartiger logischer Raum durch geeignete *Bedeutungspostulate* als Teilraum aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$ ausgesondert werden muss. Die Aussage z.B., dass die beiden einstelligen Attribute P_1 und P_2 zu derselben Dimension gehören, wäre durch das *Unverträglichkeitspostulat* "$\bigwedge x \neg(P_1 x \wedge P_2 x)$" wiederzugeben. Solchen Unverträglichkeitspostulaten hätte ein *Disjunktheitspostulat* an die Seite zu treten, welches im Falle der Endlichkeit der Dimension (und für den Fall, dass der Rang = 1 ist) von der Gestalt "$\bigwedge x(P_1 x \vee P_2 x \vee \ldots \vee P_n x)$" wäre. Im Unendlichkeitsfall wäre die Sprache der elementaren Logik nicht ausreichend, um diese Postulate zu formulieren. Wenn man z.B. annimmt, dass die Farben ein Kontinuum oder wenigstens eine unendliche Gesamtheit bilden, so hätte ein Unverträglichkeitspostulat zu lauten: "keine zwei Farben kommen ein und demselben Objekt zu", in dem über Prädikatvariable quantifiziert wird. Die Gesamtheit der Bedeutungspostulate dieser zwei Arten nennen wir *Dimensionspostulate*.

Der eben erwähnte Fall erfüllt natürlich keineswegs alle Möglichkeiten der Aussonderung eines Teilraumes aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$. Weitere die Attribute betreffende notwendige Verknüpfungen können als gültig angenommen werden. In welchem Ausmass dies der Fall ist, hängt davon ab, welche Aussagen als analytisch akzeptiert werden. Wenn man z.B. die Aussage als analytisch betrachtet, "wenn *a* Vater von *b* ist, so ist nicht b Vater von a", so drückt man damit aus, dass man die Nichtsymmetrie der Vater-Relation nicht als eine kontingente Eigenschaft dieser Welt ansehen möchte, sondern als etwas, *das in jeder möglichen Welt* zu gelten hat, in der die Vater-Relation vorkommt.[5] Auch hier kann man das Gewünschte wieder durch geeignete *Bedeutungspostulate* für die Attribute erreichen. Dabei lassen wir die Frage offen, ob sich die Methode der Bedeutungspostulate durch eine philosophisch befriedigendere Methode ersetzen liesse. Wir nennen diese Bedeutungspostulate zwecks Unterscheidung vom ersten Fall *interne Bedeutungspostulate*.

Falls wir es mit einem logischen Raum von jener Art zu tun haben, den Stenius Ja-Nein-Raum("yes-and-no-space", [4] p. 46) nennt, können alle diese Möglichkeiten nicht eintreten; denn darin sind alle atomaren Sachverhalte voneinander unabhängig. Wittgenstein selbst war vermutlich der Meinung, dass der *logische Fundamentalraum* ein solcher Ja-Nein-Raum sei, auf den die anderen "peripheren" logischen Räume reduziert werden können. Doch diese Annahme gehört zur Wittgensteinschen Metaphysik, die wir hier nicht übernehmen. Mit der Relativierung der Wittgensteinschen Grundbegriffe müssen alle diese Komplikationen in der Struktur des logischen Raumes mitberücksichtigt werden. Es dürfte praktisch kaum möglich sein, eine Modellwelt zu konstruieren, die in einen Ja-Nein-Raum eingebettet ist.

Die in den Dimensionspostulaten sowie den internen Bedeutungspostulaten beschriebenen Beziehungen stellen *notwendige* Verknüpfungen dar. Es handelt sich daher wieder um *intensionale Relationen.* Da diese in den Begriff der Isormophie logischer Räume und damit in den Begriff des logisch adäquaten Bildes eingehen, ist auch der letztere Begriff ein intensionaler Begriff. Rechnen wir die Begriffe des Sachverhaltes (bzw. der Tatsache) sowie des Attributes zur intensionalen Grundschicht der T-Philosophie, so gelangen wir mit der Isomorphierelation zwischen logischen Raumen und der logischen Adäquatheit von Bildern zu einer intensionalen Schicht höherer Ordnung.

Der dritte noch zu berücksichtigende Fall betrifft das, was Stenius einen *logisch inhomogenen Raum* nennt ([4], p. 77). Im Gegensatz zu den bisher behandelten Fällen betrifft diese Komplikation nicht das Verhaltnis der Attribute untereinander, sonderen deren Verhältnis zum Grundbereich

5. Dieses Beispiel zeigt, das die heute übliche Analytizitätsdefinition ("eine Aussage ist genau dann analytisch, wenn sie durch Ersetzung synonymer Ausdrücke in eine formallogische Wahrheit transformierbar ist") unzureichend ist, da sie höchstens jene Fälle von Aussagen deckt, in denen mindestens zwei nichtlogische Konstanten vorkommen.

der Individuen: es braucht nicht, wie im Fall der homogenen logischen Räume, jedes Attribut vom Rang n zusammen mit *jedem* Individuen-n-tupel einen möglichen atomaren Sachverhalt zu bilden. Das syntaktische Spiegelbild dieser Situation bestünde darin, dass gewisse Ausdrücke von atomarer Satzform, in welchen Prädikate auf Individuenkonstante angewendet werden, als syntaktisch sinnlos ausgeschieden würden, weil die benannten Individuen überhaupt nicht zum "Zulässigkeitsbereich" der durch die Prädikate bezeichneten Attribute gehören (z.B. "das zweigestrichene c ist rot", "diese Farbe ist schwerer als jene"). Dieser mehrsortige Fall könnte erzeugt werden durch geeignete *Wert-* oder *Zulässigkeitsregeln*, welche jedem der Attribute eine Teilklasse des Grundbereiches zuordnen. Im Fall des Vorliegens von Dimensionspostulaten würde es genügen, solche Zulässigkeitsregeln jeweils für ganze Familien von Attributen zu formulieren.

Nehmen wir Bedeutungspostulate $\mathfrak{P}$ und Zulässigkeitsregeln $\mathfrak{Z}$ von der geschilderten Art als gegeben an. Falls $R_i(a_{j1}, \ldots, a_{j\nu_i})$ mit $\mathfrak{P} \cup \mathfrak{Z}$ unverträglich ist, so heisse $R_i(a_{j1}, \ldots, a_{j\nu_i})$ *semantisch eliminiert* (mit dem Ausdruck "semantisch" knüpfen wir dabei an dessen Verwendung zur Charakterisierung der "theory of meaning" und nicht der "theory of reference" an). Der hierbei verwendete Unverträglichkeitsbegriff ist offenbar erst dann definiert, wenn wir uns auf ein Logiksystem mit einem festen Folgerungsbegriff beziehen. Wir treffen keine Wahl für ein *bestimmtes* derartiges System und setzen für das Folgende bloss voraus, dass ein solches festes System angenommen wird. Modellwelten, in denen ein semantisch eliminierter Sachverhalt als Glied vorkommt, sollen ebenfalls semantisch eliminiert heissen.

Durch Weglassen der semantisch eliminierten Modellwelten erhalten wir aus dem F-Raum $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$ den *echten logischen Raum* $\mathfrak{S}(\mathfrak{R})$ über der Relationsbasis oder Substanz $\mathfrak{R}$. Dieser Begriff $\mathfrak{S}(\mathfrak{R})$ ist ein dreifach relativer Begriff; denn er hängt ab (1) von dem umfassenderen formalen Raum $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$, (2) vom zugrundegelegten Logik-System und (3) von den akzeptierten Dimensionspostulaten, internen Bedeutungspostulaten und Zulässigkeitsregeln für Attribute. Was ausserhalb von $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$ liegt, ist "unmöglich im Sinne der formalen Logik", was innerhalb von $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})$, aber ausserhalb von $\mathfrak{S}(\mathfrak{R})$ liegt, ist zwar formallogisch möglich, verstösst aber gegen gewisse "notwendige" Relationen.

Jetzt lässt sich der Isomorphiebegriff für logische Räume definieren. $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ seien zwei ähnliche intensionale Relationssysteme. h sei eine Abbildung, welche die Ähnlichkeit zwischen ihnen erzeugt. Offenbar haben $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}_1)$ und $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}_2)$ dieselbe Mächtigkeit und es entspricht jeder Modellwelt aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}_1)$ genau eine bezüglich h isomorphe Modellwelt aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}_2)$. Unter dem *Isomorphiekorrelat von* $\mathfrak{S}(R_1)$ *bezüglich* h soll die Klasse jener Modellwelten aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}_2)$ verstanden werden, die zu einem Element von $\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1)$ bezüglich h isomorph sind. Wir symbolisieren dieses Isomorphiekorrelat mit $\mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1),h)$. Von einer *Isomorphie der beiden logischen Räume* $\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1)$ *und* $\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_2)$ *bezüglich* h sprechen wir genau dann, wenn gilt: $\mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1),h) = \mathfrak{S}(\mathfrak{R}_2)$, wenn also notwendige Relationen im einen Raum genau dann bestehen, wenn "die korrespondierenden Relationen" auch im anderen Raum notwendig sind. Dieser Begriff ist nur ein Hilfsbegriff für den folgenden.

Anmerkung 4.1. Der Begriff der Isomorphie logischer Räume tritt in der gegenwärtigen Rekonstruktion an Stelle dessen, was Stenius in [4], p. 103, Fussnote, einen "internen Isomorphismus" nennt. Im Gegensatz zu der dortigen Andeutung wurde dieser Begriff hier nicht als eine Relation zwischen Bild und Original definiert, sondern als *eine Relation zwischen logischen Räumen* eingeführt, *in die Bild und Original eingebettet sind.*

Ein Bild $\mathfrak{B}$ ist *logisch adäquates Bild* einer Modellwelt $\mathfrak{S}$ genau dann, wenn die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind:

(1) Die Relationsbasis $\mathfrak{R}_1$ des Bildfeldes von $\mathfrak{B}$ ist bezüglich der abbildenden Beziehung h von $\mathfrak{B}$ ähnlich mit der Relationsbasis $\mathfrak{R}_2$ von $\mathfrak{S}$ (d.h. $\mathfrak{B}$ ist 1-1-Bild von $\mathfrak{S}$);

(2) $\mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1),h) = \mathfrak{S}(\mathfrak{R}_2)$ (d.h. es besteht eine Isomorphie zwischen den logischen Räumen über der Relationsbasis des Bildfeldes und der Relationsbasis des Originals).

Ist die Bedingung (1), aber nicht (2) erfüllt, so ist $\mathfrak{B}$ ein *logisch inadäquates* Bild von $\mathfrak{S}$. Von Stenius werden zwei Fälle logischer Inadäquatheit als philosophisch bemerkenswert hervorgehoben (vgl. [4], p. 103-105): erstens der Fall, in dem die Elemente des Bildes einen grösseren logischen Freiheitsspielraum haben als die korrespondierenden Elemente des Originals; und zweitens der Fall, in dem die Elemente des Bildes einen geringeren Freiheitsspielraum besitzen. Mit "$\subset$" für die *echte* Einschlussrelation können wir diese beiden Fälle in der gegenwärtigen Symbolik durch $\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_2) \subset \mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1),h)$ bzw. $\mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1),h) \subset \mathfrak{S}(\mathfrak{R}_2)$ ausdrücken.

Stenius unterscheidet ferner zwischen zwei Arten von Inadäquatheit (p. 104). Dies ist dadurch motiviert, dass ein logisch inadäquates Bild durchaus einen möglichen Sachverhalt darstellen und sogar ein wahres Bild sein kann. Für die Inadäquatheit eines Bildes genügt es, dass seine Elemente so miteinander verbunden werden *könnten*, dass dadurch das Bild eines "unmöglichen Sachverhaltes" entstünde. Die Reihenfolge: *Bild — logisch adäquates Bild — wahres Bild* drückt also keinesfalls eine zunehmende Stärke der Bedingungen aus, die einem Bild auferlegt werden. Ein logisch adäquates Bild braucht nicht wahr zu sein, ein wahres Bild nicht logisch adäquat. Wittgenstein fordert allerdings generell die logische Adäquatheit. Dies läuft auf eine entsprechende Einschränkung des Bildbegriffs hinaus (vgl. die folgende Anmerkung). Wegen der hier vorgenommenen Relativierung der Wittgensteinschen Theorie empfiehlt es sich jedoch, die Steniussche Unterscheidung beizubehalten. Wir bezeichnen die beiden Fälle als *schwache* und *starke* logische Inadäquatheit.

Wir übernehmen zunächst den oben eingeführten Begriff der logischen Inadäquatheit, d.h. also das Bestehen einer h-Ähnlichkeit zwischen den Relationsbasen, jedoch $\mathfrak{I}(\mathfrak{S}(\mathfrak{R}),h) \neq \mathfrak{S}(\mathfrak{R}_1)$. Wir sagen dann, dass $\mathfrak{B}$ ein *schwach inadäquates Bild* von $\mathfrak{S}$ ist, wenn $\mathfrak{B}$ ein logisch inadäquates Bild von $\mathfrak{S}$ ist, wenn jedoch das Bildfeld von $\mathfrak{B}$ h-isomorph ist mit einem Element von $\mathfrak{S}(\mathfrak{R}')$, wobei h die abbildende Beziehung von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{R}'$ die

Relationsbasis von $\mathfrak{G}$ ist. Dagegen ist $\mathfrak{B}$ ein *stark inadäquates Bild* von $\mathfrak{G}$, wenn $\mathfrak{B}$ ein logisch inadäquates Bild von $\mathfrak{G}$ ist und wenn ausserdem das Bild feld von $\mathfrak{B}$ h-isomorph ist mit einem Element aus $\mathfrak{L}(\mathfrak{R}')-\mathfrak{G}(\mathfrak{R}')$ (hierbei bedeutet "$-$" die Operation der Klassendifferenz).

Anmerkung **4.2.** Ein philosophisches Motiv für Wittgensteins Forderung, dass alle Bilder logisch adäquate Bilder sein müssen, dürfte darin liegen, dass dadurch erreicht wird, von möglichen Sachverhalten zu reden, ohne dass man seine Ontologie um mögliche Sachverhalte bereichern müsste. Wenn ich mir die Vorstellung von einem Einhorn bilde, so impliziert dies nicht, dass es etwas gibt, wovon ich eine Vorstellung habe, sondern nur, dass meine Vorstellung als eine Einhornvorstellung qualifiziert ist. Das Analoge gilt, wie M. Black in [1], p. 45, hervorhebt, auch für Sachverhalte.[6] Dass $\mathfrak{B}$ Bild von $\mathfrak{G}$ ist, impliziert nicht, dass $\mathfrak{G}$—im Falle der Falschheit des Bildes—als eine unverwirklichte Möglichkeit existiert, sondern bloss, dass $\mathfrak{B}$ als ein $\mathfrak{G}$-Bild qualifiziert ist. Diese "unschuldige" Interpretation bloss möglicher Sachverhalte funktioniert jedoch nur dann, wenn das, was möglich ist, aus dem Bild zu ersehen ist. Liessen wir logisch inadäquate Bilder zu, so würden wir fälschlich ein logisch unmögliches X für möglich halten, wenn wir ein X-Bild konstruieren könnten. Nur adäquate Bilder können aufgrund ihrer äusseren Struktur zeigen, was möglich ist.

5. Anwendung der Bildtheorie auf die Sprache. Wir übernehmen die Deutung von Stenius für semantisch elementare Sätze ([4], p. 116 ff.) Danach ist ein derartiger Satz kein Ding, sondern ein Bild. In unserer Terminologie stellt ein Satz also ein geordnetes Paar dar, bestehend aus dem *Satzfeld*, d.h. dem, was Wittgenstein das "Satzzeichen" nennt, und der *Interpretationsregel* oder abbildenden Beziehung, die diesmal in der Gesamtheit der semantischen Bedeutungsregeln für die im Satz vorkommenden Namen besteht. Dabei sind nur Individuensymbole Namen, während Prädikatsymbole im Satzfeld überhaupt nicht vorkommen. Ein Prädikatsymbol ist vielmehr blosses *Anzeichen* für das im Satzfeld vorkommende logische Attribut (vgl. Stenius, a.a.0. p. 133 ff.). Es ist dabei zu beachten, dass wir aus technischen Gründen ein Satzfeld nicht als Tatsache einführen können, sondern es als Modellwelt konstruieren müssen, d.h. also jene Modellwelt, deren zweites Glied genau die Tatsache enthält, die darzustellen das Satzfeld (Satzzeichen) intendiert war.[7] Durch Einbeziehung des Homomorphiefalles kann z.B. auch ein Satz von der Gestalt "*aRa*" als Bild rekonstruiert werden. Dies ist eine geringfügige Abweichung von der Darstellung in [4]. Während Stenius (a.a.0. p. 148) zwar eine nicht umkehrbar eindeutige Abbildung zulässt, verlangt er jedoch die vorherige Identifizierung verschiedener Objekte des Bildes, die für dasselbe Objekt im Orig-

6. Dass sich der Sachverhaltsbegriff bei Black nicht mit dem hier vorwendeten deckt, spielt dabei natürlich keine Rolle.

7. Gemeint ist natürlich die Tatsache, in der das Satzzeichen besteht, nicht dagegen jene, welche es aufgrund der Bedeutungsregeln beschreibt.

inal stehen, um von einem strukturgleichen Bild reden zu können. Diese Forderung, die zu Schwierigkeiten führt, wenn man das Satzfeld beschreiben will, stellen wir nicht auf. Analoge Schwierigkeiten würden entstehen, wenn man gleichartige Individuensymbole im Stazfeld zu Ähnlichkeitsklassen zusammenfassen und als ein und dasselbe Zeichen interpretieren wollte.[8] Dagegen wäre es prinzipiell möglich, analog wie im Fall komplexer Sätze auch semantisch elementare Sätze nur als *Bilder im indirekten Sinn* aufzufassen. Die Transformationsregel von Sätzen in Bilder würde dann als Bestandteil eine Identifizierungsregel für gleichgestaltige Individuenkonstanten zu enthalten haben.

Im Fall junktorenlogisch komplexer Aussagen erweist sich eine stärkere Abweichung von der Darstellung bei Stenius (a.a.O. p. 151) als erforderlich. Zunächst ist in präziser Weise zu formulieren, *wovon ein gegebener Satz eine Wahrheitsfunktion ist*; denn nach der Bildtheorie des *T* kann ein komplexer Satz im allgemeinen Fall nicht als eine Wahrheitsfunktion der in ihm vorkommenden Teilsätze aufgefasst werden. Ferner ist es *nicht generell möglich, einem solchen Satz eine Entität zuzuordnen, die er beschreibt.* Stenius spricht zwar auch in diesem Zusammenhang von einem "articulate field" (p. 151). Während aber dieser Ausdruck an den früheren Stellen das intuitive Korrelat zum Begriff der Modellwelt (oder im Grenzfall: des Sachverhaltes) darstellte, kann er an dieser Stelle nur mehr in einem rein bildlichen Sinn verstanden werden, da er sich im allgemeinen Fall auf ein System von *Alternativen* bezieht. Schliesslich muss danach getrachtet werden, *ein Maximum an Eindeutigkeit in den Transformationsregeln zu erzielen* und z.B. die Mehrdeutigkeit auszuschliessen, dass "aRb" und "$aRb \wedge \neg bRa$" in *dasselbe* Bild transformiert werden, da ja dem Glied "$\neg bRa$" im Bild nichts entsprechen darf.

Wir nennen eine endliche Konjunktion, bestehend aus Atomsätzen und Negationen von solchen, einen *K*-Satz. Es genügt, die zuletzt erwähnte Eindeutigkeitsforderung in bezug auf *K*-Sätz zu erfüllen. Dies geschieht durch die Festsetzung, dass die Bilder, in welche *K*-Sätze transformiert werden (kurz: K-Bilder)[9], *G*, als (±)-*vollständige Bilder* zu interpretieren sind, d.h. als Bilder, die vollständig sind sowohl in bezug auf das, was besteht, wie in bezug auf das, was nicht besteht. Bei der Anwendung der früher eingeführten formalen Begriffe ist diese Bedingung *automatisch* erfüllt, da die Bildfelder jener Bilder, in die ein *K*-Satz transformiert wird,

8. Man kann z.B. nicht sagen, dass in "*aRa*" das Satsfeld darin bestehe, dass *dasselbe* Zeichen "*a*" gleichzeitig links und rechts vom Zeichen "*R*" steht; denn eine derartige Aussage stellt einen logischen Widerspruch dar. Gegen die Einführung von Zeichen als Ähnlichkeitsklassen könnte ausserdem in dem Fall, dass der Satz über "konkrete" Individuen spricht, der zusätzliche Einwand erhoben werden, dass die Bedingung der kategorial gleichen Struktur von Bildfeld und Originalfeld verletzt zei, da den konkreten Individuen des Originals nichtkonkrete Dinge, nämlich Ähnlichkeits*klassen* von Individuen, im Bild entsprechen müssten. Der erste Einwand ist jedoch der entscheidende.

9. In der formalen Rekonstruktion werden *K*-Sätze natürlich nur in bestimmte Bild*felder* transformiert.

Modellwelten sein müssen und hinsichtlich solcher Modellwelten keine Unbestimmtheit zugelassen wird. Wenn also, um ein konkretes Beispiel zu wählen, ein K-Satz, der nur atomare Komponenten von der Gestalt "xRy" besitzt, in ein Bild transformiert wird, dessen Feld durch das Diagramm

$$a \rightarrow b$$

veranschaulicht werden kann (wobei die Pfeilrelation an die Stelle des R-Attributes tritt), so darf dieses Diagramm nicht als "Bildübersetzung" von "aRb", auch nicht von "$aRb \wedge \neg bRa$" etc. aufgefasst werden, sondern *nur* als Bildübersetzung von: "$aRb \wedge \neg bRa \wedge \neg aRa \wedge \neg bRb$".

Welches Bild aber drückt dann z.B. den Gehalt des Satzes "aRb" aus? Diese Frage ist erst beantwortet, wenn man weiss, wovon dieser Satz eine Wahrheitsfunktion ist. Allgemein lautet die Regel so: Man forme aus den Prädikat- und Individuensymbolen, die in einem Satz S vorkommen, sämtliche Atomsätze, die daraus in syntaktisch zulässiger Weise zu bilden sind. Der Satz S ist als eine Wahrheitsfunktion all dieser Atomsätze zu betrachten. Wir nennen diese Atomsatzklasse ein *vollständiges Komponentensystem* bezüglich S.

Den Begriff der ausgezeichneten disjunktiven Normalform setzen wir als bekannt voraus. Wird ein Satz S in die ausgezeichnete disjunktive Normalform S^* bezüglich des vollständigen Komponentensystems von S transformiert, so nennen wir diese *die vollständige und ausgezeichnete disjunktive Normalform von S*. Die vollständige und ausgezeichnete disjunktive Normalform von $aFb \supset bFa$ z.B. ist diejenige ausgezeichnete Normalform, die ausser den beiden in ihr vorkommenden Atomsatzkomponenten noch die beiden folgenden enthält: "aFa", "bFb". Insbesondere ist bei der Bildung einer solchen Normalform auch der obige Atomsatz "aRb" in die disjunktive Normalform bezüglich der vier Atomsätze zu transformieren, die mittels "a", "b" und "R" zu bilden sind. Jedes Disjunktionsglied D von S^* stellt dann eine *vollständige Wahrheitsmöglichkeit* von S in dem Sinne dar, dass das Bild, in welches D transformierbar ist, ein vollständiges Bild ist.

Bisher haben wir die früher erwähnte Komplikation ausser Betracht gelassen, dass der logische Raum durch Bedeutungspostulate eingeengt sein könnte. Es genügt, diesen Fall auf das System der Bilder zu übertragen. Dann ergeben sich insgesamt für die Anwendung der Bildtheorie auf eine beliebige junktorenlogisch komplexe Aussage S die folgenden Schritte:

(1) Bestimmung des vollständigen Komponentensystems von S, d.h. der Komponenten, als deren Wahrheitsfunktion S aufzufassen ist, nach der obigen Vorschrift;

(2) Bildung der vollständigen und ausgezeichneten disjunktiven Normalform S^* von S bezüglich dieses vollständigen Komponentensystems;

(3) Transformation jedes Gliedes von S^* in ein (vollständiges) Bild (d.h. genauer: ein Bildfeld);

(4) Elimination der durch (3) erzeugten Bilder, die gegen Dimensions-

postulate, interne Bedeutungspostulate und Zulässigkeitsregeln verstossen (d.h. also Beseitigung der zu $\mathfrak{L}(\mathfrak{R})-\mathfrak{S}(\mathfrak{R})$ gehörenden Bilder, falls $\mathfrak{R}$ die gemeinsame Relationsbasis dieser Bilder ist)[10];

(5) Auffassung des so gewonnenen Systems von Bildern als eines *Alternativsystems*; d.h. der deskriptive Gehalt des Satzes drückt aus, dass genau eines dieser Bilder wahr ist.

Wie Stenius ([4], p. 152) korrekt bemerkt, kann der in (5) formulierte Gedanke, dass es sich um ein *Alternativsystem* handle, nicht mehr in einem Bild ausgedrückt werden.

Anmerkung 5.1. Die im Vorangehenden benützte Deutung der Bildtheorie durch Stenius ist verschiedentlich für falsch erklärt worden. Streng genommen ist eine solche Kritik sinnlos, da eine Rekonstruktion nicht nach Wahrheit, sondern nur nach grösserer oder geringerer Adäquatheit beurteilt werden kann. Eine adäquatere Deutung hätte im vorliegenden Fall darin zu bestehen, dass bei mindestens gleicher Klarheit eine grössere Nähe zum Originaltext erzielt würde. Es kann aber keine Rede davon sein, dass bisher eine andersartige Interpretation, welche diese Bedingung erfüllt, gefunden worden wäre. Die Bemerkungen von D.S. Shwayders Kritik an Stenius z.B. bestehen in einer Ansammlung von sehr undeutlichen Sätzen, die ihrerseits erst expliziert werden müssten (*Mind* 72, 1963, p. 275-288). Ähnlich vage sind die Formulierungen bei J. Griffin (*"Wittgenstein's logical atomism"* Oxford 1964) und D. Favrholdt ([2]). Die Kritik von I. Copi (*Philos. Review* 72, 1963, p. 382-390) mag ein historisches Faktum treffen, dass nämlich Wittgenstein unter "Objekten" oder "Dingen" nur Individuen verstand. Diese Kritik läuft aber auf ein rein terminologisches Problem hinaus; denn einer Substanz als der Gesamtheit aller so interpretierten (atomaren) Dinge müsste dann zwingend ein anderer Begriff an die Seite gestellt werden, der auch Attribute mitumfasst. Die von manchen Autoren diskutierte Frage, ob Wittgenstein einstellige Attribute ausschliessen wollte, bleibt für eine Rekonstruktion ohne Relevanz, bei welcher der metaphysische Atomismus und Absolutismus des *T* preisgegeben wird.

NOTES

[1] Black, Max, *"A companion to Wittengenstein's Tractatus."* Cambridge, Mass. 1964.

[2] Favrholdt, David, *"An Interpretation and Critique of Wittgenstein's Tractatus."* Copenhagen, 1964.

[3] Pitcher, George, *"The Philosophy of Wittgenstein."* London, 1964.

[4] Stenius, Erik, *"Wittgenstein's Tractatus."* Oxford, 1960.

[5] Wittgenstein, Ludwig, *"Tractatus Logico-Philosophicus,"* London, 1922.

Universität München
München, Germany

10. Man überlegt sich leicht, dass die Relationsbasis für alle Bilder, die einem Satz in der geschilderten Weise zuzuordnen sind, dieselbe sein muss.