Notre Dame Journal of Formal Logic
Volume XI, Number 1, January 1970

ZUR FRAGE DER EXISTENZVORAUSSETZUNGEN IN DER LOGIK

I. DAPUNT

Jeder, der etwas behauptet, macht bestimmte Voraussetzungen. Das lässt sich leicht zeigen, wenn man—zwar etwas grob, aber für diese einleitenden Bemerkungen mag es genügen—festlegt, dass man unter einer "Voraussetzung" eine unbewiesene Behauptung verstehen will. Dann gibt es nämlich bei einer jeden Behauptung zwei Möglichkeiten: Entweder versucht man gar nicht, die aufgestellte Behauptung zu beweisen, dann ist diese Behauptung selbst eine Voraussetzung; oder aber man beweist sie, dann muss man sich dabei auf andere Aussagen (als Prämissen des Beweises) stützen, welche selbst zwar wieder bewiesen werden können, aber einmal muss man—schon auf Grund der bloss endlichen uns zur Verfügung stehenden Zeit—damit aufhören und setzt somit eine unbewiesene Aussage voraus, macht also eine Voraussetzung.

Ähnlich kann man zeigen, dass auch jede Wissenschaft zwangsläufig gewisse Voraussetzungen macht, denn jede Wissenschaft ist ja, wenn wir von allen näheren Bestimmungen einmal absehen, doch ein System von Aussagen oder Behauptungen, und in einem solchen System kann gar nicht jede Aussage bewiesen werden, weil ja unendliche Beweisketten als unmöglich und zirkuläre Beweise als unbrauchbar auszuschliessen sind; in jedem solchen System muss es daher zumindest eine Aussage geben, die innerhalb des betreffenden Systems unbewiesen bleibt und daher relative zu diesem System eine Voraussetzung darstellt.

Der Wissenschaftler bemüht sich für gewöhnlich, diese Voraussetzungen sowohl ihrer Anzahl als auch ihrem Gehalt nach möglichst auf ein Minimum zu reduzieren. Es ist nun aber im Laufe der Entwicklung der Wissenschaften, wie man an Hand zahlreicher Beispiele aus der Wissenschaftsgeschichte nachweisen kann, immer wieder vorgekommen, dass—oft sogar recht handgreifliche—Voraussetzungen gemacht werden, ohne dass es die betreffenden Wissenschaftler selbst merken, oder dass diese Voraussetzungen, wenn sie von den Wissenschaftlern als Voraussetzungen überhaupt erkannt und explizit als solche deklariert werden, für ganz selbstverständlich und unausweichlich hingenommen werden, obwohl sie, wie sich dann oft erst später herausstellt, gar nicht so selbstverständlich sind, ja dass die

Received January 19, 1969

betreffende Wissenschaft vielleicht ohne weiteres auch ohne diese scheinbar so selbstverständliche Voraussetzung auskommen kann. Denken wir nur etwa an das Beispiel der nichteuklidischen Geometrie. Noch weit schwerer wiegen natürlich jene Fälle, in denen sich eine althergebrachte Voraussetzung einer Wissenschaft überhaupt als unhaltbar erweist; als ein Beispiel unter vielen sei nur etwa die Annahme des Äthers in der Physik erwähnt.

Ich möchte nun hier kurz zeigen, wie es sich in dieser Hinsicht mit bestimmten Voraussetzungen der Logik verhält, die man vielfach unter dem gemeinsamen Namen "Existenzvoraussetzung" zusammenfasst; es soll damit aufgewiesen werden, wie bestimmte Voraussetzungen, die früheren Logikern noch ganz selbstverständlich erschienen, nach und nach aufgegeben oder doch zumindest abgeschwächt wurden und wie an ihre Stelle jeweils "schwächere" Voraussetzungen traten.

Beginnen wir mit der Aristotelischen Logik: Wenn wir die axiomatisierte Darstellung der Aristotelischen Syllogistik von Jan Łukasiewicz heranziehen, begegnen wir hier einem interessanten Axiom; es lautet "*Einige F sind F*"[1]. Die Aussageform "*Einige F sind F*" ist in der Aristotelischen Logik somit allgemeingültig oder "immer wahr". Was aber bedeutet die Allgemeingültigkeit von "*Einige F sind F*"? Nichts anderes, als dass nur nicht-leere Klassen (nicht aber die leere Klasse oder Nullklasse) als Werte der Prädikatvariablen "*F*", "*G*",... in Frage kommen; wäre nämlich "**P**" eine Bezeichnung der leeren Klasse oder Nullklasse und wäre für "*F*" die Einsetzung eines solchen Namens der leeren Klasse zulässig, so könnte man aus "*Einige F sind F*" die Aussage "*Einige* **P** *sind* **P**" bilden, welche offensichtlich falsch wäre, weswegen "*Einige F sind F*" nicht allgemeingültig sein könnte. Nennen wir sprachliche Ausdrücke (oder genauer: Prädikate), welche die Nullklasse bezeichnen, also Prädikate, deren Extension die leere Klasse ist, "leere Prädikate", so können wir die Aristotelische Existenzvoraussetzung auch so charakterisieren: Die Aristotelische Logik berücksichtigt nur Prädikate, die nicht leer sind; nur solche nicht-leere Prädikate dürfen in der Aristotelischen Logik für die Prädikatvariablen "*F*", "*G*",... eingesetzt werden.

Auf Grund dieser Aristotelischen Existenzvoraussetzung (wenn auch nicht deswegen allein) ist in der Aristotelischen Logik der Schluss von "*Alle F sind G*" auf "*Einige F sind G*" gültig[2] und—was gleichbedeutend damit ist—die Aussageform "*Wenn*: *Alle F sind G*, *dann*: *Einige F sind G*" allgemeingültig. Man könnte nun aber auch ein logisches System ausarbeiten, in dem zwar jene Schlussregel gilt, welche den Übergang von "*Alle F sind G*" auf "*Einige F sind G*" gestattet, in dem also "*Wenn*: *Alle F sind G*, *dann*: *Einige F sind G*" allgemeingültig ist, nicht aber "*Einige F sind F*". Ein System dieser Art haben wir in der Logik Bernard Bolzanos vor uns. Nach Bolzano gibt es nämlich auch gegenstandlose Vorstellungen an sich[3], die wir hier als Korrelat der leeren Klasse auffassen können, mit der sie—bei allen sonstigen Unterschieden—zumindest in dem für uns hier relevanten Punkt übereinstimmen. Wird nun in "*Einige F sind F*" für "*F*" der sprachliche Ausdruck einer solchen gegenstandlosen Vorstellung an sich eingesetzt (und dies ist in der Logik Bolzanos durchaus erlaubt), so entsteht daraus eine falsche Aussage. In der Logik Bolzanos ist also "*Einige F sind F*" nicht allgemeingültig, weil hier im Gegensatz zur Aristotelischen Logik für die Prädikatvariablen "*F*", "*G*",... auch leere Prädikate einsetzbar sind. Trotzdem ist aber in Bolzanos Logik ebenso wie in der Aristotelischen der Schluss von "*Alle F sind G*" auf "*Einige F sind G*" gültig, die Aussageform "*Wenn: Alle F sind G, dann: Einige F sind G*" somit allgemeingültig, und zwar deshalb, weil Bolzano von jedem Satz an sich, wenn er wahr sein soll, verlangt, dass seine Subjektvorstellung nicht gegenstandlos bzw. leer sein darf, sondern gegenständlich (d. i. nicht-gegenstandlos bzw. nicht-leer) sein muss[4]; demnach kann eine Aussage der Form "*Alle F sind G*" nur dann wahr sein, wenn an Stelle von "*F*" der sprachliche Ausdruck einer gegenständlichen Vorstellung an sich und somit ein nicht-leeres Prädikat steht, wenn es daher mindestens ein *F* gibt, welches dann selbstverständlich auch ein *G* sein muss, weil ja—laut Voraussetzung—jedes *F* ein *G* ist. Immer dann, wenn eine Aussage von der Form "*Alle F sind G*" wahr ist, muss daher auch die entsprechende Aussage "*Einige F sind G*" wahr sein.

In den meisten modernen logischen Systemen ist aber "*Wenn: Alle F sind G, dann: Einige F sind G*" nicht allgemeingültig und infolgedessen der Schluss von "*Alle F sind G*" auf "*Einige F sind G*" nicht erlaubt, und zwar aus folgendem Grund: Allaussagen von der Form "*Alle F sind G*" besagen nach der heute üblichen Interpretation nichts anderes als "*Für jedes Ding x gilt: Wenn x ein F ist, dann ist x ein G*", symbolisch "$(x)(Fx \supset Gx)$". Der Junktor "$\supset$" wird dabei aber mittels Wahrheitstafel so definiert, dass eine Aussage dieser Art immer dann, wenn es kein *F* gibt (und *x* daher auch nicht ein *F* sein kann), wahr sein muss. Aus "*Alle F sind G*" könnte man demnach durch geeignete Einsetzung eine wahre Aussage bilden, ohne dass gleichzeitig bei derselben Substitution auch aus "*Einige F sind G*" eine wahre Aussage entsteht, denn "*Einige F sind G*" heisst ja soviel wie "*Es gibt mindestens ein Ding x, so dass gilt: x ist ein F und x ist ein G*"—symbolisch: "$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$"—und kann daher nur dann wahr sein, wenn es mindestens ein *F* gibt. In diesen Systemen der modernen Logik hat man also Bolzanos Existenzvoraussetzung aufgegeben. Ebenso hat man aber auch die Aristotelische Existenzvoraussetzung fallengelassen: "*Einige F sind F*" muss nämlich bei der heute in der Logik üblichen Ausdrucksweise übersetzt werden in "*Es gibt mindestens ein Ding x, so dass gilt: x ist ein F*", was in der Symbolsprache "$(\exists x)Fx$" geschrieben wird; wenn man nun aber hier für das "*F*" eine Bezeichnung der Nullklasse, also ein leeres Prädikat einsetzt (und das ist in der modernen Logik keineswegs verboton!), erhält man daraus eine falsche Aussage.

Immerhin enthält aber doch auch etwa das von Whitehead-Russell in den "Principia Mathematica" aufgestellte logische System sowie die damit (zumindest in dem Punkt, um den es mir hier geht) übereinstimmenden logischen Systeme (und dies trifft für fast alle Systeme der modernen Logik zu) eine Existenzvoraussetzung bestimmter Art, die allerdings schwächer ist als die Aristotelische und auch schwächer als die Bolzanosche

Existenzvoraussetzung. In diesen Systemen gibt es nämlich zwei Schlussregeln, die für uns hier bedeutsam sind: Die eine dieser beiden Regeln (die sogenannte "universal instantiation") besagt, dass man von "$(x)\phi x$" auf "$\phi\mathbf{a}$" schliessen darf, die andere (die sogenannte "existential generalization") gestattet den Übergang von "$\phi\mathbf{a}$" auf "$(\exists x)\phi x$"[5]. Auf Grund dieser beiden Schlussregeln ist aber auch der Schluss von "$(x)\phi x$" auf "$(\exists x)\phi x$" gültig, da ja die Relation der logischen Folge transitiv ist. Demzufolge kann man von einer beliebigen Allaussage jeweils auf die dazugehörige Existenzaussage schliessen, d. h. man kann von einem Ausdruck, der aus einem Alloperator und nachfolgendem Operanden besteht, jederzeit zu jenem Ausdruck übergehen, der aus dem entsprechenden Existenzoperator und demselben Operanden zusammengesetzt ist. Die Gültigkeit dieser Schlussschemata bzw. Schlussregeln setzt aber voraus (und diese Voraussetzung möchte ich die "Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung" nennen), dass es zu jedem Eigennamen mindestens ein Ding x gibt, welches dieser Eigenname bezeichnet; leere Eigennamen ("leer" nenne ich einen Eigennamen genau dann, wenn es kein Individuum gibt, das durch ihn bezeichnet wird) scheinen in solchen Systemen nicht auf bzw. werden in solchen Systemen nicht berücksichtigt[6]. Dies ergibt sich aus den oben beschriebenen Schlussregeln: Statt des "$\mathbf{a}$" in "$\phi\mathbf{a}$" kann hier nämlich auch eine beliebige andere Individuenkonstante stehen; eine Individuenkonstante ist jedoch nichts anderes als die Repräsentation, also die symbolsprachliche Abkürzung eines Eigennamens. Enthielte ein logisches System auch nur einen einzigen Eigennamen bzw. dessen symbolsprachliche Repräsentation (d. i. eine Individuenkonstante), der bzw. die nichts bezeichnet, so wäre der Schluss von "$(x)\phi x$" über "$\phi\mathbf{a}$" auf "$(\exists x)\phi x$" in diesem System nicht gültig, denn aus "$(x)\phi x$" könnte in diesem Fall unter Umständen (d. h. bei geeigneter Einsetzung für "ϕ") eine wahre und aus "$(\exists x)\phi x$" gleichzeitig (d. h. bei derselben Einsetzung für "ϕ") eine falsche Aussage entstehen.

Ich habe gezeigt, dass die Gültigkeit des Schlusses von "$(x)\phi x$" auf "$(\exists x)\phi x$" bereits die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung beinhaltet. Die Gültigkeit dieses Schlusses beruht aber auf den beiden erwähnten Schlussregeln, der "universal instantiation" und der "existential generalization". In welcher dieser beiden Schlussregeln steckt nun aber die genannte Voraussetzung? Zur Beantwortung dieser Frage muss zunächst eine Vorfrage geklärt werden: Kann eine Aussage von der Form "$\phi\mathbf{a}$" nur dann wahr sein, wenn "$\mathbf{a}$" etwas bezeichnet, wenn es also mindestens ein Ding x gibt, so dass gilt: $x = \mathbf{a}$, oder könnte eine solche Aussage unter Umständen auch dann wahr sein, wenn "$\mathbf{a}$" leer ist, wenn es also nichts gibt, was durch "$\mathbf{a}$" bezeichnet wird? Wir stehen hier vor der Alternative: (1) Eine notwendige Bedingung für die Wahrheit einer Aussage von der Form "$\phi\mathbf{a}$" liegt in der Wahrheit von "$(\exists x)(x = \mathbf{a})$", "$\phi\mathbf{a}$" kann also nur dann wahr sein, wenn auch die Aussage "$(\exists x)(x = \mathbf{a})$" wahr ist; (2) es ist möglich, dass "$\phi\mathbf{a}$" wahr ist, obwohl "$(\exists x)(x = \mathbf{a})$" falsch ist. Wenn sich auch der Grossteil der Logiker für die eine Antwort entscheiden wird, möchte ich die Lösung dieser Frage hier gar nicht vorwegnehmen, sondern nur aufzeigen, was sich aus jeder der beiden Antworten für sich ergibt: Bei Annahme (1) steckt die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung in der "universal instantiation", bei Annahme (2) aber ist die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung in der "existential generalization" enthalten. Unabhängig von der Entscheidung dieser Zusatzfrage kann man aber (wie es oben bereits geschehen ist) festhalten, dass die Gültigkeit des Schlusses von "$(x)\phi x$" auf "$(\exists x)\phi x$" auf jeden Fall die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung in sich einschliesst.

Die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung ist nun aber gar nicht so selbstverständlich, wie man vielleicht auf den ersten Blick hin annehmen könnte. Betrachten wir nämlich eine natürliche Sprache, so stossen wir immer wieder auf Ausdrücke, die wir bei unvoreingenommener Beurteilung sicherlich als Eigennamen klassifizieren werden, obwohl sie leer sind oder obwohl wir vielleicht gar nicht wissen, ob sie leer sind oder nicht. Die Nicht-Leerheit eines sprachlichen Ausdrucks ist also offensichtlich keine notwendige Bedingung dafür, dass er ein Eigenname ist, es hat vielmehr den Anschein, dass die Eigenschaft eines sprachlichen Ausdrucks, ein Eigenname zu sein, von seiner Leerheit oder Nicht-Leerheit unabhängig ist. Die scheinbar so selbstverständliche Voraussetzung, dass ein Eigenname nicht leer sein kann, ist also gar nicht so "natürlich", denn sie stimmt nicht mit den Gegebenheiten einer natürlichen Sprache überein. Man könnte dieses Problem nun einfach definitorisch "lösen", indem man (in der Definition des Terminus "Eigenname" bzw. "Individuenkonstante") festsetzt, dass es zu jedem Eigennamen bzw. zu jeder Individuenkonstanten etwas (genauer: mindestens ein Ding x) geben muss, welches er bzw. sie bezeichnet, so dass ein Eigenname bzw. eine Individuenkonstante per definitionem nicht leer sein kann. Dieser Weg wird in der Tat vielfach *beschritten*[7], *doch zieht eine solche "künstliche Lösung" die etwas un*angenehme Folge nach sich, dass wir ein logisches System, das sich dieser "Lösung" bedient, nicht mehr ohne weiteres auf eine natürliche Sprache anwenden können und nicht mehr ohne weiteres Übersetzungen aus der natürlichen Sprache in die Symbolsprache und umgekehrt vornehmen dürfen, sondern vorher jeweils bei den Eigennamen die Erfüllung der genannten definitorischen Bedingung überprüfen müssen.

Um dieser zweifellos etwas unangenehmen Konsequenz zu entgehen, wurde—etwa von Jaakko Hintikka[8]—der Versuch unternommen, die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung fallenzulassen und ein logisches System ohne diese Voraussetzung auszuarbeiten. In einem solchen System sind auch leere Eigennamen bzw. leere Individuenkonstanten zulässig, weshalb jene Schlussregeln, die (wie oben dargelegt wurde) in diesem Zusammenhang eine wichtige Rolle spielen, modifiziert werden müssen, weil sie ja in diesem Fall in der oben beschriebenen Form nicht mehr gültig sind. Ob man aber die "universal instantiation" oder die "existential generalization" abändert, hängt von der Entscheidung der erwähnten Vorfrage ab, also von der Entscheidung darüber, ob die Wahrheit von "$\phi \mathbf{a}$" die Wahrheit von "$(\exists x)(x = \mathbf{a})$" voraussetzt (1) oder nicht (2). Im Falle (1) muss die "universal instantiation" abgeändert werden, und zwar auf folgende Weise:

Statt

$$\begin{array}{|l} (x)\phi x \\ \hline \phi \mathsf{a} \end{array} \qquad\qquad \mathbf{UI}_1$$

hat diese Schlussregel nun, soll sie weiterhin gültig sein, zu lauten:

$$\begin{array}{|l} (x)\phi x \\ (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline \phi \mathsf{a} \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{|l} (x)\phi x \,.\, (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline \phi \mathsf{a} \end{array} \qquad\qquad \mathbf{UI}_2$$

Im Falle (2) aber muss die "existential generalization" modifiziert werden, und zwar wie folgt:
Statt

$$\begin{array}{|l} \phi \mathsf{a} \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array} \qquad\qquad \mathbf{EG}_1$$

hat diese Schlussregel nun, soll sie ihre Gültigkeit beibehalten, folgendes Aussehen:

$$\begin{array}{|l} \phi \mathsf{a} \\ (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{|l} \phi \mathsf{a} \,.\, (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array} \qquad\qquad \mathbf{EG}_2$$

In einem logischen System ohne die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung muss also entweder $\mathbf{UI}_2$ an die Stelle von $\mathbf{UI}_1$ treten oder aber $\mathbf{EG}_1$ durch $\mathbf{EG}_2$ ersetzt werden. In beiden Fällen aber hat selbstverständlich auch der Schluss von "$(x)\phi x$" auf "$(\exists x)\phi x$" in dieser ursprünglichen Form keine Gültigkeit mehr, sondern es muss, soll er seine Gültigkeit bewahren bzw. zurückerlangen, "$(\exists x)(x = \mathsf{a})$" als Prämisse hinzugefügt werden:

$$\begin{array}{|l} (x)\phi x \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array}$$

ist also zu ersetzen durch

$$\begin{array}{|l} (x)\phi x \\ (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{|l} (x)\phi x \,.\, (\exists x)(x = \mathsf{a}) \\ \hline (\exists x)\phi x \end{array}$$

Ein logisches System dieser Art, in welchem die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung nicht gilt, hat einem Whitehead-Russellschen System gegenüber den Nachteil, dass gewisse elementare Schlussregeln etwas komplizierter gefasst werden müssen, als es sonst üblich ist. Auf der anderen Seite jedoch besitzt ein solches System gegenüber einem Whitehead-Russellschen System den Vorzug einer gewissen "Natürlichkeit", weil hier auch leere Eigennamen berücksichtigt werden, insofern die in einem solchen System vorkommenden Individuenkonstanten auch leere Eigennamen repräsentieren und daher selbst leer sein können; dadurch wird die in der Whitehead-Russellschen Existenzvoraussetzung verborgene unangenehme Konsequenz, von der ich oben gesprochen habe, vermieden.

So sehen wir hier am Beispiel der Existenzvoraussetzungen in der Logik, dass mit dem Fortschritt einer Wissenschaft auch eine zunehmende Abschwächung oder gar die Aufhebung gewisser Voraussetzungen, die in dieser Wissenschaft gemacht wurden, einhergeht: Die Bolzanosche Existenzvoraussetzung ist schwächer als die Aristotelische, die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung ist schwächer als die Bolzanosche[9], und in neueren, noch in Diskussion und teilweise erst in Ausarbeitung befindlichen Versuchen wird sogar auch noch die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung aufgegeben.

ANMERKUNGEN

1. Jan Łukasiewicz, *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, 2. Aufl. Oxford 1957, S. 88; in der Symbolik von Łukasiewicz wird dieses Axiom "*Iaa*" geschrieben, wobei "*I*" als Abkürzung für "*Einige . . . sind . . .*" und "*a*" als Termbzw. Prädikatvariable fungiert.

2. In der traditionellen Logik ist bekanntlich der Schluss von einer universellen Aussage auf die entsprechende partikuläre Aussage gestattet; dadurch wird ja in der Aristotelischen Syllogistik die Gültigkeit der modi obliqui gewährleistet. Ich habe hier einen Sonderfall davon herausgegriffen, nämlich den Schluss von einem *A*-Satz (d. i. eine universell affirmative Aussage) auf den dazugehörigen *I*-Satz (d. i. eine partikulär affirmative Aussage).

3. Bernard Bolzano, *Wissenschaftslehre*, Sulzbach (1837), Bd. I, S. 304 ff.

4. Bernard Bolzano, *Wissenschaftslehre*, Sulzbach (1837), Bd. II, S. 328 ff.

5. Ich habe die Beschreibung dieser Schlussregeln hier etwas vereinfacht, um mir die Einführung gewisser Metavariablen, die bei einer genaueren Darstellung vonnöten wären, zu ersparen. Selbstverständlich könnte hier statt der Individuenvariablen "x" jeweils auch eine beliebige andere Individuenvariable verwendet werden, und an die Stelle von "**a**" könnte eine andere Individuenkonstante oder aber auch (mit gewissen Einschränkungen) eine freie Individuenvariable treten. Für eine präzisere Darstellung (eine solche ist für den vorliegenden Zweck nicht erforderlich) vergleiche man die einschlägigen Stellen in den bekannten Lehrbüchern der Logik, etwa bei Irving Copi: *Symbolic logic*, 2. Aufl., New York-London (1965).

6. Ausserdem kommt in einem Whitehead-Russellschen System der Logik noch die Voraussetzung (von der ich im Text der Einfachheit halber absehe, um die Darstellung nicht noch mehr zu komplizieren) hinzu, dass es mindestens einen solchen (laut Voraussetzung nicht-leeren) Eigennamen bzw. eine solche (nicht-leere) Individuenkonstante gibt, denn andernfalls könnte man ja nicht von "$(x)\phi x$" über "ϕ **a**" (worin eine solche Individuenkonstante erforderlich ist) auf "$(\exists x)\phi x$" schliessen. Weil aber in einem Whitehead-Russellschen System mindestens eine solche nicht-leere Individuenkonstante (bzw. der durch sie repräsentierte, nicht-leere Eigenname) vorkommen muss, kann der in einem derartigen Whitehead-Russellschen System der Logik zugrunde gelegte Individuenbereich nicht leer sein; dies drücken Whitehead und Russell selbst aus, wenn sie schreiben: "In virtue of '$\vdash:(x)\cdot\phi x\cdot\supset\cdot\phi y$' and '$\vdash:\phi y\cdot\supset\cdot(\exists x)\cdot\phi x$,' we have '$\vdash:(x)\cdot\phi x\cdot\supset\cdot(\exists x)\cdot\phi x$,' i.e. 'what is always true is sometimes true.' This would not be the case if

nothing existed, thus our assumptions contain the assumption that there is something. This is involved in the principle that what holds of all, holds of any; for this would not be true if there were no 'any.' '' (*Principia Mathematica*, vol. I, 2. Aufl. Cambridge (1950), S. 20).

7. In allen jenen logischen Systemen, welche die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung enthalten, wird dieses Problem auf diese oder eine ähnliche Art und Weise ''künstlich gelöst''.

8. Vgl. dazu vor allem den Aufsatz von Jaakko Hintikka: *Studies in the logic of existence and necessity* (erscheint demnächst im Druck).

9. Etwas genauer müsste dies so formuliert werden: Die Bolzanosche Existenzvoraussetzung ist in der Aristotelischen Logik, nicht aber umgekehrt die Aristotelische Existenzvoraussetzung in der Logik Bolzanos enthalten; die Whitehead-Russellsche Existenzvoraussetzung ist in der Logik Bolzanos enthalten, aber umgekehrt gilt die Bolzanosche Existenzvoraussetzung nicht in einem Whitehead-Russellschen System der modernen Logik.

Bludenz, Austria