934
Notre Dame Journal of Formal Logic
Volume XX, Number 4, October 1979
NDJFAM

LEŚNIEWSKI und MALLY

WOLFGANG LEOPOLD GOMBOCZ

Paul K. A. Asveld zum 60. Geburtstag gewidmet

Spätestens seit der Begründung des *Notre Dame Journal of Formal Logic* im Jahre 1960 und der damit verbundenen Tätigkeit von Bolesław Sobociński sowie der Monographie *The Logical Systems of Leśniewski* von Eugene C. Luschei aus dem Jahre 1962 hat die philosophische Weltöffentlichkeit mehr und mehr Stanisław Leśniewskis logisches System kennengelernt. Nimmt man zur Kenntnis, daß Leśniewski rückblickend seine diesbezüglichen Veröffentlichungen jedenfalls aus der Zeit nach 1917 ernstnimmt,[1] so wird deutlich, daß die 2. Auflage der *Principia Mathematica* und Leśniewskis Protothetik und Ontologie[2] in etwa Zeitgenossen sind. Zeitgenosse ist auch Ernst Mally, seit 1925 ordentlicher Professor für Philosophie an der Universität in Graz und Inhaber der Lehrkanzel seines Lehrers und Vorgängers Alexius Meinong (1853-1920).

Mally teilte Leśniewskis[3] "dissatisfaction with the work of Russell and Whitehead in *Principia Mathematica*", ohnedaß beide voneinander Kenntnis hatten, spätestens seit den Dreißigerjahren,[4] möglicherweise aber schon zu einem so frühen Zeitpunkt wie 1912.[5] War Leśniewski der erste Logiker, den diese Unzufriedenheit zur Konstruktion einer existenzunabhängigen Logik in einem eigenen System führte, so ist Mallys Entwurf in den nachgelassenen Fragmenten *Formalismus II* und *Formalismus III* erstes Beispiel für ein gleichwertiges Unterfangen im Rahmen der üblichen Kalküle moderner Logik, da er auf den *Grundzügen der theoretischen Logik* von Hilbert und Ackermann aufbaut. Diese Fragmente Mallys sind zusammen mit dem *Großen Logikfragment* 1971 (*op. cit.*) veröffentlicht worden. Trotz der Zeitspanne von mehr als sieben Jahren seit diesem Datum ist aber Mallys Beitrag zum Thema *Logik und/ohne Existenzvoraussetzungen* kaum bemerkt worden. Selbst die wenigen Rezensionen der (zumindest historisch zu würdigenden) Buchveröffentlichung gehen kaum über den Wiederabdruck des Klappentextes hinaus, wenn es z.B. heißt, daß Mally "develops a propositional calculus and a predicate calculus which are purified from existential presuppositions even more than the usual calculi of modern logic".[6]

Recieved August 24, 1977

In einem Brief vom 14.11.1943 an Gertraut Laurin beschreibt Mally kurz und treffend das Anliegen existenzunabhängiger Logik[7]:

(219) Eine besonders charakteristische Formel de "existentialen Logik"[8] ist:

$$\overline{(x)}\,F(x) \equiv (Ex)\,\overline{F(x)}, \text{ ihr Gegenstück:}$$
$$\overline{(Ex)}\,F(x) \equiv (x)\,\overline{F(x)}.$$

Die erste wird gelesen "'Nicht für alle x (gilt) $F(x)$' ist gleichbedeutend mit 'Es gibt (mindestens) ein x, für das non-$F(x)$ gilt'"; die zweite: "'Es gibt kein x, für das $F(x)$ gilt' ist gleichbedeutend mit 'für alle x non-$F(x)$'". *Das sind keine logischen Sätze.* Denn es ist in ihnen die Voraussetzung gemacht (aber nicht ausgesprochen), daß es Dinge x, "Werte von x" überhaupt *gibt*; und das ist keine Selbstverständlichkeit, d.h. daß Dinge existieren, ist nicht ein logischer, analytischer Satz, sondern Sache der Erfahrung. Ich schreibe nun obige Formeln etwas anders, nämlich so:

$$\overline{[x]}\,F(x) \equiv [Ex]\,\overline{F(x)},$$
$$\overline{[Ex]}\,F(x) \equiv [x]\,\overline{F(x)}$$

und *deute sie so*: "Daß nicht analytisch gilt $F(x)$—oder daß nicht logisch notwendig $F(x)$ gilt—ist gleichbedeutend damit, daß $\overline{F(x)}$ erfüllbar ist—daß die Annahme non-$F(x)$ nicht in sich widerspruchsvoll ist"—oder auch "Daß $F(x)$ nicht gelten *muß*, ist gleichbedeutend damit, daß non-$F(x)$ zutreffen *kann*" (aber die erste Fassung ist genauer). Die zweite: "Daß $F(x)$ unerfüllbar (widerspruchsvoll) ist, ist gleichbedeutend damit, daß non-$F(x)$ unbedingt gilt (gelten muß)". Bei solcher Deutung sind die Formeln richtig: Ausdruck reiner "Selbstverständlichkeiten" oder "Tautologien", wie es für logische Formeln sich gehört. Sie sind nicht mehr abhängig von einer Existenz-Voraussetzung, handeln nicht von Dingen, *nicht von Erfüllungen* irgendeiner Bestimmung $F(x)$, sondern *betreffen* (220) *nur die Bestimmung selbst* (die Verhältnisse der Erfüll*barkeit* und der *Nicht*-Erfüll*barkeit*). Nun läßt sich der ganze "klassische Logikkalkül", d.i. der ganze Formalismus der herrschenden "existentialen Logik" (die keine reine Logik ist) in dieser Weise *um*schreiben—mit "$[x]$" statt "(x)", "$[Ex]$" statt "(Ex)" und, was natürlich allein richtig ist, *so deuten*. In dieser Deutung ergibt er einen "*Reinen Prädikaten-Kalkül*", "*Reinen Bestimmungs-Kalkül*". Das ist die erste grundsätzliche Feststellung . . .

Der dem *Großen Logikfragment* folgende *Formalismus I* (*op. cit.*, pp. 189-99) führt eine elementare Aussagenlogik im Anschluß an Hilbert ein, während *Formalismus II* und *III* Mallys existenzunabhängige[9] Logik in zwei verschiedenen Deutungen als *Logik der Erfüllbarkeit von Bestimmungen* (*Formalismus II, op. cit.*, pp. 200-7) und *Logik der Erfüllung von Bestimmungen* (*Formalismus III, op. cit.*, pp. 208-18) wiedergeben. Nach Einführung der Grundformeln und der Deutung dieser Formeln und Figuren (*op. cit.*, pp. 200-2) schreibt Mally pointiert:

(202) Die Deutung sagt nichts davon, ob es "Gegenstände", auf welche die Bestimmungen sich beziehen, gibt, noch kann sie, als Deutung eines (203) Formalismus (logischen Kalküls), darüber etwas sagen. Ein "Existenz-Axiom" ist kein analytischer Satz; es ist kein Bestandteil und keine Voraussetzung der Logik. Das muß gegenüber der sogenannten "existentialen Logik" der *Principia Mathematica* und ähnlicher Systeme festgestellt werden; sie ist keine Logik, sondern ein System von Wirklichkeitsaussagen, sofern sie die Existenz von Gegenständen in allen ihren Sätzen mitbehauptet.[10] Der Hilbert-Bernays'sche Formalismus ist in der Tat als "reiner *Prädikaten-Kalkül*" deutbar (H.u.A.,[11] p. 90); es wird aber die formalismusfremde Voraussetzung eines nicht-leeren "Individuenbereiches" hereingebracht, das Zeichen '(Ex) $F(x)$' durch 'Es

gibt (einen Wert von) x, so daß $F(x)$ zutrifft' und '$(x)\,F(x)$' durch 'Auf alle (Werte von) x trifft $F(x)$ zu' übersetzt; jenes "Seinszeichen", dieses "Allzeichen" benannt. Um anzudeuten, daß ich die beiden Klammerzeichen nicht in diesem (hier unberechtigten) Sinne verstehe, habe ich sie durch die "eckigen Klammerzeichen" ersetzt[12]—ich werde in III,[13] die "runden", wo sie in der üblichen Bedeutung am Platze sind, verwenden.

Unbedingt geltend sind analytische Sätze; so ist '$[x]\,(Fx \vee \overline{Fx})$'—H.u.A., Formel (21)—eine r.Fo.[14] des Reinen Prädikaten-Kalküls: '$Fx \vee \overline{Fx}$' ist ein analytischer Satz. Um richtige Formeln schon durch die Benennung von Allsätzen, Sätzen "über alle Gegenstände", zu scheiden, werden sie hier, wie in I,[15] als "unbedingt geltende Bestimmungen", oder kürzer als "*gültige Bestimmungen*" bezeichnet. Eine Bestimmung ist—wie in I—"gültig", in diesem Sinne, wenn ihre Negation *widerspruchsvoll* ist, und umgekehrt. Eine widerspruchsvolle Bestimmung wird "*unerfüllbar*" genannt . . .

Die den Formalismus II beschließende Passage (*op. cit.*, pp. 204-7) lautet:

(204) Wendet man ein, daß die Feststellung der Widerspruchsfreiheit im gegebenen Fall doch in Formen einer Sprache (der "Syntax-Sprache" bei Carnap) geschehe, die ihrerseits, wenn auch nur durch Gewohnheit, festgesetzt sind, so ist dadurch nicht widerlegt, daß jede Festsetzung den "allgemeinen" Charakter einer Bestimmung "für beliebige Fälle einer Art" hat, und der einzelne Fall immer in ihrem Sinn zu entscheiden, nicht wieder durch neue Festsetzung zu erledigen ist. ⟨Noch einmal: am Ende der Willkür, und über ihr, steht das Logische, das ein sinngemäß Richtiges ist.⟩

Es ist zu unterscheiden '$[x]\,F(x) \supset [x]\,G(x)$' von '$[x]\,(Fx \supset Gx)$'.[16]

Der erste Ausdruck bedeutet "Wenn '$F(x)$' unabhängig von Ausfüllung eine r.Fo. ist, so ist '$G(x)$' unabhängig von Ausfüllung eine r.Fo.", oder "Wenn '$F(x)$' gültig ist, so ist '$G(x)$' gültig"; der zweite Ausdruck bedeutet "'$Fx \supset Gx$' ist unabhängig von Ausfüllung richtig", oder "'$\overline{Fx} \vee Gx$' ist gültig".

Es gilt, wie man leicht sieht (H.u.A. Formel (312))

$$[x]\,(Fx \supset Gx) \supset ([x]\,Fx \supset [x]\,Gx),$$

aber nicht die Umkehrung: '$[x]\,(Fx \supset Gx)$' oder '$[x]\,(\overline{Fx} \vee Gx)$' geht durch Einsetzung über in '$[x]\,(\overline{Fx} \vee Fx)$', welches eine r.Fo. ist. Diese Fo. enthält zwei Variable: die Grundvariable '$F(\;)$' und die "Gegenstandsvariable" 'x'; die Richtigkeit der Formel ist unabhängig von Ausfüllung sowohl der Stelle, die '$F(\;)$' anzeigt, als der Stelle, die 'x' anzeigt. '$F(x)$' ist Zeichen einer "Bestimmung für einen Gegenstand", Ausdruck der Bedeutung "Bestimmung für einen Gegenstand". Diese Bedeutung (dieser Sinn) ist unabhängig sowohl von Existenz eines Gegenstandes, dessen Bezeichnung als ein Wert von 'x' aufträte, als auch unabhängig von Existenz einer Bestimmung eines "gegebenen Inhalts", deren Ausdruck als ein Wert von '$F(\;)$' aufträte. Daß die Formel gültig ist, ist nur Sache ihrer funktionalen Bedeutung (ihres Sinns): "Bestimmung für einen Gegenstand". Diese Bedeutung allein bringt mit sich, daß '$\overline{F(x)} \vee F(x)$' unbedingt gilt, daß die Verneinung widerspruchsvoll ("in sich") ist. Eine Folge davon ist, daß '$\overline{F(x)} \vee F(x)$' erfüllbar, d.h. widerspruchsfrei ist, also '$[Ex]\,(\overline{Fx} \vee Fx)$' eine r.Fo. ist. Genauer besagt diese letzte Formel, daß '$\overline{F(x)} \vee F(x)$' erfüllbar an der Stelle 'x' ist. Will man ausdrücken, daß '$\overline{F(x)} \vee F(x)$' unabhängig von Ausfüllung der Stelle (205) '$F(\;)$' und unabhängig von Ausfüllung der Stelle 'x' gilt, so hätte man zu schreiben '$[F]\,[x]\,(\overline{Fx} \vee Fx)$'; zugleich gilt '$[EF]\,[x]\,(\overline{Fx} \vee Fx)$' und gilt '$[EF]\,[Ex]\,(\overline{Fx} \vee Fx)$'. Weder '$[EF]$' noch '$[Ex]$' deuten auf eine Existenz; beide Zeichen weisen nur auf Erfüllbarkeiten des nachfolgenden "Operanden" '$\overline{F(x)} \vee F(x)$' an bestimmter Stelle.— $[F]\,[EG]\,[x]\,(\overline{Fx} \vee Gx)$.

Wie in diesem Beispiel eine *Bestimmungs-*("Prädikat"-)*Variable*—statt einer

"Gegenstandvariablen"–auftritt, so kann in anderen Figuren eine *Satzvariable* (Grundvariable des Formalismus I), ein 'X', 'Y', . . . , oder es können deren mehrere auftreten. So ist '$\overline{X}$' eine Satzbestimmung–"Bestimmung *für* Sätze"–und könnte z.B., nach Festsetzung, als '$F(X)$', oder etwa als 'Neg(X)'–"Negation von X"–angeschrieben werden; die Bestimmung '$\overline{X} \vee Y$' z.B. als 'Imp(X, Y)'–"Implikation zwischen X (als Implikum) und Y (als Implikat)"–usw. Eine Formel in I, mit zwei Satzvariablen, ist von der Form '$[X]\,[Y]\,F(X, Y)$' oder von einer der Formen, die entstehen, wenn eines der Klammerzeichen in der angegebenen, oder jedes, durch ein Erfüllbarkeitszeichen, '$[EX]$' bzw. '$[EY]$' ersetzt wird.

Folgebeziehung. Sinnbereich.

Es ergibt sich nun die Möglichkeit, jene Grundbeziehung des Folgens, von der in allem Schließen, und insbesondere in Aufbau und Handhabung eines Formalismus, Gebrauch gemacht wird, klar und bestimmt zu kennzeichnen. Wir erklären:

$$F(x) \rightarrow G(x) =_{\mathrm{Df}} [x]\,(Fx \supset Gx),$$

wobei $F(x) \supset G(x) =_{\mathrm{Df}} \overline{F(x)} \vee G(x)$, und lesen '$F(x) \rightarrow G(x)$' als 'aus $F(x)$ folgt $G(x)$', oder als '$F(x)$ hat $G(x)$ zur Folge', '$F(x)$ schließt $G(x)$ ein'. Statt der "Gegenstandsvariablen" 'x'–oder 'x', 'y', 'z', . . . , bei Erweiterung der Definition auf mehrstellige Bestimmungen–können Grundvariable 'X', 'Y', 'Z', . . . , des Formalismus I oder Grundvariable 'F', 'G', 'H', . . . , des Formalismus II auftreten.

Der Definition ist zu entnehmen: (1) Folgebeziehung oder Einschliessung ist eine Beziehung zwischen Bestimmungen; (2) sie ist eine besondere Art jener Richtigkeitsbeziehung, die man 'Implikation' nennt; (3) ihre Besonderheit innerhalb der Implikations-Beziehungen ist, daß ihre Geltung *unabhängig ist von Erfüllung* der Bestimmungen, die ihre Glieder sind, (206) formal gesprochen *unabhängig von Ausfüllung* der Leerstellen in den Grundfiguren '$F(\;)$', '$G(x)$' unserer Anschreibung. Diese "Unabhängigkeit" bedeutet nicht, daß, im Falle der Einschließung zwischen Bestimmungen, die Richtigkeitsbeziehung $\overline{F(x)} \vee G(x)$ bei jeder, überhaupt zulässigen, Einsetzung von "Werten" für die Variable 'x' gilt,–dies ist die Bedeutung der "formalen Implikation" in der "Logik der P.M."–sondern *daß sie gilt*, *unabhängig davon, ob es "Werte" dieser Veränderlichen überhaupt gibt oder nicht gibt.* Das soll der Ausdruck, sie gelte "*für* jeden Wert von 'x' ", kurz andeuten. Hier gewinnt das "hypothetische Urteil im casus irrealis" einen bestimmten logischen Sinn. Wenn es einen Menschen gäbe, der 1000 kg hebt, so gäbe es einen Menschen, der mehr als 900 kg hebt. Das ist eine logische Wahrheit, die von der "Irrealität" des Falls unberührt bleibt. Sie beschränkt sich nicht, wie in der "existentialen" Auffassung, auf den Inhalt des Satzes 'Es gibt keinen Menschen, der 1000 kg hebt'. Einschließung, Folgebeziehung, ist eine reine Angelegenheit der Bestimmungen (der "Begriffe", auch wenn es nicht "reine" sind–'(mindestens) 1000 kg heben' schließt ein '(mindestens) 900 kg heben'–); sie ist nicht nur gültig "in jeder möglichen Welt", sondern "für jede Welt", mag es eine geben oder nicht. Hier liegt der berechtigte Sinn, und nach meiner Überzeugung der richtige, jenes vielberufenen "A priori".

Der Fall, daß es einen Wert von 'x' in '$F(x) \rightarrow G(x)$' gibt, dessen Einsetzung dann eine "*angewandte Einschließung*" und Folgebeziehung zwischen "Aussagen" liefert (das ist der gewöhnlich betrachtete Fall), wird später (in III) ausführlich zu behandeln sein.

Die Implikationen, die von den Formeln in I und II *ausgesagt* (behauptet) werden, sind Folgebeziehungen. Wir sind berechtigt, im Sinne der Festsetzung (und in dieser Deutung abweichend von H.u.A.), die Grundformeln so zu schreiben:

a) $X \vee X \rightarrow X$ oder a) $[X]\,(X \vee X \supset X)$
b) $X \rightarrow X \vee Y$ oder b) $[X]\,[Y]\,(X \supset X \vee Y)$

c) $X \vee Y \to Y \vee X$ oder c) $[X][Y](X \vee Y \supset Y \vee X)$
d) $(X \supset Y) \to (Z \vee X \supset Z \vee Y)$ oder d) $[X][Y][Z]((X \supset Y) \supset (Z \vee X \supset Z \vee Y))$
e) $[x]F(x) \to F(y)$ oder e) $[F][y]([x]F(x) \supset F(y))$
f) $F(y) \to [Ex]F(x)$ oder f) $[F][y](F(y) \supset [Ex]F(x))$

(207) In d) ist, wie in jeder Formel von II, das Haupt-Implikationszeichen '$\supset$' durch das Einschließungszeichen '$\to$' zu ersetzen, nicht aber das in den Gliedern der Haupt-Implikation enthaltene '$\supset$', weil dieses nicht die Einschließung bedeuten muß und sie z.B. bei Einsetzung "empirischer Implikation" nicht bedeutet.

Nach Mally läßt sich zwischen den Formalismen I, II und III folgende Abhängigkeit angeben (*op. cit.*, p. 191): I ist als elementarer "Kalkül des Richtigen" ein aussagenlogischer Formalismus. II nimmt I auf und entwickelt darüberhinaus einen "Kalkül der Bestimmungen", der an die Stelle des Prädikatenkalküls der *Principia Mathematica* tritt, welcher selbst durch formalismus- und logikfremde (zumal existentiale) Voraussetzungen belastet sei. II ist—exakt formuliert—ein "Kalkül der *Erfüllbarkeit* von Bestimmungen". III führt den Begriff, nicht jedoch die Voraussetzung (wie z.B. das System einer *free logic* nach Karel Lambert) der Existenz ein und ergibt einen logischen "Kalkül der *Erfüllung* von Bestimmungen". III enthält nach Mallys Auffassung (*op. cit.*, p. 191) I und II, während offensichtlich die Theoreme einer *free logic* vom Typ Lamberts oder die Theoreme der *Principia Mathematica* einen Teil der Theoreme logischer Systeme vom Typ Leśniewskis ausmachen.[17] Mally hat den *Formalismus III* in seinen letzten Lebenstagen vervollständigt und mehrmals geändert. Die ursprüngliche Fassung stammt vom 11.11.1943 (*op. cit.*, p. 208). Die dort vorfindlichen Ausführungen lauten:

(208) Es gilt der Formalismus des Hilbert-Ackermann'schen engeren Prädikaten-Kalküls (der den Aussagen-Kalkül einschließt), aber in "existenzfreier" Deutung. Statt

'e) $(x)F(x) \to F(y)$'
'f) $F(y) \to (Ex)\, F(x)$'

wird (für Zwecke der Deutung, d.h. um die Abweichung anzudeuten) geschrieben

'e] $[x]F(x) \supset F(y)$'
'f] $F(y) \supset [Ex]\; F(x)$',

wo '$[x]F(x)$' bedeutet "$F(x)$ gilt unbedingt (d.h. unabhängig von Erfüllung)", "*Für* jedes x $F(x)$—gleichviel ob es Werte von x gibt—", und '$[Ex]F(x)$' bedeutet "$F(x)$ ist—an der Stelle x—erfüllbar". Der so verstandene Prädikaten-Kalkül ist ein "*reiner Prädikaten-Kalkül*", *Kalkül der Bestimmungen.*

Dieser Formalismus wird *erweitert* durch neue Zeichen und Regeln, entsprechend Begriffen und Sätzen der Theorie.

Es bedeute '$(Ex)\,F(x)$' soviel wie "Es gibt Gegenstände ("Werte von x"), die $F(x)$ erfüllen", "Es gibt (mindestens Eine) Erfüllung von $F(x)$". Doch sei in Handhabung des Formalismus, in Ableitung von Formeln—nachdem er der Bedeutung gemäß aufgestellt sein wird—von Bedeutung abgesehen. Gelegentlich wird eine Bemerkung auf die Deutung hinweisen, wo sie wichtig erscheint.

Es folgen die *formalen Festsetzungen.*

1 DEFINITIONEN

D1: $(Ex) =_{\mathrm{Df}} (Ex)(F(x) \vee \overline{F(x)})$;
D1.1: $(Ex)\, F(x) =_{\mathrm{Df}} (Ex)((Fx \vee \overline{F(x)}) \wedge F(x))$.

(209) Die Definition D1 führt nur eine Abkürzung für ein zusammengesetztes Zeichen ein. '(Ex)' wird, wo es in einem Ausdruck ohne einen angegebenen Operanden auftritt, sich immer auf '$F(x) \vee \overline{F(x)}$' beziehen.

Deutung.—In unserem Logik-Kalkül wird '(Ex)' bedeuten 'Es gibt Erfüllung von $F(x)$', 'Es gibt mindestens einen Gegenstand, der als Wert von x, $F(x)$ erfüllt'.

Weder "(Ex)" noch "$\overline{(Ex)}$" ist eine richtige Formel.

D2: $!\mathfrak{X} =_{\mathrm{Df}} (Ex)\,(x = \mathfrak{X})$

Deutung.—Das Zeichen '$\mathfrak{X}$' sei verstanden als "Bezeichnung eines individuellen Gegenstandes", "Wertes von x". Dann ist, nach D2, '$\mathfrak{X}$' Ausdruck der Aufweisung (Erurteilung) von $\mathfrak{X}$ als eines Wertes von x.—Gemäß der Bemerkung zu D1 wird weder '$!\mathfrak{X}$' noch '$\overline{!\mathfrak{X}}$' als eine richtige Formel unseres Formalismus gelten.

D3: $F(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} (Ex)(x = \mathfrak{X}.\wedge.F(x))$ "$\overline{F(\mathfrak{X})}$": "Es gilt nicht $F(\mathfrak{X})$"
D4: $\bar{F}(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} !\mathfrak{X} \wedge \overline{F(\mathfrak{X})}$ "$\bar{F}(\mathfrak{X})$": "$\mathfrak{X}$ erfüllt $\overline{F(x)}$"
D5: $(x)\, F(x) =_{\mathrm{Df}} (Ex) \wedge \overline{(Ex)}\;\overline{F(x)}$

D5 ergibt zusammen mit D1—und der *Deutung von* '(Ex)'—, für '$(x)\, F(x)$' die Bedeutung des "Allsatzes". Sie ist von der Bedeutung von '$[x] F(x)$' zu unterscheiden. Eine unbedingt geltende Bestimmung ist kein Allsatz im Sinne von D5.

'$(x)\, F(x)$' kann—bei "inhaltlicher" Auffassung—gelesen werden "Jeder Wert von x, und es gibt welche, erfüllt $F(x)$". Kurz: "Mit jedem x $F(x)$", zum Unterschied von der Lesung "Für jedes x $F(x)$" bei '$[x] F(x)$'.

D6: $(Ex)(F(x) \vee G(x)) =_{\mathrm{Df}} (Ex)\, F(x) \vee (Ex)\, G(x)$.

Korrektur (21.11.43)

D1: ist nur Def. der Abkürzung '(Ex)'; in ihr tritt das undefinierte Zeichen '(Ex)' im Definiens wieder auf. Seine *funktionale* Bedeutung ergibt sich durch die Grundformeln.

Die Def. $!\mathfrak{X} =_{\mathrm{Df}} (Ex)\,(x = \mathfrak{X})$ entfällt. Der Begriff "$!\mathfrak{X}$" wird gebraucht zur Def. von "$x = \mathfrak{X}$", der Identität.

Neue Zählung:

D2: $F(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} (Ex)(x = \mathfrak{X}.\wedge.F(x))$

(210)

D3: $\bar{F}(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} !\mathfrak{X} \wedge \overline{F(\mathfrak{X})}$
D4: $(x)\, F(x) =_{\mathrm{Df}} (Ex) \wedge \overline{(Ex)}\;\overline{F(x)}$
D5: $(Ex)(F(x) \vee G(x)) =_{\mathrm{Df}} (Ex)\, F(x) \vee (Ex)\, G(x)$

Die Definitionen sollen nach den Grundformeln kommen.

2 GRUNDFORMELN

A: $(Ex)\, F(x) \supset [Ex] F(x)$

"Es gibt Erfüllung von $F(x)$" impliziert (setzt voraus) "$F(x)$ ist, an der Stelle 'x', erfüllbar", "$F(x)$ ist widerspruchsfrei".

B: $[x] F(x) \overline{\supset} (Ex)\, F(x)$ Denn $A \overline{\supset} B$ bedeutet ja $A \wedge \bar{B}$, d.h.: $[x] F(x) \wedge (x)\, \overline{F(x)}$.

Die zweite Grundformel sagt in unserer Deutung, daß Gültigkeit (unbedingte Geltung) einer Bestimmung nicht ihr Erfülltsein impliziert. Was sie verneint, ist der Satz "Was notwendig ist, ist tatsächlich", sofern 'notwendig' soviel wie 'logisch notwendig' bedeuten soll. Ein anderer haltbarer Begriff von "Notwendigkeit" ist bisher nicht angegeben worden.

Ohne die Formel B könnte unser Formalismus durch Aufnahme der entgegengesetzten Formel ergänzt werden und würde dann mit dem des Reinen Prädikaten-Kalküls zusammenfallen, wobei natürlich die Deutungen von D1–D6 sich ändern würden. Die Bedeutung dieses Sachverhalts wird zu erörtern sein.

Korrektur (21.11.43)

Grundformeln

g): $!\mathfrak{X} \supset (Ex)(F(x) \vee \overline{F(x)})$
Deutung: '$!\mathfrak{X}$' wird gedeutet als Ausdruck der Erurteilung, Aufweisung (oder vermeintlichen Aufweisung) eines Gegenstandes " " als eines Wertes von x.
h): $(Ex)(F(x) \supset [Ex]F(x))$.
i): $[x]F(x) \bar{\supset} (Ex)\, F(x) \ldots [EF]\,[x]\,(F(x) \wedge \overline{(Ex)}\, F(x))$ (bessere Fassung)

(211) Keine unserer Festsetzungen stellt eine Formel als richtig hin, die als Behauptung oder axiomatische Voraussetzung der Existenz (oder der Nichtexistenz) von Gegenständen, als Erfüllungen im Sinnbereich zu deuten wäre. Nur der *Begriff* der Erfüllung wird in logischer Theorie gebraucht und in analytischen Sätzen entwickelt.

ABGELEITETE FORMELN

(1): $!\mathfrak{X} \supset (Ex)$ Aus D2, D1.

Aufweisung eines Gegenstandes schließt die Feststellung eines nicht-leeren Gegenstandsbereiches ein, der zum Sinnbereich von $F(x) \vee \overline{F(x)}$ gehört.

(2): $!\mathfrak{X} \supset F(\mathfrak{X}) \vee \overline{F(\mathfrak{X})}$ Aus D2, D1.

Der aufgewiesene Gegenstand gehört zum Sinnbereich der Bestimmungen, mit denen gearbeitet wird.

(3): $F(\mathfrak{X}) \supset {!\mathfrak{X}}$ Aus D3, D2.

Die prädikative Einzelaussage schließt Aufweisung (Erurteilung) des Subjektsgegenstandes ein oder setzt sie voraus.

Wird 'F' in (3), das für ein beliebiges Prädikat steht, durch '$\bar{F}$', ersetzt, so ergibt sich als unmittelbare Folge:

(4): $\bar{F}(\mathfrak{X}) \supset {!\mathfrak{X}}$ Folgt auch aus D4.

Auch die Prädikation des Negates einer Bestimmung, in einer Einzelaussage behauptet eine Erfüllung.

(5): $F(\mathfrak{X}) \supset (Ex)\, F(x)$ Aus D3.

Eine Anwendung von (5) ist der Satz: "Daß es Fälle, d.h. Erfüllungen von $F(x)$ gibt, wird begründet (bewährt) durch Aufweisung eines $\mathfrak{X}$, das $F(x)$ erfüllt".

(6): $\overline{F(\mathfrak{X})} \equiv \overline{!\mathfrak{X}} \vee \bar{F}(\mathfrak{X})$

Aus D4 durch "Wendung" (Kontraposition).–Eine Aussage über Herakles–nicht über einen Begriff "Herakles"–ist falsch, wenn Herakles die Negation der ihm zugeschriebenen Bestimmung erfüllt, oder nicht existiert (noch existiert hat),–wenn der Name 'Herakles' nichts *bezeichnet*, gleichviel, was er *bedeute*.

(212)

(7): $\overline{F(\mathfrak{X})} \supset \overline{F}(\mathfrak{X}) \vee \overline{(Ex)}(x = \mathfrak{X})$ Aus (6), D2.
(8): $(x) F(x) \supset (Ex)$ Aus D5.
(9): $(x) F(x) \supset \overline{(Ex)}\, \overline{F(x)}$ Aus D5.

Die Implikation (9) ist nicht umkehrbar.

(10): $(x) F(x) \supset (Ex) \wedge \overline{(Ex)}\, \overline{F(x)}$ Aus (8), (9).
(11): $\overline{(Ex)}\, \overline{F(x)} \supset (x) F(x) \vee \overline{(Ex)}$ Aus D5.
(12): $\overline{!\mathfrak{X}} \equiv (x)(x \neq \mathfrak{X}) \vee \overline{(Ex)}$.

Aus D2 folgt $\overline{!\mathfrak{X}} \equiv \overline{(Ex)}(x = \mathfrak{X})$, daraus und aus (11) der Satz.

(13): $(x) F(x) \supset (Ex) F(x)$.

Aus D6 folgt $(Ex)(F(x) \vee \overline{F(x)}) = (Ex) F(x) \vee (Ex) \overline{F(x)}$; daraus und aus (10) der Satz. –Formel (13) hat wesentlich andere Bedeutung als die entsprechende des Reinen Prädikaten-Kalküls.

Die Formeln (8), (9), (10), (13) sind bestimmend für Schlüsse aus Allsätzen auf Seinssätze. Durch Wendung ergeben sich aus ihnen die Folgebeziehungen, die den Schlüssen aus Seinssätzen auf Verneinungen von Allsätzen zu Grunde liegen. Sie werden hier nicht angeführt.

(14): $\overline{(Ex)}\, \overline{F(x)} \wedge !\mathfrak{X} \supset F(\mathfrak{X})$.

Aus (6) folgt $\overline{F(\mathfrak{X})} \supset \overline{!\mathfrak{X}} \vee \overline{F}(\mathfrak{X})$; daraus und aus $\overline{F}(\mathfrak{X}) \supset (Ex) \overline{F(x)}$ das eine Folge von (5) ist, ergibt sich $\overline{F(\mathfrak{X})} \supset \overline{!\mathfrak{X}} \vee (Ex) \overline{F(x)}$; daraus durch Wendung der Satz.

(15): $(x) F(x) \wedge !\mathfrak{X} \supset F(\mathfrak{X})$.

Aus (14) und (9). Der Satz, den die Formel in unserer Deutung ausdrückt, liegt der Anwendung eines Allsatzes auf den erurteilten einzelnen Gegenstand (Fall) zu Grunde; die Einsetzung von '$\mathfrak{X}$' in '$(x) F(x)$' erhält erst durch die Aufweisung "$!\mathfrak{X}$" die Bedeutung, die den Schluß auf den Einzelfall rechtfertigt.

(16): $(x)(F(x) \vee G(x)) \wedge !\mathfrak{X} \supset (F(\mathfrak{X}) \vee G(\mathfrak{X}))$.

Aus (15) durch Einsetzung von '$F(x) \vee G(x)$' für '$F(x)$'.

(17): $(x)(F(x) \supset G(x)) \wedge !\mathfrak{X} \supset (F(\mathfrak{X}) \supset G(\mathfrak{X}))$.

(213) Aus (16) durch Einsetzung von '$\overline{F}$' für 'F'. Eine weitergehende Behauptung ergibt (18).

(18): $(x)(F(x) \supset G(x)) \wedge !\mathfrak{X} \supset \overline{F}(\mathfrak{X}) \vee G(\mathfrak{X})$.

Die logische Bedeutung dieser Formel ist jene Folgebeziehung, die dem Schluß von "Alle Menschen sind sterblich" und "Cajus ist ein Mensch" auf "Cajus ist sterblich" seine Berechtigung gibt. Sie ist in den üblichen Darstellungen nur unvollständig angegeben.[18]

(19): $(x)(F(x) \wedge G(x)) \equiv (x) F(x) \wedge (x) G(x)$.
(20): $(x)(F(x) \supset G(x)) \supset ((x) F(x) \supset (x) G(x))$.

Der behauptete Satz läßt sich umformen in

$$(x)(\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge (x) F(x) \supset (x) G(x).$$

Nun gilt, wegen (19),

$$(x)(\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge (x) F(x) \supset (x)((\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge F(x)),$$

und es gilt

$$(x)((\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge F(x)) \supset (x))\ G(x) \wedge F(x)),$$
$$(x)(G(x) \wedge F(x)) \supset (x)\ G(x),$$

daher der Satz.

Es folgen einige Formeln, die zu deuten sind als Ausdruck der Beziehung zwischen Erfüllbarkeit und Erfüllung.

(21): $[\overline{Ex}]\,F(x) \supset \overline{(Ex)}\,F(x)$.

Aus A durch Wendung. "Ist $F(x)$ unerfüllbar, d.h. logisch widerspruchsvoll, so gibt es keine Erfüllung von $F(x)$".

(22): $[x]\,\overline{F(x)} \supset \overline{(Ex)}\,F(x)$.

Aus (21) mit Rücksicht auf $[x]\,\overline{F(x)} \equiv [\overline{Ex}]\,F(x)$. Deutung für (22): "Wenn Nicht-$F(x)$ unbedingt gilt, so gibt es keine Erfüllung von $F(x)$". Die angegebenen Deutungen für (21), (22) seien statt der anfechtbaren Redewendungen "Was unmöglich ist, existiert nicht", "Was notwendig nicht-ist, ist tatsächlich nicht", und ähnlicher "modallogischer" Sätze vorgeschlagen.

(23): $[x]\,F(x) \supset \overline{(Ex)}\,\overline{F(x)}$ Aus (22).

Das Negat einer unbedingt geltenden Bestimmung ist niemals erfüllt.

(214)

(24): $[x]\,F(x) \wedge (Ex) \supset (x)\,F(x)$.

Aus (23), durch konjunktive Anfügung von '(Ex)' auf beiden Seiten von '$\supset$'.

(25): $[x]\,F(x) \mathrel{\overline{\supset}} (x)\,F(x)$.

Aus $[x]F(x) \supset (x)\,F(x)$ und der richtigen Formel $(x)\,F(x) \supset (Ex)\,F(x)$ würde folgen $[x]\,F(x) \supset (Ex)\,F(x)$ gegen B.

(26): $[x]\,F(x) \wedge\ !\mathfrak{X} \supset (x)\,F(x) \wedge\ !\mathfrak{X}$.

Aus (1) und (24).—Ist $F(x)$ eine gültige Bestimmung, so folgt aus der Aufweisung eines Wertes von x der Allsatz $(x)\,F(x)$.

(27): $[x]\,F(x) \wedge\ !\mathfrak{X} \supset F(\mathfrak{X})$.

Aus (26) und (15).—Der Satz liegt der Anwendung einer gültigen Bestimmung auf den Einzelfall zu Grunde.

(28): $[x]\,(F(x) \supset G(x)) \supset ((x)(F(x) \supset G(x)) \vee \overline{(Ex)})$

Aus (24) durch Einsetzung von '$\overline{F(x)} \vee G(x)$' für '$F(x)$'.

(29): $[x]\,(F(x) \supset G(x)) \supset ((x)\,F(x) \supset (x)\,G(x))$.

Aus

$$([x]\,(\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge (x)\,F(x)) \supset (x)((\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge F(x))$$

einerseits und

$$(x)((\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge F(x)) \supset (x)(G(x) \wedge F(x))$$

und

$$(x)(G(x) \wedge F(x)) \supset (x)\,G(x)$$

andererseits folgt

$$([x](\overline{F(x)} \vee G(x)) \wedge (x)\,F(x)) \supset (x)\,G(x);$$

und das ist, in anderer Schreibung, der Satz.

(30): $([x]F(x) \supset [x]G(x)) \supset ((Ex) \wedge [x]F(x) \supset (x)\,G(x))$.

Aus

$$([x]F(x) \supset [x]G(x)) \supset ((Ex) \wedge [x]F(x) \supset (Ex) \wedge [x]G(x))$$

und

$$(Ex) \wedge [x]G(x) \supset (x)\,G(x).$$

(215) Dagegen ist

$$\text{‘}([x]F(x) \supset [x]G(x)) \supset ((x)\,F(x) \supset (x)\,G(x))\text{’}$$

keine richtige Formel, was sich nach Überführung in die Hilbert'sche konjunktive Normalform an ihrer Gestalt zeigt.

ERGÄNZUNGEN UND ÄNDERUNGEN

21.1.1944

Eigene Grundfestsetzungen von III

g) $F\mathfrak{X} \rightarrow (Ex)\,Fx$ r.Fo.
h) $[EF]([x]Fx \wedge \overline{(Ex)}\,Fx)$ r.Fo.

Regel ε): Wenn ‘$(Ex)\,Fx$’ eine r.Fg. ist, so gibt es eine r.Fg. ‘$F\mathfrak{X}$’.

Definitionen

D.: $\overline{F}(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} (\overline{[x]}\,\overline{Fx}) \wedge \overline{F\mathfrak{X}} \ldots [x]\,\overline{Fx} \vee F\mathfrak{X}$
D.: $!\mathfrak{X} =_{\mathrm{Df}} [F]((\overline{[x]}\,Fx \wedge \overline{[x]}\,\overline{Fx}) \supset (F\mathfrak{X} \vee \overline{F}\,\mathfrak{X}))$

22.1.1944

Grundformeln

g) $!\mathfrak{X} \equiv (EF)(\overline{[x]}\,Fx \wedge F\mathfrak{X})$ r.Fo.
h) $!\mathfrak{X} \wedge F\mathfrak{X} \supset (Ex)\,Fx$ r.Fo.
i) $[EF]([x]Fx \wedge \overline{(Ex)}\,Fx)$ r.Fo.

25.1.1944

$$!\mathfrak{X} \equiv (EF)(F\mathfrak{X} \wedge \overline{[x]}\,Fx)$$
$$\overline{!\mathfrak{X}} \equiv (F)(\overline{F\mathfrak{X}} \vee [x]\,Fx)$$
$$\overline{!\mathfrak{X}} \rightarrow (\overline{[x]}\,Fx \rightarrow \underline{\overline{F\mathfrak{X}}})$$
$$\overline{!\mathfrak{X}} \rightarrow (\overline{[x]}\,\overline{Fx} \rightarrow \overline{\overline{F}|\mathfrak{X}})$$
$$\overline{!\mathfrak{X}} \rightarrow ((\overline{[x]}\,Fx \wedge \overline{[x]}\,\overline{Fx}) \rightarrow (\overline{F\mathfrak{X}} \wedge \overline{\overline{F}\,\mathfrak{X}})$$

27.1.1944

$$!\mathfrak{X} \equiv (EF)(F\mathfrak{X} \wedge \overline{[x]}\,Fx)$$
$$(!\mathfrak{X} \wedge F\mathfrak{X}) \rightarrow (Ex)\,Fx$$
$$\overline{F}\,\mathfrak{X} =_{\mathrm{Df}} !\mathfrak{X} \wedge \overline{F\mathfrak{X}}$$
$$!\mathfrak{X} \rightarrow (F\mathfrak{X} \vee \overline{F}\,\mathfrak{X})$$

(216)

5.2.1944

Ein neues System

Postulate: g), h), i), j); Definitionen: D1-D4

g) $(F\mathfrak{X} \wedge \overline{[x]}\, Fx) \supset\, !\mathfrak{X}$

h) $(!\mathfrak{X} \wedge F\mathfrak{X}) \supset (Ex)\, Fx$

D1 $\bar{F}\mathfrak{X} =_{\mathrm{Df}} \overline{F\mathfrak{X}} \wedge\, !\mathfrak{X}$

(1) $(F\mathfrak{X} \wedge \overline{[x]}\, Fx) \supset (Ex)\, Fx$ aus g), h)

(2) $!\mathfrak{X} \supset (F\mathfrak{X} \supset (Ex)\, Fx)$ aus h)

(2′) $!\mathfrak{X} \supset (\overline{F\mathfrak{X}} \vee (Ex)\, Fx)$

(3) $(\overline{F\mathfrak{X}} \wedge \overline{[x]}\, \overline{Fx}) \supset \bar{F}\mathfrak{X}$ aus (1) folgt $(\overline{F\mathfrak{X}} \wedge \overline{[x]}\, \overline{Fx}) \supset (!\mathfrak{X} \wedge \overline{F\mathfrak{X}})$; daraus und aus D1 folgt (3)

(4) $(\bar{F}\mathfrak{X} \vee F\mathfrak{X}) \equiv (!\mathfrak{X} \vee F\mathfrak{X})$ aus D1

(4′) $(\overline{F\mathfrak{X}} \supset \bar{F}\mathfrak{X}) \equiv (\overline{F\mathfrak{X}} \supset\, !\mathfrak{X})$

(5) $\overline{\bar{F}}\mathfrak{X} \equiv (F\mathfrak{X} \vee \overline{!\mathfrak{X}})$ aus D1

(6) $!\mathfrak{X} \supset (F\mathfrak{X} \vee \bar{F}\mathfrak{X})$ aus (4): $!\mathfrak{X} \supset \bar{F}\mathfrak{X} \vee F\mathfrak{X}$

(7) $(\overline{F\mathfrak{X}} \wedge \bar{F}\mathfrak{X}) \supset \overline{!\mathfrak{X}}$

(8) $\overline{!\mathfrak{X}} \supset \overline{F\mathfrak{X}} \vee [x]\, Fx$ aus g)

(9) $!\mathfrak{X} \supset ((Ex)\, Fx \vee (Ex)\, \overline{Fx})$ aus h) nach Sätzen von F

D2 $(Ex)(Fx \vee Gx) =_{\mathrm{Df}} ((Ex)\, Fx \vee (Ex)\, Gx)$

D3 $(Ex) =_{\mathrm{Df}} (Ex)(Fx \vee \overline{Fx})$

(10) $!\mathfrak{X} \supset (Ex)$ aus (9) und D2, D3

(11) $((\overline{Ex})\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X}) \supset \bar{F}\mathfrak{X}$ aus h) durch Wendung: $(\overline{Ex})\, Fx \supset (\overline{\bar{F}\mathfrak{X}} \vee \overline{!\mathfrak{X}})$ daraus $(\overline{Ex})\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X} \supset (\overline{F\mathfrak{X}} \wedge\, !\mathfrak{X}) \vee (\overline{!\mathfrak{X}} \wedge\, !\mathfrak{X})$ und weiter $(\overline{Ex})\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X} \supset \overline{F\mathfrak{X}} \wedge\, !\mathfrak{X}$, und wegen D1 der Satz

(12) $((\overline{Ex})\, \overline{Fx} \wedge\, !\mathfrak{X}) \supset F\mathfrak{X}$ nach Einsetzung von '$\bar{F}$' für 'F' in h), abzuleiten wie (11)

D4 $(x)\, Fx =_{\mathrm{Df}} (Ex) \wedge (\overline{Ex})\, \overline{Fx}$

(13) $(\overline{Ex})\, \overline{Fx} \supset ((x)\, Fx \vee (\overline{Ex}))$ aus D4

(14) $(\overline{Ex})\, Fx \supset ((x)\, \overline{Fx} \vee (\overline{Ex}))$ aus D4

(15) $((x)\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X}) \supset F\mathfrak{X}$ aus D4 und (12)

(16) $(x)\, Fx \equiv (Ex)\, Fx \wedge (\overline{Ex})\, \overline{Fx}$

(217)

(17) $(x)(Fx \supset Gx) \wedge\, !\mathfrak{X} \supset (F\mathfrak{X} \supset G\mathfrak{X})$ aus (15) durch Einsetzung von '$\overline{Fx} \vee Gx$' für 'Fx'

(18) $(x)(Fx \supset Gx) \wedge\, !\mathfrak{X} \supset (\bar{F}\mathfrak{X} \vee G\mathfrak{X})$ aus (17) und D1 (18) ist inhaltsreicher als (17)

(19) $(x)(Fx \wedge Gx) \equiv (x)\, Fx \wedge (x)\, Gx$

6.2.1944

(20) $(x)(Fx \supset Gx) \supset ((x)\, Fx \supset (x)\, Gx)$

i) $(Ex)\, Fx \supset [Ex]\, Fx$

(21) $[\overline{Ex}]\, Fx \supset (\overline{Ex})\, Fx$ aus i) durch Wendung

(21′) $[x]\, \overline{Fx} \supset (\overline{Ex})\, Fx$ aus (21)

(21″) $[x]\, Fx \supset (\overline{Ex})\, \overline{Fx}$

(22) $[x]\, Fx \wedge (Ex) \supset (x)\, Fx$ aus (21″) nach konjunktiver Anfügung von '(Ex)' auf jeder Seite von '$\supset$'

(23) $[x]\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X} \supset (x)\, Fx$ aus (22) und (10)

(24) $[x]\, Fx \wedge\, !\mathfrak{X} \supset F\mathfrak{X}$ aus (23) und (15)

(25) $[x](Fx \supset Gx) \supset ((x)(Fx \supset Gx) \vee (\overline{Ex}))$ aus (21″) und (13)
(26) $[x](Fx \supset Gx) \supset ((x)Fx \supset (x)Gx)$
(27) $([x]Fx \supset [x]Gx) \supset ((Ex) \wedge [x]Fx \supset (x)Gx)$

Rudolf Carnaps Devise "In logic, there are no morals" findet sich bei Mally—im Zusammenhang seiner strengen Unterscheidung zwischen dem was Logik für den Begriff der Existenz leisten kann und den existentialen Voraussetzungen des Russellschen Kalküls—in der mehr der Wiener Küche abgelauschten Formulierung (*op. cit.*, p. 221): "In der Geometrie darf nicht von Knödelkochen die Rede sein." Von Anbeginn ist und bleibt es Mallys Anliegen zwischen (wie er es nennt) *Sinnfragen und Seinsfragen* zu unterscheiden. Was Russell als einen Mangel an logischer Reinheit sich selbst vorhielt, führte Mally als ein Beispiel logischer Genauigkeit in seinem Kalkül existenzunabhängiger Logik ebenso durch als daß er den gelegentlich notierten Mangel der schweren Lesbarkeit des Systems Leśniewskis durch die absichtliche Anlehnung an Hilbert und Ackermann vermeidet. Es ist zu hoffen, daß Ernst Mallys Beitrag zur Aufdeckung und Vermeidung existentialer Voraussetzungen in logischen Kalkülen mehr und mehr die philosophische Weltöffentlichkeit erreicht.

ANMERKUNGEN

1. Vgl. dazu E. C. Luschei, *The Logical Systems of Leśniewski*, North-Holland, Amsterdam, 1962, p. 321.

2. Zur deutschen Terminologie vgl. C. Lejewski, "Zu Leśniewski's Ontologie," *Ratio* (deutsche Ausgabe), vol. 1 (1957/8), Heft II, pp. 50-78. Neben der in Anmerkung 1 genannten Monographie mit reichen Literaturangaben, S. 320-333, vgl. auch J. G. Kowalski, "Leśniewski's ontology extended with the axiom of choice," *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XVIII (1977), pp. 1-78.

3. *Cf.*, Kowalski, *op. cit.*, p. 2.

4. *Cf.*, E. Mally, *Logische Schriften. Großes Logikfragment–Grundgesetze des Sollens.* Hrsg. von K. Wolf und P. Weingartner, Dordrecht, 1971, hiezu 203, wo Mally unter Bezugnahme auf B. Russells *Einführung in die Mathematische Philosophie* (deutsche Ausgabe 1923, S. 205-207) über die *Principia Mathematica* äußert: ". . . sie ist keine Logik, sondern ein System von Wirklichkeitsaussagen, sofern sie die Existenz von Gegenständen in allen ihren Sätzen mitbehauptet". Dies hatte Russell selbst in der vorletzten Anmerkung seiner 1919 erschienenen *Introduction to Mathematical Philosophy* "as a defect in logical purity" hingestellt.

5. So nach P. Weingartner in seinen *Bemerkungen zu Mallys später Logik* in der mit K. Wolf besorgten Ausgabe, *op. cit.*, pp. 23-25. Bereits 1911 hatte Leśniewski seine später verworfene, erste Analyse der Existenzialurteile "Przyczynek do analizy zdań egzystencjalnych," *Przegląd Filosoficzny*, vol. 14 (1911), pp. 329-345 veröffentlicht, worin er u.a. auf Brentano (§6, §8), J. S. Mill (§3), Husserl (§3), und H. Cornelius (§1) bezugnimmt.

6. So zuerst in *Ruch Filosoficzny*, vol. 29 (1971), No. 3-4; wörtliche Übernahme durch E. W. Spruit, *Bibliographie de la Philosophie*, vol. 22 (1975), p. 201 (=N. 594). Vgl. L. Martinez G., *Pensamiento*, vol. 30 (1974): " . . . tan preocupado por los fundamentos ontológicos de la lógica . . . "; ähnlich in *Neuer Bücherdienst*, August 1973 bzw. *Stromata-Ciencia y Fe*, Nov. 1972.

7. Die nun folgenden Texte werden wörtlich aus den *Logischen Schriften* (*op. cit.*) mit eingefügter Originalpaginierung wiedergegeben. (Der Verfasser dankt dem Verlag Reidel, Dordrecht, für die diesbezügliche Erlaubnis.)

8. *Cf.* Mallys Bezeichnung für den Kalkül der *Principia Mathematica*; vgl. seine Kapitel *Über "existentiale" Logik* und *Schranken "existentialer" Logik, op. cit.*, pp. 150-155 und 156-161.

9. Mally nennt seinen Formalismus *existenzfrei*; um hier gegen die im Anschluß an H. S. Leonard entstandene *free logic*, die die Russellschen Existenzvoraussetzungen zwar explizit werden aber nicht verschwinden läßt, abzugrenzen, nennen wir Logiksysteme vom Typ Leśniewski's *existenzunabhängig*.

10. [Anmerkung Mallys] *Cf.* auch B. Russell, *Einführung in die Mathematische Philosophie*, München, 1923, pp. 205-207. [Die jedenfalls fehlerhafte Angabe p. 270 in *op. cit.* muß wohl auf p. (205-) 207 verbessert werden. Zusatz des Verfassers.]

11. Abkürzung Mallys für D. Hilbert und W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, 2. Auflage, Berlin, 1938.

12. Vgl. die vorhin zitierte Passage aus dem Brief an G. Laurin (*op. cit.*, p. 219).

13. Formalismus III.

14. Mallys Abkürzung für *richtige Formel*. Für *richtige Figur* steht gelegentlich *r.Fg.*

15. Formalismus I (*op. cit.*, pp. 189-199).

16. Die unterschiedliche Klammernsetzung bei den Variablen (ohne unterschiedliche Deutung der Formeln) findet sich bereits im Mallyschen Text.

17. Vgl. K. Lambert and T. Scharle, "A translation theorem for two systems of free logic," *Logique et Analyse*, vol. 10 (1967), pp. 328-341; W. L. Gombocz, *Über E!. Zur Semantik des Existenzprädikates . . .* , Wien 1974, pp. 24-26.

18. [Anmerkung Mallys] *Cf.* H.u.A. p. 82.

Karl-Franzens-Universität Graz
Graz, Austria