Notre Dame Journal of Formal Logic
Volume XVI, Number 1, January 1975
NDJFAM

ERWEITERTE DEONTISCHE LOGIK (EDL)

EIN VERSUCH UM WEITERE FORMALE AUSBILDUNG DER DEONTISCHEN MODALLOGIK

BOHUSLAV T. PEKLO

Die bisher bekannte deontische Logik[1] benützte nur etliche deontische Konstanten (G. H. von Wright), z.B. die Konstante der Pflicht ($\mathbf{O}$ . . . bei von Wright), der Genehmigung ($\mathbf{P}$ . . . ibidem) und des Verbotes ($\mathbf{F} \ldots \equiv \sim \mathbf{P} \ldots \equiv \mathbf{O} \sim \ldots$). Dies könnte aber kaum für die logische Abbildung der sogenannten normativen Wissenschaften, z.B. der Rechtswissenschaft, der Moral, der Ökonomie udgl. genügen, da die Theorien dieser und ähnlicher Wissenschaften mehr differenzierte deontische Strukturen voraussetzen.[2] Wenn also diese deontische Logik diesen Wissenschaften adäquat dienen soll, muss sie den passenden Modifizierungen unterzogen werden. Diese Modifizierung greift aber sehr tief in die logische Struktur dieser Logik.

1 In erster Reihe können wir kaum mit einem einzigen logischen Werte der Wahrheit (Unwahrheit) auskommen. Es müssen noch andere solche Werte berücksichtigt werden, da die deontischen Modalstrukturen nur in sehr beschränkter Weise für wahr (unwahr) gehalten werden können.[3] Es sind in erster Reihe die konstanten logischen Werte der Gültigkeit (Ungültigkeit) und der Erfüllung (Nichterfüllung) bei der Hand. Mit den beiderseitigen Beziehungen dieser logischen Werte haben wir uns schon anderswo[4] in ausführlicher Weise beschäftigt.

Da die Wahrheit auch als gültig oder als erfüllt gilt, dann gelten alle Tautologien der Wahrheit für die Sphäre der Gültigkeit oder der Erfüllung. Da aber, was gilt oder erfüllt ist, nicht immer wahr sein muss, so müssen auch nicht alle Tautologien der Erfüllung und der Gültigkeit für die Sphäre der Wahrheit gelten.

2 Die deontischen Werte der normativen oder der normativ gefärbten Sätze, wie die Gebote, die Verbote, die Genehmigungen, die Wünsche, die Ratschläge, udgl.[5] müssen keineswegs die logische Sphäre berühren. Wer bloss befiehlt, will nichts erkennen. Sie treten in ihrer Buntheit in die kognitive und dadurch in die logische Sphäre erst in Verbindung mit einer

Received February 4, 1971

der erwähnten logischen Werte ein. Diese deontischen Werte sind eine Klasse von Konstanten, bezeichnen wir dieselbe mit $\mathsf{D}(x)$, wo x = die Namensveränderliche oder die Klasse derselben $(x_1, \ldots, x_n)$ ist. In dieser Form bilden sie eine Klasse von Funktionen und gehören dadurch in die Sphäre der prädikativ-funktionalen Logik wenigstens erster Stufe. Deshalb muss man derer Entscheidbarkeit von derselben der Aussagenlogik unterscheiden.[6] Diese Funktionenklasse kann sonach in *zweierlei* logischer Struktur erscheinen: Entweder handelt es sich um die existierenden deontischen Werte, und dann geht's um die reine Prädikatenlogik, wo die Prädikaten (Funktoren) als Eigenschaften oder Beziehungen auftreten. Oder geht's um die Gültigkeit (die logische Erfüllung) dieser Werte ohne Rücksicht, ob es sich um die Gültigkeit dieser Funktionen als wahren (= existierenden) Funktionen oder um nur blosse (erkennende) Gültigkeit derselben handelt. Wir unterscheiden deshalb symbolisch: $\mathsf{TD}(x)$ = die wahren (= existierenden) deontischen Werte, $\mathsf{VTD}(x)$ = die gültig wahren (= existierenden) deontischen Werte, und $\mathsf{VD}(x)$ = die gültigen deontischen Werte. Die Beziehungen dieser Funktionenklassen sind[7] folgenderweise darstellbar:

1 $\quad \mathsf{TD}(x) \supset \mathsf{VTD}(x)$,
2 $\quad \mathsf{VTD}(x) \supset \mathsf{TD}(x)$,

und daher:

3 $\quad \mathsf{VTD}(x) \equiv \mathsf{TD}(x)$,
4 $\quad \mathsf{VD}(x) \not\equiv (\mathsf{TD}(x) \vee \mathsf{VTD}(x))$.

3 Die Klasse der deontischen Funktionen $\mathsf{D}(x)$ kann als die Klasse der Funktionen $\{\mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x)\}$ ausgedrückt werden:

5 $\quad \mathsf{D}(x) \equiv \{\mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x)\}$.

Diese Klasse $\{\mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x)\}$ ist unendlich abzählbar:

6 $\quad \{\mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x)\} \equiv \{\mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x), \ldots, \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)\}$,

wo die Beziehungen der einzelnen ihren Gliedern verschiedenerweise geordnet werden können. Eine übliche solche Beziehung (bei den deontischen Werten) pflegt die Ungleichheitsrelation sein:

7 $\quad \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x) < \ldots < \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)$,

welche als die Inklusion derselben:

8 $\quad \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x) \subset \ldots \subset \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)$

festellbar ist. Sonach kann im Sinne der Empfindlichkeit der Inferenz gegenüber der Inklusion[8] oder auf Grund der Carnap'schen logischen Implikation[9] folgende Implikation:

9 $\quad \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x) \supset (\ldots \supset (\mathsf{F}_{\mathsf{D}_2}(x) \supset \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x))) \ldots$

anerkannt werden. Zu demselben Resultat 9 können wir auf Grund der Konsistenz der Glieder dieser Klasse:

$$10 \quad \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x) \;.\;.\;.\;.\;.\; \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)$$

gelangen:

$$11 \quad (\mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x) \;.\;.\;.\;.\;.\; \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)) \supset (\mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x) \supset (\ldots \supset (\mathsf{F}_{\mathsf{D}_2}(x) \supset \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x))).)$$

4 Die Verschiedenheit der konstanten Funktoren $\mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}$ . . . dieser Klasse kann zur weiteren Formalisierung führen, den diese abzählbar unendliche Verschiedenheit durch eine Funktorenveränderliche ausgedrückt werden kann oder sogar ausgedrückt werden muss. Sonach muss der Funktor $\mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}$ . . . durch die Funktorialveränderliche F_d . . . ersetzt werden. Aber diese Formalisierung der erwähnten Funktionenklasse führt direkt in die Sphäre der Prädikatenlogik wenigstens zweiter Stufe, da die Quantifizierbarkeit dieser Funktorenveränderlichen nicht ausgeschlossen werden kann.

Diese Quantifikation muss aber dieser Verschiedenheit der kognitiven Fassung von deontischen Funktionen folgen. Bei den TF_d . . .-Funktoren (wo F_d . . . die Funktorialveränderliche für eine Eigenschaft oder Beziehung zwischen den Argumenten x bedeutet) wird diese Quantifikation folgende Formen annehmen können:

$$\left.\begin{array}{ll} 12 & (\mathsf{F}_d)(x)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 13 & (x)(\mathsf{F}_d)\ \mathsf{F}_d(x) \end{array}\right\} \text{allgemeine Quantifikation,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 14 & (\exists \mathsf{F}_d)(\exists x)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 15 & (\exists x)(\exists \mathsf{F}_{\mathsf{D}})\ \mathsf{F}_d(x) \end{array}\right\} \text{teilweise (existierende) Quantifikation,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 16 & (\exists \mathsf{F}_d)(x)\ \mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x) \\ 17 & (x)(\exists \mathsf{F}_{\mathsf{D}})\ \mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x) \\ 18 & (\mathsf{F}_{\mathsf{D}})(\exists x)\ \mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x) \\ 19 & (\exists x)(\mathsf{F}_d)\ \mathsf{F}_{\mathsf{D}}(x) \end{array}\right\} \text{gemischte Quantifikation.}$$

Demgegenüber müsste die Quantifikation der VF_d . . .-Funktoren eine abweichende Form bekommen, wo (F_{d_a}) . . . eine allgemeine Quantifikation und (F_{d_i}) . . . eine teilweise (aber kaum existentielle) Quantifikation bezeichnen:

$$\left.\begin{array}{ll} 20 & (\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 21 & (x_a)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x) \end{array}\right\} \text{allgemeine Quantifikation,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 22 & (\mathsf{F}_{d_i})(x_i)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 23 & (x_i)(\mathsf{F}_{d_i})\ \mathsf{F}_d(x) \end{array}\right\} \text{teilweise (aber kaum existentielle) Quantifikation,}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 24 & (\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 25 & (x_a)(\mathsf{F}_{d_i})\ \mathsf{F}_d(x) \\ 26 & (\mathsf{F}_{d_a})(x_i)\ \mathsf{F}_d(x) \\ 27 & (x_i)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x) \end{array}\right\} \text{gemischte Quantifikation.}$$

(F_{d_a})—Quantifikation kann man lesen (im Ganzen analog mit der (F_d)—Quantifikation der TF_d . . .—Strukturen) wie folgt: "für alle deontischen Funktoren F_d . . .", wogegen die Quantifikation (F_{d_i}) . . . von derselben $(\exists \mathsf{F}_d)$ . . . verschieden ist: "für etliche deontischen Funktoren F_d . . ." und nicht: "es existieren die deontischen Funktoren F_d . . . .".[10]

Die wechselseitigen Beziehungen zwischen den Quantifikationen 20-27 sind dann mit denselben 12-19 analogisch:

28 $(\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \supset (\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x)$,
29 $(\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \supset (x_a)\ \mathsf{F}_d(x)$,
30 $(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \supset (\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x)$,
31 $(x_a)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x) \supset (x_i)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x)$,
32 $(x_a)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x) \supset (\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x)$,
33 $(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x) \supset (x_i)(\mathsf{F}_{d_a})\ \mathsf{F}_d(x)$,
34 $(\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \equiv \sim(\mathsf{F}_{d_i}) \sim (x_a)\ \mathsf{F}_d(x)$,
35 $(\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \equiv \sim(\mathsf{F}_{d_a}) \sim (x_a)\ \mathsf{F}_d(x)$,

usw. Zur interessanten Tautologie führt die Formel:

36 $(\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \supset ((\mathsf{F}_{d_a})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \vee (\mathsf{F}_d)\ \mathsf{F}_d(x))$,

oder:

37 $(\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \not{\mathsf{F}}\ (x) \supset ((\mathsf{F}_{d_i})(x_a)\ \mathsf{F}_d(x) \vee (\exists \mathsf{F}_d)\ \mathsf{F}_d(x))$.

Diese Tautologien kann man nur als Einsetzungsstrukturen der Tautologie: $a \supset (a \vee b)$ beweisen. Der Beweis durch Überführung der Formeln 36-37 auf die Skolem'sche Präfixformel führt zu etlichen Schwierigkeiten.[11]

5 Die Funktorialvariable F_d . . . ist von einer ganz spezifischen Natur, da sie nur eine gewisse Klasse von Konstanten als eigene Interpretation zulässt. Es handelt sich hier um eine gewisse *Quasiinterpretation*,[12] was zur weiteren Vervollkommnung der logischen Formalization mit Hilfe von dem sogenannten *Auswahlaxiom*[13] führen kann. Ein Beispiel eines solchen Axioms wird folgende Form ausweisen können:

38 $(x)\ \mathsf{F}_d(x) \supset ((x)\ \mathsf{F}_i(x) \supset (\mathsf{F}_i)(x)\ \mathsf{F}(x))$.[14]

Die Formel 38 erfüllt folgende Bedingungen des Auswahlaxioms: (1) $(x)\ \mathsf{F}_d(x)$ ist nicht leer; (2) $(x)\ \mathsf{F}_i(x) \supset (\mathsf{F}_i)(x)\ \mathsf{F}(x)$ ist ebenfalls nicht leer; (3) die Formel $(x)\ \mathsf{F}_i(x) \supset (\mathsf{F}_i)(x)\ \mathsf{F}(x)$ ist in der Formel $(x)\ \mathsf{F}_d(x)$ enthalten. Auf diese Weise kann die ganze deontische Modallogik mit Hilfe dieses Auswahlaxioms (bei der Benützung von *modus ponens*):

39 $(x)\ \mathsf{F}_i(x) \supset (\mathsf{F}_i)(x)\ \mathsf{F}(x)$

ausgedrückt werden.

Diese Formel findet dann in allen deontischen logischen Formulierungen Anwendung, so z.B. in der Grundformel (Grundtautologie) dieser Logik 9 (siehe oben):

40 $(\mathsf{F}_{i_1}) \ldots (\mathsf{F}_{i_n})(x_a)((\mathsf{F}_{i_1}(x) < \ldots < \mathsf{F}_{i_n}(x))\ .\ (\mathsf{F}_1(x) \supset (\ldots \supset \mathsf{F}_n(x)))\ldots)$,

oder—näher zur Church's Theorie der Entscheidbarkeit:[15]

41 $(\mathsf{F}_{i_1}) \ldots (\mathsf{F}_{i_n})((\mathsf{F}_{i_1}(x) < \ldots < \mathsf{F}_{i_n}(x))\ .\ (\mathsf{F}_1(x) \supset (\ldots \supset \mathsf{F}_n(x)))\ \ldots)$.

Aber die determinierende Eigenschaft (oder Funktion) $\mathsf{F}_1(x) < \ldots < \mathsf{F}_n(x)$ (vgl. die obige Formel 8) (ist a) keine einzig mögliche determinierende

Eigenschaft (oder Funktion); b) die deontisierende Eigenschaft (Funktion) der deontischen Quasiinterpretation wird dadurch kaum eindeutig bestimmt. Die Verallgemeinergung der Formeln 40-41 könnte sonach folgende Formen bekommen:

42 $(\mathsf{F}_{i_1})\ldots(\mathsf{F}_{i_n})(x_a)((\mathsf{F}_{d_1}(x),\ldots,\mathsf{F}_{d_n}(x)).(\mathsf{F}_1(x)\supset(\ldots\supset(\ldots\supset\mathsf{F}_n(x)))\ldots),$

oder:

43 $(\mathsf{F}_{i_1})\ldots(\mathsf{F}_{i_n})((\mathsf{F}_{d_1}(x),\ldots,\mathsf{F}_{d_n}).(\mathsf{F}_1(x)\supset(\ldots\supset\mathsf{F}_n(x)))\ldots).$

6 In diesem Rahmen kann sich—wie wir meinen—die deontische Modal—logik bewegen, welche eine unbeschränkte Menge von deontischen Funktoren berücksichtigt. Es bestehen hier *dreierlei* Möglichkeiten:

A. Entweder wird eine (beschränkt-abzählbare) Reihe von *konstanten* deontischen Funktoren vorausgesetzt: z.B. die Funktionen mit den Konstanten:

44 $\mathsf{O}(x)$ = "*x* soll sein",
45 $\mathsf{P}(x)$ = "*x* ist genehmigt" = "*x* darf sein" (= "*x* ist nicht verboten"),
46 $\mathsf{F}(x)$ = "*x* ist verboten",
47 $\mathsf{W}(x)$ = "*x* ist wünschenswert",
48 $\mathsf{G}(x)$ = "*x* ist (ausdrücklich) bewilligt" (= "*x* ist nicht nur nicht verboten"),
49 $\mathsf{R}(x)$ = "*x* ist rätlich",
50 $\mathsf{I}(x)$ = "*x* ist befohlen" (= "es sei *x*!"),

udgl. .

Unter den vorausgesetzten Funktorialkonstanten 44-50 können wir als Stichprobe einige Lehrsätze dieser erweiterten deontischen Logik festsetzen. Diese unsere Aufzählung ist von weitem kaum vollständig, weil die Zahl der deontischen Funktorialkonstanten theoretisch nicht abgeschlossen sein kann.

I-Lehrsätze (= die Formel 50):

It-1 $\vdash(\mathsf{I}(x)\supset\mathsf{O}(x)),$
It-2 $\vdash(\mathsf{I}(x)\supset\mathsf{W}(x)),$
It-3 $\vdash(\mathsf{I}(x)\supset\mathsf{R}(x)),$
It-4 $\vdash(\mathsf{I}(x)\supset\mathsf{G}(x)),$
It-5 $\vdash(\mathsf{I}(x)\supset\mathsf{P}(x)),$
It-6 $\vdash(\mathsf{I}\sim(x)\supset(\mathsf{O}\sim(x)\equiv(\sim\mathsf{P}(x)\equiv\mathsf{F}(x)))),$
It-7 $\vdash(\mathsf{I}\sim(x)\supset(\mathsf{W}\sim(x)\supset\sim\mathsf{W}(x))),$
It-8 $\vdash(\mathsf{I}\sim(x)\supset(\mathsf{R}\sim(x)\supset\sim\mathsf{R}(x))),$
It-9 $\vdash(\mathsf{I}\sim(x)\supset(\mathsf{G}\sim(x)\supset\sim\mathsf{G}(x))),$
It-10 $\vdash(\mathsf{I}\sim(x)\supset\mathsf{P}\sim(x)),$
It-11 $\vdash(\sim\mathsf{I}\sim(x)\supset(\sim\mathsf{O}\sim(x)\equiv\mathsf{P}(x))),$
It-12 $\vdash(\sim\mathsf{I}(x)\supset(\sim\mathsf{O}(x)\equiv\mathsf{P}\sim(x))).$

O-Lehrsätze (= die Formel 44):

Ot-1 $\vdash(\mathsf{O}(x)\supset\mathsf{W}(x)),$

Ot-2 $\vdash(\mathsf{O}(x) \supset \mathsf{R}(x))$,
Ot-3 $\vdash(\mathsf{O}(x) \supset \mathsf{G}(x))$,
Ot-4 $\vdash(\mathsf{O}(x) \supset \mathsf{P}(x))$,
Ot-5 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset (\mathsf{W} \sim (x) \supset \sim \mathsf{W}(x)))$,
Ot-6 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset (\mathsf{R} \sim (x) \supset \sim \mathsf{R}(x)))$,
Ot-7 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset (\mathsf{G} \sim (x) \supset \sim \mathsf{G}(x)))$,
Ot-8 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x)))$,
Ot-9 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset \sim \mathsf{P}(x))$,
Ot-10 $\vdash(\sim \mathsf{O} \sim (x) \supset \mathsf{P}(x))$,
Ot-11 $\vdash(\sim \mathsf{O}(x) \supset \mathsf{P} \sim (x))$.

W-Lehrsätze (= die Formel 47):

Wt-1 $\vdash(\mathsf{W}(x) \supset \mathsf{R}(x))$,
Wt-2 $\vdash(\mathsf{W}(x) \supset \mathsf{G}(x))$,
Wt-3 $\vdash(\mathsf{W}(x) \supset (\mathsf{P}(x) \supset \sim \mathsf{O} \sim (x)))$,
Wt-4 $\vdash(\mathsf{W} \sim (x) \supset \mathsf{R} \sim (x))$,
Wt-5 $\vdash(\mathsf{W} \sim (x) \supset (\mathsf{G} \sim (x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x))))$,
Wt-6 $\vdash(\mathsf{W} \sim (x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x)))$,
Wt-7 $\vdash(\sim \mathsf{W}(x) \supset \sim \mathsf{R}(x))$,
Wt-8 $\vdash(\sim \mathsf{W}(x) \supset (\sim \mathsf{G}(x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x))))$,
Wt-9 $\vdash((\mathsf{O} \sim (x) \supset \sim \mathsf{P}(x)) \supset \sim \mathsf{W}(x))$,

vgl. **Ot-5** von oben.

R-Lehrsätze (= die Formel 49):

Rt-1 $\vdash(\mathsf{R}(x) \supset \mathsf{G}(x))$,
Rt-2 $\vdash(\mathsf{R}(x) \supset \mathsf{P}(x))$,
Rt-3 $\vdash(\mathsf{R} \sim (x) \supset \mathsf{G} \sim (x))$,
Rt-4 $\vdash(\mathsf{R} \sim (x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x)))$,
Rt-5 $\vdash(\sim \mathsf{R}(x) \supset \sim \mathsf{G}(x))$,

G-Lehrsätze (= die Formel 48):

Gt-1 $\vdash(\mathsf{O}(x) \supset \mathsf{G}(x))$, = **Ot-3**,
Gt-2 $\vdash(\mathsf{G}(x) \supset \mathsf{P}(x))$,
Gt-3 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset \mathsf{G} \sim (x))$, = **Ot-7**,
Gt-4 $\vdash(\mathsf{O} \sim (x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x)))$,
Gt-5 $\vdash(\sim \mathsf{P} \sim (x) \supset \mathsf{G}(x))$,
Gt-6 $\vdash(\sim \mathsf{P}(x) \supset \mathsf{G} \sim (x))$,
Gt-7 $\vdash(\mathsf{G}(x) \supset \sim \mathsf{O} \sim (x))$,
Gt-8 $\vdash(\sim \mathsf{G}(x) \supset (\mathsf{P} \sim (x) \supset \sim \mathsf{O}(x)))$,
Gt-9 $\vdash(\sim \mathsf{G} \sim (x) \supset \mathsf{P}(x))$.

B. Alle diese Lehrsätze können einheitlich durch die Formel:

51 $\vdash(\mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x) \supset \mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x))\ .\ (1 < n)$

ausgedrückt werden. Der Beweis der Formeln von diesem Typus kann durchgeführt werden, wie es in den Fussnoten 8 und 9 angedeutet worden ist.

C. Ersetzen wir diese konstanten Funktoren ($\mathsf{F}_{\mathsf{D}_1}(x), \ldots, \mathsf{F}_{\mathsf{D}_n}(x)$) durch die Menge von Funktorialveränderlichen ($\mathsf{F}_{d_1}(x), \ldots, \mathsf{F}_{d_n}(x)$) mit der Quasiinterpretation d (= der Variabilitätsbereich der Funktorialveränderlichen $\mathsf{F} \ldots$ wird durch die Intepretation d) = deontische Interpretation (begrenzt), bekommen wir eine erweiterte analoge Formel:

52 $(\mathsf{F}_{d_n}(x) \supset \mathsf{F}_{d_1}(x)) \,.\, (1 < n).$

Wollen wir in der Formalisierung dieser Formeln fortsetzen, müssen wir diese Quasiinterpretation mittels des Auswahlaxioms ausdrücken, was dann zu folgender Form führen wird:

53 $((\mathsf{F}_{d_n}(x) \supset \mathsf{F}_{d_1}(x)) \,.\, (1 < n)) \supset (\mathsf{F}_{i_1}) \ldots (\mathsf{F}_{i_n})(x_a)(\mathsf{F}_n(x) \supset \mathsf{F}_1(x)).$

7 Diese Lehrsätze sind wohl keineswegs die einzigen Lehrsätze der deontischen Logik, da fast alle Tautologien der Aussagenlogik und der Prädikaten–(Funktional)–Logik in der deontischen Modallogik angewandt werden können.[16] Bezeichnen wir dann die Menge der in der deontischen Modallogik anwendbaren Lehrsätze mit $\{\vdash H_{\mathsf{D}}\}$ (= die Lehrsätze mit den konstanten deontischen Funktoren) oder mit $\{\vdash H_d\}$ (= die Lehrsätze mit den deontischen Funktorialveränderlichen), dann wird die Menge $\{\vdash H_{\mathsf{D}}\}$ zum semantischen Modell der Menge $\{\vdash H_d\}$, und das allgemeine System dieser Lehrsätze wird dann mit Hilfe von Auswahlaxiom folgende allgemeine Form bekommen können:

54 $\{\vdash H_d\} \supset (\{\vdash H_d\} \,.\, (\mathsf{F}_{i_1}) \ldots (\mathsf{F}_{i_n})(x_a)(y_a)(z_a) \ldots \{\vdash H\}).$

FUSSNOTEN

1. [13], S. 225-231; [24], S.125-139; [3], S. 151-174; [30], S. 7-87; [29], S. 162-167, uva.

2. Vgl. [1], [2], [17]. Übrigens kann man die Logik für die notwendige, kaum aber zureichende Bedingung der Rechtswissenschaft halten, da jede Wissenschaft (darunter auch die Rechtswissenschaft) die Befolgung von logischen Denkgesetzen voraussetzt. Bezeichnen wir die Logik mit L, die Rechtswissenschaft mit P, dann gilt die Folgerung:

   0.1 $(\mathsf{L} \subset \mathsf{P}) \supset (\mathsf{P} \supset \mathsf{L}).$

   Ähnliche Situation finden wir bei der Sprache (= S) im Verhältnisse zu ihrer Grammatik (= G):

   0.2 $(\mathsf{G} \subset \mathsf{S}) \supset (\mathsf{S} \supset \mathsf{G}).$

3. Vgl. dazu: [7], [28], S. 86-130 (vgl. mein Referat in *Právník*, 1970, Nr. 10, S. 936-941. - Beide diese Autoren, sowie auch *G. H. von Wright* (seine Schriften siehe in den Literaturverzeichnissen der Fussnote 1, oben.) rechnen mit einer Bedeutungserweiterung des Wahrheitsbegriffes. Aber eine solche Erweiterung, welche kaum begrenzt werden kann, ist für den Bereich der Logik kaum annehmbar, da wir zu den Erkenntnissen, welche kaum sinnvoll für wahr (unwahr) gehalten werden können, gelangen. Und für solche Fälle müssen wir uns nach anderen logischen Konstanten umschauen. Vgl. weiterhin [10].

4. Siehe [18], [19], [20], [21], [22], [23].

5. Vgl. die Fussnote 2 von oben.

6. Vgl. [9], S. 246-280; [26], S. 210 ff.; [16], S. 127-130.

7. Vgl. die Fussnote 4 von oben.

8. Vgl. [26], SS. 104, 105, 107, 218, 219, 250; [19], S. 133, Fussnote 6 - Diese Empfindlichkeit wollen wir hier näher darstellen. Wir wissen, dass die semantische Inferenz (Folgerung) wie in der Aussagenlogik, so auch in der Prädikatenlogik (wenigstens erster Stufe) besteht. Bezeichnen wir diese Inferenz mit "$\ldots \Vdash \ldots$", oder mit Rücksicht auf das Obengesagte, mit "$\ldots \Vdash_{A} \ldots$" = semantische Aussageinferenz, und mit "$\ldots \Vdash_{P} \ldots$" = semantische prädikative Inferenz. Wir können sonach beweisen die Formel 9: die vereinfachte Form dieser Inferenz ist:

(i) $(A \subset B) \supset (B \Vdash_{A} A)$,

(ii) Jedes Modell von B ist ein Modell von C, sonach können wir schreiben statt $(B \Vdash_{A} A)$: $(C)\ ((C \in A) \supset (B \Vdash_{A} C))$;

(iii) $(A \subset B) \equiv (C)\ ((C \in A) \supset (C \in B))$,

und somit:

(iv) $(C)\ ((C \in A) \supset (C \in B)) \supset (C)\ ((C \in A) \supset (B \Vdash_{A} C))$,

oder (genauer):

(v) $(A \subset B) \supset (B \Vdash_{A} A)$,

(vi) $(C \subset B) \supset (B \Vdash_{A} C)$,

(vii) $((C \in A) \supset (C \in B)) \supset ((C \in A) \supset (B \Vdash_{A} C))$,

(viii) $(C)\ ((C \in A) \supset (C \in B)) \supset (C)\ ((C \in A) \supset (B \Vdash_{A} C))$,

und somit:

(ix) $(A \subset B) \supset (B \Vdash_{A} A)$,

was logisch gültig ist $(x \supset (y \supset z)) \supset ((x \supset y) \supset (x \supset z))$.

Nach Substitutionen: $(A \subset B)$ 8. und $(B \Vdash_{A} A)$ 9. und modus ponens (nach Überführung in die Skolem'sche Präfixformel) erhalten wir die Formel 9. Die Verstärkung dieser Formel in die Formel:

(x) $(B \Vdash_{A} A) \supset (B \Vdash_{P} A)$,

und weiterhin:

(xi) $(B \Vdash_{P} A) \supset (B \vdash_{P} A)$,

wo "$\ldots \vdash_{P} \ldots$" = das Symbol des syntaktischen prädikativen Inferenz bedeutet; auf diese Weise gelangen wir zur sogenannten Epsilonregel (= laut Epsilonbedingung: $A \in B$), vgl. [26], S. 39, 6.2.1, S. 219, 5.1.1, S. 257, 2.1-2.3, 3.1-3.3, 3.1.1-3.3.1, S. 250, S. 280, 2.2, S. 224, 2.

9. Vgl. [5], S. 109; [6], S. 75, D 14-7, P 22-11a; [31], S. 41 u. 55. - Den Beweis der Formel 9 können wir auch auf Grund der sogenannten logisch genauen Klassen durchführen: Wenn wir die Formel B als Konjunktion von Modellen der Klasse

A ansehen (bezeichnen wir diese Tatsache durch B˙, "˙" = Index der Konjunktion), dann gilt die Formel:

(xiii) $(A \subset B) \supset (B^{\cdot} \underset{L}{\supset} A)$,

wo die Beziehung "$\ldots \underset{L}{\supset} \ldots$" logische Inferenz bedeutet. Danach folgen die Substitutionen: $(A \subset B)$ 8 und $(B^{\cdot} \underset{L}{\supset} A)$ 9.

10. Vgl. damit [12], S. 121-126.

11. Z. B. der Beweis von 36:

(i) $(F_{d_a})\ (x_a)\ F_d(x) \supset (F_{d_a})\ (F_d)\ (x_a)(x)\ (F_d(x) \vee F_d(x))$.

(ii) $(F_d(x) \vee F_d(x)) \equiv F_d(x)$, also:

(iii) $(F_{d_a})\ (x_a)\ F_d(x) \supset (F_{d_a})\ (x_a)\ (F_d)\ (x)\ F_d(x)$, und nach Exportation:

(iv) $(F_{d_i})\ (F_d)\ (x_i)\ (x)\ (F_d(x) \supset F_d(x))$,

was (laut [9], S. 247, *462) tautologisch sein könnte. Die Tautologie $F_d(x) \supset F_d(x)$ könnte für strittig gehalten werden, da die Funktoren hier verschiedene Natur aufweisen.

12. Vgl. [26], S. 362-363.

13. Vgl. [26], S. 364 ff; [15], S. 59; [25], S. 198; [8], S. 43; [14], S. 37; [27], S. 202-207; [9], S. 341-342; [4], und [16] an zuständigen Stellen.

14. Vgl. unsere obige Formel 30 und weiterhin [11], S. 301-306.

15. Vgl. [9], S. 247 ff., *460, **461, *462, **463, *464, *465 uva.

16. Siehe die Fussnote 5 unserer Arbeit [18].

LITERATURVERZEICHNIS

[1] Åqvist, L., "Postulate set and decision procedure for some systems of deontic logic," *Theoria* (1963), Bd. 29.

[2] Åqvist, L., "Interpretations of deontic logic," *Mind* (1964), Bd. 73, No. 290.

[3] Di Bernardo, G., *Logica, norme, azione. Un introduzione metodologica*, Torino (1969).

[4] Borkowski, L., *Logika formalna* (Formallogik), Warszawa, PWN (1970).

[5] Carnap, R., *Formalization of Logic* (1943).

[6] Carnap, R., *Introduction to Semantics and Formalization of Logic* (1959).

[7] Castañeda, H. N., "On the semantics of the ought-to-do," *Synthese* (1970), Nr. 3-4, S. 449-468.

[8] Čech, E., *Topologické prostory* (Topologische Räume), Praha (1959).

[9] Church, A., *Introduction to Mathematical Logic I*, Princeton (1956).

[10] *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings* (ed. R. Hilpinen), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht (1971).

[11] Grzegorczyk, A., *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa, PWN (1969).

[12] Hintikka, J., *Models for Modalities*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht (1969).

[13] Ivin, A. A., "Nekotoryje problemy teorii deontitscheskich modalnostej," *Logitscheskaja semantika i modalnaja logika*, Moskwa, Nauka (1967).

[14] Kuratowski, K., *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa, PWN (1965).

[15] Kuratowski, K., i A. Mostowski, *Teoria mnogości*, Warszawa, PWN (1966).

[16] *Mała encyklopedia logiki*, Ossolineum, Wrocław (1970).

[17] Peklo, B. T., "Einige Bemerkungen zu den deontischen Systemen, welche Sanktionen und mehrere Funktoren enthalten," *Logique et analyse* (1962), Nr. 19, S. 98-121.

[18] Peklo, B. T., "Sind die deontischen Funktoren distributiv?" *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Bd. XV (1974), S. 301-311.

[19] Peklo, B. T., "Některé logické problemy právních struktur" (Etliche logische Probleme von Rechtsstrukturen), *Právník* (1969), Nr. 2, S. 131-139.

[20] Peklo, B. T., "Právní věda a moderní právní logika" (Rechtswissenschaft und moderne Rechtslogik), *Právník* (1969), Nr. 7, S. 522-542.

[21] Peklo, B. T., "Normativní kontradikce a inference" (Normative Kontradiktion und Inferens), *Právník* (1969), Nr. 8, S. 611-622-mit englischer Zusammenfassung.

[22] Peklo, B. T., "Prohairetická povaha právních norem" (Prohairelische Natur von Rechtsnormen), *Právník* (1970), Nr. 8, S. 688-702-mit deutscher Zusammenfassung.

[23] Peklo, B. T., "Několik úvah o funkci právní logiky" (Etliche Erwägungen über die Funktion der Rechtslogik), *Právník* (1970), Nr. 11, S. 1025-1035-mit deutscher Zusammenfassung.

[24] Rescher, N., *The Logic of Commands*, Routledge and Kegan, Ltd., London (1966).

[25] Rasiowa, H., i R. Sikorski, *The Mathematics of Metamathematics*, Warszawa, PWN (1963).

[26] Scholz, H., i G. Hasenjaeger, *Grundzüge der mathematischen Logik*, Springer Verlag, Berlin (1961).

[27] Słupecki, J., i L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, Warszawa, PWN (1966).

[28] Tammelo, I., *Outlines of Modern Legal Logic*, Fr. Steiner Verl., Wiesbaden (1969).

[29] von Wright, G. H., "The logic of practical discourse," *Contemporary Philosophy* (Klibanski) (1968).

[30] Ziemba, Zd., *Logika deontyczna jako formalizacja rozumowań normatywnych*, Warszawa, PWN (1969).

[31] Zinowjew, A. A., *Osnowy logitscheskoj teorii nautschnych znanij*, Moskwa (1962).

Prague, Czechoslovakia