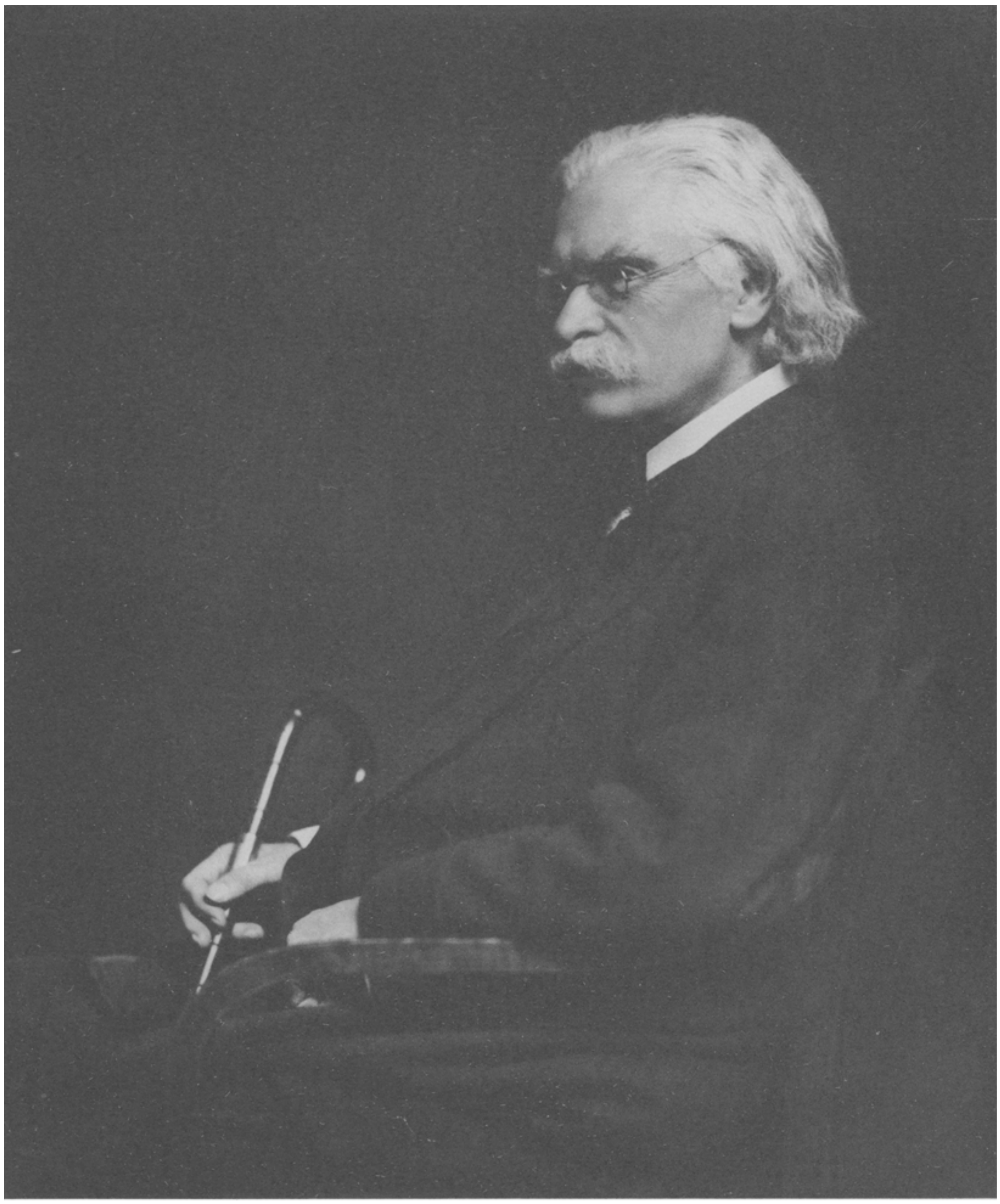

GOODWIN · STHM · 1916

A BÖRTZELLS TRYCKERI A.B. STHLM.

Mittag-Leffler

G. MITTAG-LEFFLER.

Die Mathematik hat einen schmerzlichen Verlust erlitten: Mittag-Leffler weilt nicht mehr unter den Lebenden. Er war eine der wahrhaft grossen Persönlichkeiten im Reiche der Wissenschaft, eine Persönlichkeit von internationalem Ausmasse und doch von durchaus nationaler Prägung. Waren ihm auch einige der national-schwedischen Charaktereigenschaften sogar in verstärktem Masse eigen, so bewegte er sich doch am liebsten in internationaler Umgebung und hat durch den Einfluss seiner Persönlichkeit dazu beigetragen, schwedische Wissenschaft in allen Kulturländern bekannt und hoch geachtet zu machen. In diesem Manne wohnte ein feuriger Idealismus; er liebte die freie, durch keinerlei politische oder wirtschaftliche Rücksichten gebundene Forschung; er liebte hoch über allem anderen die reine Mathematik; sie betrachtete er als die Grundlage alles wissenschaftlichen Forschens. Am Eingange des Mathematischen Instituts, das von ihm in Djursholm errichtet worden ist, hat er folgende Worte einmeisseln lassen:

Talet är tänkandets början och slut,
Med tanken föddes talet,
Utöfver talet når tanken icke,

zu deutsch:

Die Zahl ist Anfang und Ende des Denkens,
Mit dem Gedanken wird die Zahl geboren,
Über die Zahl hinaus reicht der Gedanke nicht.

Mittag-Lefflers Bedeutung für die internationale wissenschaftliche Zusammenarbeit war sehr gross. Er war ein tätiger Teilnehmer an den internationalen Mathematikerkongressen und vertrat auf ihnen sein Heimatland in unübertrefflicher Weise. Er gehörte zu dem Kreise von Männern, welche den Anstoss zur Abhaltung des ersten internationalen Mathematikerkongresses in Zürich 1897 gaben, und war Vizepräsident auf den darauf folgenden internationalen Mathematikerkongressen in Paris 1900, Rom 1908 und Cambridge 1912; beim Kongress in Toronto 1924 wurde er zum Ehrenvorsitzenden der Union mathématique internationale gewählt. Mittag-Leffler hat weiterhin die Initiative zur Veranstaltung skandinavischer Mathematikerkongresse ergriffen. Unter seiner Leitung trat der erste dieser Kongresse 1909 in Stockholm zusammen, und man kann ohne Übertreibung sagen, dass er die treibende Kraft und der sammelnde Mittelpunkt sowohl bei diesem ersten als auch bei den darauf folgenden fünf weiteren skandinavischen Mathematikerkongressen gewesen ist. Auf dem letzten, 1925 in Kopenhagen abgehaltenen bekleidete er das Amt des Ehrenvorsitzenden. Man wird allgemeine Zustimmung finden, wenn man die sechs gedruckten Berichte über die skandinavischen Mathematikerkongresse als eine wertvolle Bereicherung des mathematischen Schrifttums bezeichnet.

Mittag-Leffler war der Begründer und 45 Jahre hindurch der Herausgeber der Acta mathematica, und er hat hierdurch Ausserordentliches für die internationale mathematische Forschung geleistet. Unter seiner Leitung nahmen die Acta mathematica vom ersten Tage ihres Bestehens an eine hervorstechende Stelle unter den periodischen mathematischen Veröffentlichungen ein. Die bisherigen Bände enthalten eine Reihe Abhandlungen von höchstem Werte, die stets ihren Platz in der Analysis behalten werden. In der Vorrede zum ersten Bande der Acta gibt Mittag-Leffler das Ziel seiner Zeitschrift mit folgenden Worten an:

»Der Zeitpunkt, zu welchem wir die Herausgabe beginnen, ist gewiss einer der fruchtbarsten in der Geschichte der Mathematik wegen der grossen Anzahl und Wichtigkeit der Entdeckungen auf dem Gebiete der Analysis. Dieses rege Leben ist durch die in verschiedenen Ländern herausgegebenen mathematischen Zeitschriften, welche die Arbeiten der ersten Mathematiker unserer Zeit enthalten, wesentlich gefördert worden. Unser Zweck ist nun, in derselben Richtung mitzuarbeiten, indem wir Abhandlungen sammeln und veröffentlichen, welche durch das Bemerkenswerte ihrer Resultate oder die Originalität der Methoden zur Förderung der Wissenschaft beitragen.

Hervorragende Mathematiker aller Länder haben, indem sie ihre Mitwirkung zusagten, uns einen Beweis ihrer Teilnahme gegeben, der uns zu grösstem Danke verpflichtet und welchem wir durch den Eifer und die Sorgfalt zu entsprechen hoffen, die wir unseren Veröffentlichungen widmen werden.

Möchte dem Unternehmen, das nur aus reiner Liebe zur Wissenschaft entstanden ist, bei den Mathematikern eine günstige und wohlwollende Aufnahme zuteilwerden!»

Nach dem Rate von Hermite und Weierstrass leitete Mittag-Leffler die Acta mathematica unter durchaus internationalen Gesichtspunkten. Er wurde hierbei unterstützt durch einen aus hervorragenden Mathematikern der vier skandinavischen Länder bestehenden Redaktionsausschuss. Die Mitglieder des ursprünglichen Ausschusses sind sämtlich nicht mehr am Leben; es waren A. V. Bäcklund, H. Th. Daug, H. Gyldén, Hj. Holmgren, C. J. Malmsten für Schweden, C. A. Bjerknes, O. J. Broch, S. Lie, L. Sylow für Norwegen, L. Lorenz, J. Petersen, H. G. Zeuthen für Dänemark, L. Lindelöf für Finnland.

Drei Jahre nach der Gründung der Acta mathematica schrieb Weierstrass an Mittag-Leffler:

»Es drängt mich, zugleich der Befriedigung Ausdruck zu geben, mit der ich den erfreulichen Fortgang Ihres Unternehmens begleite. Vielleicht wäre es verzeihlich, wenn ich als Mitherausgeber der ältesten von den gegenwärtig existierenden mathematischen Zeitschriften eine Anwandlung von Neid darüber empfände, dass es Ihnen gelungen ist, von Anfang an für die Acta so viele altbewährte Meister und junge, aufstrebende Talente als Mitarbeiter zu gewinnen, und zwar nicht bloss aus den skandinavischen Ländern, sondern auch aus Deutschland, Frankreich, Italien.» — »Es ist mein Wunsch und meine Hoffnung, dass die Acta auch fernerhin mit ebenso glänzendem Erfolge, wie bis jetzt, ein internationales Organ für die Fortentwicklung unserer Wissenschaft, der am meisten kosmopolitischen von allen, bleiben mögen.»

Nach dem Abschlusse des 20. Bandes der Acta mathematica empfing Mittag-Leffler die nachstehende Adresse:

»Monsieur,

Vous avez rendu aux géomètres, par la fondation des Acta mathematica, un service de la plus haute importance qui vous a mérité la reconnaissance unanime. Ce qu'ont fait Crelle et Liouville pour l'Allemagne et pour la France, vous l'avez fait avec un égal succès pour les pays Scandinaves.

A une époque où se multiplient les travaux et les découvertes, vous avez pris la mission, et vous l'avez remplie avec honneur, de concourir au progrès des Mathématiques en facilitant aux auteurs la publicité de leurs œuvres.

Le journal, auquel depuis treize ans vous avez consacré votre dévouement et votre talent, a eu l'heureuse fortune d'accueillir des mémoires d'un mérite exceptionnel qui resteront à jamais dans l'Analyse.

Il s'est placé au plus haut rang parmi les publications périodiques actuelles; il a donné une impulsion féconde aux études mathématiques dans les pays Scandinaves qui réunissent avec orgueil la gloire d'Abel à celle de Linné, de Scheele, de Berzélius et d'Œrsted.

Au nom des amis de l'Analyse, nous vous exprimons le vœu que les Acta mathematica poursuivent, pour le bien de la science, une carrière commencée avec éclat et encouragée par l'universelle sympathie des géomètres.»

Diese Adresse war von 30 der ersten Meister der Analysis in jener Zeit unterzeichnet, nämlich von:

Weierstrass, du Bois-Reymond, Fuchs, Schering, Craig, Newcomb, Weyr, Lerch, Lord Kelvin, Lord Rayleigh, Sylvester, Mansion, Bertrand, Hermite, Jordan, Darboux, Poincaré, Picard, Appell, Brioschi, Cremona, Beltrami, Sonin, Markov, Stephanos, Schoute, Gomes Texeira, Emmanuel, Petrovitch, Geiser.

Angeschlossen hatten sich noch gegen 370 weitere Mathematiker aus Amerika, Belgien, Dänemark, Deutschland, England, Finnland, Frankreich, Griechenland, Holland, Italien, Norwegen, Österreich-Ungarn, Portugal, Rumänien, Russland, Schweden, Schweiz, Serbien, Spanien.

Kurz vor seinem Tode konnte Mittag-Leffler sich noch an einem neuen Beweise dafür erfreuen, wie hoch die mathematischen Fachgenossen im In- und Auslande seine Leistungen als Herausgeber der Acta mathematica einschätzten. Zum 80. Geburtstage wurde ihm eine ihm gewidmete Festschrift überreicht, die aus den drei letzterschienenen Bänden der Zeitschrift bestand und Beiträge von 46 hervorragenden Mathematikern enthielt.

Bereits früher einmal hatten die Acta mathematica eine gleich umfangreiche Festschrift herausgegeben; Band 26, 27 und 28 waren dem Andenken an Niels Henrik Abel geweiht worden. Diese Abel-Festschrift wird eingeleitet durch eine bis dahin unbekannte Arbeit von Abel und umfasst im übrigen eine Reihe Abhandlungen, welche in unmittelbarer Verbindung mit Abels Untersuchungen stehen. Bei der in Kristiania zur Erinnerung an die 100. Wiederkehr von Abels Geburtstag abgehaltenen Feier überreichte Mittag-Leffler diese drei Bände der Acta mathematica der Universität Kristiania mit folgenden Worten:

»Hochverehrter Herr Rektor, meine Herren Kollegen der Universität Kristiania!

Die Mathematik, die älteste und höchstentwickelte der Wissenschaften, hat viele Namen aufzuweisen, welche Marksteine auf dem Wege der Entwicklung des menschlichen Denkens darstellen. Einer von ihnen ist der Name Niels Henrik Abel, der uns zur heutigen Feierstunde versammelt hat, der Name des Jünglings mit kindlichem Gemüt, des Denkers, der ewige Gesetze für die Wissenschaft der Zahl niederschrieb, des Glücklichen, der die Schöpferfreude kostete wie nur die Grössten der Menschheit und wusste, dass die Zeit an der Herscherstellung seiner Gedanken nicht rütteln kann.

Abels Blick über die Wissenschaft war allumfassend, er war stets auf das Höchste gerichtet, auf das Ideal selbst, so hat sein grösster Schüler Weierstrass ihn charakterisiert. In diesem Sinne bringe ich Ihnen hiermit eine Gabe von 50 Mathematikern, welche alle wünschen, unter Abels Schüler gerechnet zu werden, und hoffen, in irgendeiner Weise zur Fortsetzung seines Werkes beitragen zu können.»

Die Studenten der Universität Kristiania brachten den ausländischen Abgesandten beim Abelfeste eine Huldigung dar. Dabei hielt Mittag-Leffler folgende Ansprache an sie:

»Kommilitonen der Universität Kristiania!

Unser Dank für die Huldigung, die Sie uns Abgesandten der verschiedenen gelehrten Gesellschaften der Welt, welche Mathematik treiben und pflegen, dargebracht haben, ist Ihnen schon von Herrn Newcomb, dem ältesten von uns, ausgesprochen worden. Wir meinen aber, dass noch ein Dankeswort zu Ihnen klingen sollte, dieses Mal in nordischer Zunge. Kommilitonen aus Kristiania, der Tag ist der Ihre gewesen, heute und gestern; denn wem gehört Abel näher zu als Ihnen, Abel, der niemals einen anderen Titel trug als den stolzen Titel »Der Bescheidene», als Mathematiker und als norwegischer Student, Abel, der Ihr Leben lebte, der Ihre Bekümmerungen teilte und Ihre Freuden kannte, aber der Gedanken dachte, deren Form und Inhalt bestimmend wurde für die Lehre von der Zahl, die höchste, strengste und schwerste der Wissenschaften.

Schöne Worte sind gesagt worden zu uns Abgesandten, welche hierher gekommen sind, um Abels Andenken zu feiern, und man hat unsere wissenschaftliche Bedeutung und unser wissenschaftliches Tun hoch gepriesen. Aber wir alle sind, das sollen Sie wissen, norwegische Kommilitonen, nur die bescheidensten Nachsucher in den Gedanken Ihres Abel, auf diesen ruht unser Lebenswerk, und nur mit diesen können wir auf einen Platz in der Wissenschaft der Nachwelt hoffen. Glücklich preise ich Sie, norwegische Kommilitonen. Viele grosse Männer sind einmal Studenten gewesen. Keiner ist mehr als Abel schon als Student in die Unsterblichkeit eingegangen. Keine Universität, keine studentische Gemeinschaft sonst weist eine solche Erinnerung auf.

Bleiben Sie stets dieser Erinnerung würdig, vergessen Sie nie die strengen Ihnen hierdurch auferlegten Pflichten, halten Sie stets das Ideal in gleicher Höhe, die es für Niels Henrik Abel einnahm — das wünscht Ihnen ein Mathematiker, der Ihr und Norwegens Freund ist.»

Magnus Gustaf Mittag-Leffler wurde geboren in Stockholm am 16. März 1846. Seine Eltern, *John Olof Leffler* (geb. 1813, gest. 1884) und *Gustava Vilhelmina Mittag* (geb. 1817, gest. 1903), wohnten, als er, ihr Erstgeborener, zur Welt kam, in einer bescheidenen Wohnung von ein paar kleinen niedrigen Zimmern im südlichen Giebel des alten Klara-Schulhauses. Später zog die Familie nach dem sogenannten Gotherschen oder Westmannschen Hause bei der nördlichen Klara-Friedhofspforte; hier wurden Mittag-Lefflers Schwester, die bekannte Schriftstellerin *Anne Charlotte Edgren Leffler*, spätere Herzogin von Cajanello, und sein Bruder, der angesehene Sprachforscher *Frits Läffler* geboren; von den Geschwistern lebt heute noch der jüngste Bruder, Ingenieur *Artur Leffler*.

Mittag-Lefflers Vater war Schuldirektor und 1867—1870 einer der Vertreter für Stockholm in der 2. Kammer des Reichstages. Trotz bescheidenen wirtschaftlichen Verhältnissen führte er ein gastfreies Haus, in dem sich oft ein Kreis froher, liebenswürdiger und geistig angeregter Menschen versammelte. Die Mutter war ihrer Begabung und ihren Charaktereigenschaften nach den meisten Frauen überlegen. Sie erreichte in voller geistiger Frische das hohe Alter von 85 Jahren. Ihr Vater, Propst Mittag, hatte wissenschaftliche Begabung; er ist der Verfasser einer viele Jahre gebrauchten Ausgabe des schwedischen Kirchengesetzes. Der berühmte Mathematiker sprach von diesem Grossvater stets mit einem gewissen Stolze. Seine ganze Kindheit hindurch verlebte er den Sommer bei Propst Mittag in Fogelås Pfarrhofe am Wettersee. Von dort aus war er oft Gast auf dem in der Nähe liegenden Herrenhofe Almnäs bei Graf Alexis Sparre und der geistvollen Gräfin Sparre geb. Anker, die seine Patin war.

Mittag-Lefflers mathematische Begabung zeigte sich schon in seiner Kindheit. In der Klara-Schule nahm er am mathematischen Unterrichte einer Klassenstufe drei Jahre über seiner eigenen Klasse teil. Im Stockholmer Gymnasium, in das er später eintrat, war er von der Teilnahme am allgemeinen mathematischen Unterricht überhaupt befreit und wurde statt dessen mit weitergehenden mathematischen Studien, unter anderem der Werke von Cauchy, beschäftigt. Diese Studien setzte er in den Jahren 1865—1872 an der Universität Uppsala fort und erwarb als Abschluss die philosophische Doktorwürde. Noch im selben Jahre 1872 wurde er zum Dozenten der Mathematik an der Universität Uppsala ernannt. 1873 begab er sich als Bysantinscher Stipendiat auf eine dreijährige

Studienreise nach Paris, Göttingen und Berlin. In Paris kam er namentlich mit Hermite, Liouville und Chasles in Berührung, später auch mit Appell, Picard und Poincaré; er besuchte Hermites Vorlesungen über elliptische Funktionen und trat in ein freundschaftliches Verhältnis zu dem berühmten Forscher, das lange Jahre hindurch, bis zu Hermites Tode, bestehen bleiben sollte.

Mittag-Leffler hat einmal erzählt, wie ihn bei seinem ersten Besuche bei Hermite dieser durch die Worte überraschte: »Vous avez fait erreur, Monsieur, vous auriez dû suivre les cours de Weierstrass à Berlin. C'est notre maître à tous.» Mittag-Leffler setzt hinzu, dass er hierbei Weierstrass' Namen zum ersten Male hörte. Beinahe widerstrebend folgte er ein Jahr später dem Rate und reiste nach Berlin. Der dortige Studienaufenthalt gewann die grösste Bedeutung für seine weitere Entwicklung. Im Wintersemester 1874—1875 hörte er bei Weierstrass dessen grosse Vorlesung über elliptische Funktionen und zusammen mit nur zwei anderen Hörern eine Vorlesung über Differentialgleichungen. Im Sommersemester 1875 schloss sich die Vorlesung über die Anwendung der elliptischen Funktionen auf Geometrie und Mechanik an. Die Weierstrassschen funktionentheoretischen Untersuchungen machten den stärksten Eindruck auf Mittag-Leffler und beeinflussten sein ganzes späteres eigenes Schaffen.

Im Frühjahr 1876 erhielt Mittag-Leffler eine Berufung auf einen Lehrstuhl an der Universität Berlin, lehnte sie jedoch ab und bewarb sich um die durch L. Lindelöfs Ausscheiden erledigte Professur für Mathematik an der Universität Helsingfors. Im Frühjahr 1877 konnte er dann auf Grund einer Habilitationsschrift über die Theorie der elliptischen Funktionen[1] diese Professur wirklich antreten. In dieser Abhandlung gibt Mittag-Leffler auf Weierstrass' Veranlassung Rechenschaft über die verschiedenen Wege, welche zur analytischen Darstellung der elliptischen Funktionen führen, und arbeitet die Grundgedanken heraus, welche die Aufstellung der Theorie der elliptischen Funktionen vorbereitet und ermöglicht haben.

Der Aufenthalt in Helsingfors war nur von kurzer Dauer. Schon 1881 wurde Mittag-Leffler zum Professor der Mathematik an der Hochschule in Stockholm ernannt, als erster der Lehrer an dieser neuerrichteten wissenschaftlichen Anstalt.

---

[1] En Metod att komma i analytisk besittning af de elliptiska funktionerna, Helsingfors 1876. Später ist eine englische Übersetzung dieses kleinen Buches in den *Annals of Mathematics* (2) 24, p. 271—351 (1923) unter dem Titel: »An introduction to the theory of elliptic functions» erschienen.

Fast alle mathematischen Untersuchungen Mittag-Lefflers betreffen die Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen. Nachdem Weierstrass 1876 seine bekannten Existenzsätze und die zugehörigen Produktdarstellungen für ganze transzendente Funktionen mit willkürlich vorgegebenen Nullstellen und für meromorfe Funktionen mit vorgegebenen Nullstellen und Polen veröffentlicht hatte, bewies Mittag-Leffler im darauffolgenden Jahre, dass der Satz über die Partialbruchzerlegung einer rationalen Funktion auf meromorfe Funktionen ausgedehnt werden kann, und zwar in folgender Weise[1]:

Vorgelegt sei eine unendliche Punktfolge $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ mit $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \infty$ und zum Punkte a_n ein beliebiges Polynom in $\dfrac{1}{z-a_n}$:

$$g_n\left(\frac{1}{z-a_n}\right) = \frac{A_1^{(n)}}{z-a_n} + \cdots + \frac{A_{r_n}^{(n)}}{(z-a_n)^{r_n}}.$$

Dann gibt es eine eindeutige analytische Funktion $f(z)$, welche in den Punkten a_n Pole mit den Hauptteilen g_n aufweist und sonst im Endlichen überall regulär ist. Eine solche Funktion kann dargestellt werden durch eine Reihe von der Form

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty}\left\{g_n\left(\frac{1}{z-a_n}\right) - \gamma_n(z)\right\}, \tag{1}$$

wobei $\gamma_n(z)$ ein Polynom in z ist und die Reihe in jedem endlichen abgeschlossenen Bereiche, der keinen von den Punkten a_n enthält, gleichmässig konvergiert. Die allgemeine Funktion $F(z)$ mit den gewünschten Eigenschaften ist von der Gestalt

$$F(z) = f(z) + G(z)$$

mit willkürlichem ganzem $G(z)$.

Weierstrass[2] hat Mittag-Lefflers Beweis für diesen Satz vereinfacht in einer Abhandlung mit dem Titel: »Ueber einen funktionentheoretischen Satz des Herrn G. Mittag-Leffler», und Hermite[3] pflegte den Mittag-Lefflerschen Satz in seinen Vorlesungen an der Sorbonne ausführlich zu besprechen. Hierdurch wurde der Name Mittag-Lefflers rasch in weiten Kreisen bekannt. Heute ist der Satz auf

[1] Öfversigt af kongl. svenska Vetenskapsakademiens Förhandlingar, Bd. 34 (1877).
[2] Monatsberichte d. Berliner Akad. d. Wiss., 5. August 1880 = Werke Bd. 2, p. 189—199.
[3] Cours de M. Hermite, 4ième édition, Paris 1891, p. 98—106, p. 150—154.

Grund seiner zahlreichen Anwendungen klassisch geworden und in alle Lehrbücher der Funktionentheorie übergegangen.[1]

In einer späteren Abhandlung[2] stellt sich Mittag-Leffler das Ziel, die Theorie der Darstellung eindeutiger analytischer Funktionen einer Veränderlichen in gewissem Sinne zur selben Vollkommenheit zu bringen wie bei den rationalen Funktionen. Hierbei beweist er u. a. den folgenden Satz, der gewöhnlich als der verallgemeinerte Mittag-Lefflersche Satz bezeichnet wird: Gegeben sei eine isolierte unendliche Punktmenge $a_1, a_2, a_3, \ldots$. Sie heisse E, während die abgeleitete Menge E' genannt werden möge. Jedem Punkte a_n werde ein Polynom in $\frac{1}{z-a_n}$, etwa $g_n\left(\frac{1}{z-a_n}\right)$, willkürlich zugeordnet. Dann gibt es eine eindeutige analytische Funktion $f(z)$, die in jedem zusammenhängenden, von den Punkten von E und E' freien Gebiete regulär ist und in jedem der Punkte a_n einen Pol mit dem Hauptteil g_n hat. Die Funktion $f(z)$ kann dargestellt werden durch eine Reihe von der Form (1), wobei $\gamma_n(z)$ eine rationale Funktion von z bedeutet.

In derselben Abhandlung gibt Mittag-Leffler auch einen noch allgemeineren Satz, der als eine Verallgemeinerung der Waring-Lagrangeschen Interpolationsformel betrachtet werden kann und als Mittag-Lefflerscher Anschmiegungssatz[3] bezeichnet wird: Jedem der Punkte a_n werde eine rationale Funktion

$$R_n\left(\frac{1}{z-a_n}\right) = \sum_{\nu=p_n}^{q_n} A_\nu^{(n)}(z-a_n)^\nu$$

zugeordnet, wobei q_n eine ganze nichtnegative Zahl und $p_n \leqq q_n$ eine ganze Zahl bedeutet. Dann gibt es eine eindeutige Funktion $f(z)$, welche in jedem den beiden Mengen E und E' nicht angehörigen Punkte z regulär ist und sich in der Nähe jedes Punktes a_n so verhält, dass die Differenz

$$f(z) - R_n\left(\frac{1}{z-a_n}\right)$$

in a_n eine Nullstelle mindestens (q_n+1)-ter Ordnung hat.

[1] Vgl. z. B. W. F. Osgood, Lehrbuch der Funktionentheorie, 1. Bd., 2. Aufl., Leipzig u. Berlin 1912, p. 539—551; A. Hurwitz-R. Courant, Funktionentheorie, 2. Aufl., Berlin 1925, p. 110—119 K. Knopp, Funktionentheorie, 2. Bd., 2. Aufl., Berlin 1920, p. 38—57; E. Goursat, Cours d'analyse mathématique, Tome 2, 2. éd., Paris 1911, p. 147—168; A. R. Forsyth, Theory of Functions of a complex Variable, 2 edit., Cambridge 1900, p. 125—141.

[2] Sur la représentation analytique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante, *Acta math.* 4 (1884), p. 1—79.

[3] Osgood, a. a. O., p. 549.

Appell, Poincaré und andere haben den Mittag-Lefflerschen Satz auf Funktionen von mehreren Veränderlichen übertragen.

Ein anderes Gebiet, mit dem sich Mittag-Leffler beschäftigt hat, ist die Theorie der linearen homogenen Differentialgleichungen. Hier hat er namentlich die Untersuchungen von Picard über Lösungen linearer Differentialgleichungen mit doppeltperiodischen Koeffizienten und eindeutigem allgemeinem Integral vervollständigt.

In der Weierstrassschen Theorie der analytischen Funktionen bildet den Ausgangspunkt bekanntlich die Potenzreihe. Sie ist die Quelle, aus der die Funktion allmählich durch analytische Fortsetzung entspringt; wenn die Potenzreihe gegeben ist, so ist die Funktion dadurch in ihrem ganzen Existenzgebiete eindeutig bestimmt. Aber das von Weierstrass angegebene Verfahren zur analytischen Fortsetzung ist sehr verwickelt. Der Wunsch, die Weierstrasssche Funktionentheorie unabhängig von der Cauchyschen weiter auszubauen, führte Mittag-Leffler dazu, verschiedene Verfahren zur analytischen Fortsetzung einer durch ihre Taylorsche Reihe gegebenen Funktion eingehend zu untersuchen. In den Acta mathematica hat er hierüber 6 Abhandlungen mit dem Titel: »Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène» veröffentlicht.[1] In ihnen betrachtet er den zu einer vorgelegten Potenzreihe gehörigen *Hauptstern* — dieser Begriff hat heutzutage Bürgerrecht in der Funktionentheorie gewonnen — und gibt eine elegante Lösung des Problems, die analytische Fortsetzung im Hauptsterne zu finden. Es sei A der Hauptstern zu einer in der Umgebung der Stelle a konvergenten Potenzreihe

$$f(z)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{f^{(\nu)}(a)}{\nu!}(z-a)^{\nu},$$

dann zeigt Mittag-Leffler in der ersten der genannten Abhandlungen, dass der Ausdruck

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{\nu_1=0}^{n^2}\sum_{\nu_2=0}^{n^4}\cdots\sum_{\nu_n=0}^{n^{2n}}\frac{f^{(\nu_1+\nu_2+\cdots+\nu_n)}(a)}{\nu_1!\,\nu_2!\ldots\nu_n!}\left(\frac{z-a}{n}\right)^{\nu_1+\nu_2+\cdots+\nu_n}$$

gleichmässig gegen einen Zweig von $f(z)$ konvergiert in jedem ganz im Inneren

[1] Première Note, t. 23 (1900), p. 43—62; deuxième Note, t. 24 (1901), p. 183—204; troisième Note, t. 24 (1901), p. 205—244; quatrième Note, t. 26 (1902), p. 353—391; cinquième Note, t. 29 (1905), p. 101—181; sixième Note, t. 42 (1920), p. 285—308.

von A gelegenen Bereiche; allgemeiner beweist er, dass man auf unendlich viele Weisen eine Polynomreihe

$$f(z) = \sum_{\mu=0}^{\infty} G_\mu(z) \tag{2}$$

bilden kann, welche gleichmässig gegen einen Zweig von $f(z)$ konvergiert in jedem ganz im Inneren von A gelegenen Bereiche. Das Polynom G_μ ist von der Form

$$G_\mu(z) = \sum_{\nu=1}^{\mu} c_\nu^{(\mu)} f^{(\nu)}(a)\,(z-a)^\nu,$$

wobei die Koeffizienten $c_\nu^{(\mu)}$ universelle Konstanten sind, die also von der darzustellenden Funktion $f(z)$ nicht abhängen.

Man kann nicht behaupten, dass die Polynomreihe (2) den Hauptstern A zum Konvergenzgebiete hat. Mittag-Leffler hat jedoch eine andere Methode aufgestellt, die das Konvergenzgebiet zu bestimmen gestattet. Hierzu betrachtet er einen dem Hauptsterne A einbeschriebenen Nebenstern $A^{(\alpha)}$, der von einem Parameter α abhängt. Auf dem Rande von $A^{(\alpha)}$ befinden sich singuläre Punkte, in denen $A^{(\alpha)}$ mit A zusammenhängt, und $A^{(\alpha)}$ strebt gegen A, wenn der Parameter α nach Null konvergiert. Mittag-Leffler beweist, dass man $f(z)$ durch eine Polynomreihe der Gestalt (2) darstellen kann, die den Nebenstern $A^{(\alpha)}$ zum Konvergenzgebiete hat. Die Koeffizienten $c_\nu^{(\mu)}$ in der entsprechenden Entwicklung hängen von α, also von der Gestalt des Nebensternes ab, sind hingegen unabhängig von a und von $f^{(\nu)}(a)$ für $\nu = 0, 1, 2, \ldots$. Falls der betreffende Zweig von $f(z)$ sich bei genauer umschriebener Annäherung von z an eine Ecke des Sternes einem bestimmten Grenzwerte nähert, so konvergiert die Polynomreihe (2) auch noch in dieser Ecke und stellt dort die Funktion $f(z)$ dar. Diese Ergebnisse stehen in Zusammenhang mit Borels einige Jahre vorher begonnenen Untersuchungen über die Summation divergenter Reihen. Mittag-Leffler hat ferner bewiesen, dass der bekannte Integralausdruck, zu dem das Borelsche exponentielle Summationsverfahren führt, durch Einführung eines veränderlichen Parameters α in der Form

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-t^{\frac{1}{\alpha}}} \varphi(zt)\, dt^{\frac{1}{\alpha}}$$

geschrieben werden kann, wobei

$$\varphi(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{f^{(\nu)}(0)}{\Gamma(1+\alpha\nu)} \frac{z^\nu}{\nu!}$$

ist und das Integral einen Konvergenzstern hat, der für $\alpha \to 0$ gegen den Hauptstern A strebt. Die Funktion $\varphi(z)$ hat die Eigenschaft, bei $\alpha \to 0$ gegen $f(z)$ zu streben für jeden Wert von z im Inneren des Hauptsternes.

Nimmt man insbesondere $f(z) = \frac{1}{1-z}$ an, so vereinfacht sich die Funktion $\varphi(z)$ zu

$$E_\alpha(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{z^\nu}{\Gamma(1+\alpha\nu)}.$$

Diese und andere damit verwandte ganze transzendente Funktionen hat Mittag-Leffler näher untersucht und namentlich belangreiche asymptotische Eigenschaften für sie gefunden. Unter anderem hat er ein Beispiel einer ganzen transzendenten Funktion mit dem merkwürdigen Verhalten aufgestellt, dass sie gegen Null strebt, wenn z längs eines beliebigen Radiusvektors ins Unendliche wandert.

Die hier kurz erwähnten Untersuchungen haben Anlass zu einer recht umfassenden Literatur gegeben[1], und Mittag-Leffler hat zu seiner Freude erleben können, dass die Behandlung der von ihm selbst bearbeiteten Probleme von anderen weitergeführt, abgerundet und zu einem gewissen vorläufigen Abschlusse gebracht wurde.

Mittag-Leffler war Mitglied der meisten wissenschaftlichen Akademien, Ehrendoktor von 6 Universitäten und zweimal Rektor der Stockholmer Hochschule. Er hat in hohem Masse dazu beigetragen, dieser neuerrichteten Bildungsanstalt die hervorragende wissenschaftliche Stellung, die sie tatsächlich einnimmt, und ihre freiheitliche Verwaltung zu verschaffen. Er war es, der die Ernennung von Sonja Kovalevsky zum Professor an der Stockholmer Hochschule durchsetzte; auf seine Veranlassung wurden Paul Painlevé und Vito Volterra zu Vorlesungen daselbst eingeladen. Erinnert sei auch an die von Oskar II. und Gustav V. veranstalteten mathematischen Preisausschreiben, die Abhandlungen von hohem wissenschaftlichem Werte hervorgerufen haben, welche in den Acta mathematica veröffentlicht sind.

Der berühmte Gelehrte war zugleich ein ausgezeichneter Lehrer. Vor Mittag-Lefflers Zeit waren aus Schweden nur wenige Beiträge zur Entwicklung

[1] Vgl. etwa L. Bieberbach, Neuere Untersuchungen über Funktionen von komplexen Variablen, *Enzykl. d. math. Wiss.* II C 4, p. 445—460.

der Mathematik geflossen. Um sein Katheder aber scharten sich in Stockholm bald eine Reihe hochbegabter Schüler, von denen mehrere jetzt einen hervorragenden Platz in der Mathematik einnehmen. Der Meister hatte eine ganz ungewöhnliche Gabe, seine Zuhörer mitzureissen und sie für die von ihm behandelten Dinge zu begeistern; jede einzelne Vorlesung bildete ein Ereignis, und die Schüler sammelten sich voller Bewunderung und Ergebenheit um den geliebten Lehrer.

Mittag-Leffler sprach oft und gern zu den Studenten. Als sie ihm zu seinem 60. Geburtstage huldigten, dankte er ihnen mit folgender Rede:

»Meine lieben jungen Freunde!

Haben Sie Dank für die Worte, die Sie an mich gerichtet haben. Doppelt teuer sind sie mir, weil sie von Ihnen kommen. Ich habe stets die Jugend geliebt, die herrliche Zeit um die Zwanzig herum, wenn man das erste Mal im Ernst den grossen Fragen des Wissens und der Wahrheit Auge in Auge gegenübersteht, wenn der Geist anfängt, mit Problemen zu ringen, die von den Grössten aller Zeiten aufgestellt worden sind. Aus diesem Abschnitte des Lebens stammen neue Einstellungen, in ihm werden neue Gedanken geboren. Wie mancher Gedanke eines Zwanzigjährigen gehört nicht zum Kostbarsten in der geistigen Schatzkammer der Menschheit! Dass Ihnen oder mir das Glück zuteil werden sollte, einen solchen Gedanken bei irgend einem unter Ihnen aufblitzen zu sehen, darauf kann ich nicht rechnen. Aber auch so vergessen Sie nicht, dass jetzt die Zeit für Sie da ist, das geistige Kapital zu sammeln, von dessen Bestand Sie später zehren sollen. Die Menschen sind in der Regel nach den ersten Jugendjahren in tieferem Sinne nicht mehr entwicklungsfähig. Die grössten, die glücklichsten bilden eine Ausnahme. Aber sie sind selten. Muss es so sein? — Ich weiss es nicht und glaube es kaum, eher möchte ich annehmen, dass die Erklärung in einer Schlaffheit des Charakters und des Willens zu suchen ist. Doch sei es so oder so: sicher ist, dass binnen kurzem Ihre Entwicklung stillstehen wird. Hüten Sie deshalb Ihre Jugend. Sorgen Sie dafür, dass Sie Schätze sammeln, nicht Flittergold und unechte Perlen, nicht eine tote Last eingelernten Gedächtnisstoffes und gelehrten Wissenskrames, sondern nur reinstes Gold: Gedanken und die Fähigkeit, ruhig und klar und leidenschaftslos zu denken, stark und gesund zu fühlen, aber nicht nur in dem, was Sie selbst und Ihre kleinen persönlichen Interessen betrifft, sondern in dem, was ans Tiefste der Menschheit rührt. Zersplittern Sie nicht Ihre Zeit durch törichte und geistlose Vergnügungen, vergessen Sie nicht, wie unendlich kurz die Ihnen zugemessene Spanne ist. Hinter Ihnen liegt die Unendlichkeit, vor Ihnen das Leben, das nicht immer leicht ist zu leben, und dahinter das Unendliche und Unbekannte.

Meine Freunde, ich danke Ihnen, und Sie können mir glauben, niemand wünscht inniger Ihr Wohl als der Sechzigjährige, dem Sie heute Freundlichkeit erwiesen haben.»

Mittag-Leffler war ein echter Vaterlandsfreund und ein warmer Förderer des Zusammenhaltes der nordischen Länder. Bisweilen wusste er seine Gefühle mit starker rednerischer Kraft auszudrücken. Mehrere seiner Reden, die ein charakteristisches Bild seiner Persönlichkeit geben, sind schon erwähnt. Noch eine Rede sei hier angeführt, die er auf dem 2. skandinavischen Mathematikerkongress in Kopenhagen 1911 gehalten hat:

»Verehrte Anwesende!

Der in geistvoller Weise vorgebrachte Wunsch nach Gemeinsinn unter den skandinavischen Völkern des Nordens, den wir soeben vernommen haben, verlangt auch von schwedischer Seite ein Wort.

Meine Damen und Herren, ich bin Mathematiker und bin auch, soweit ich in der Vergangenheit zurückdenken kann, stets mehr oder weniger bewusst Mathematiker gewesen. Und die Mathematik, die Wissenschaft des reinen Denkens, die Wissenschaft der Wissenschaften, ist doch mehr als irgend eine andere Äusserungsform des Menschseins frei von nationalen Gesichtspunkten. Wäre ich nur Mathematiker, so müsste ich daher unbedingt einer Äusserung Tycho Brahes, des grossen Dänen, des Renaissancefürsten in der Welt des Geistes, beistimmen: »Des Starken Vaterland ist die Erde, und der Himmel ist überall.»

Doch kann nicht ein feines Ohr hinter diesen stolzen und kalten Worten ihr Gegenteil erlauschen, den nagenden Kummer, von der Heimat getrennt zu leben, die unauslöschliche Erinnerung an die Sternenburg auf Hven? Das Gedankenleben erstickt nicht das Gefühlsleben, auch wenn die Ausdrücke der Sprache für dieses bei den Männern des Gedankens oft knapp, vielleicht sogar arm werden.

Und ich bin Schwede, Schwede der Geburt und dem Fühlen nach, ich trauere über unsere Schwächen und freue mich an unseren Fortschritten, wie nur ein Sohn trauern und sich freuen kann. Und weil ich Schwede bin, war ich von jeher und bleibe ich der aufrichtigste Anhänger der geistigen Einheit der nordischen Völker, von welcher der soeben beendete Kongress ein eindrucksvolles Zeugnis ablegt.

Schweden, das Land der grossen Weiten, mit seiner von den Ebenen Schonens gegen die Schneegebirge Lapplands dünner und dünner werdenden Bevölkerung, hängt im Osten durch Land und Meer mit dem alten schwedischen Land zusammen, wo der schwedische Pflug einst zuerst die Erde umgebrochen hat. Schon seit einem Jahrhundert überschatten die breiten Schwingen des zweiköpfigen russischen Adlers dieses Land, und gerade in diesen Tagen beginnt hier das Zerbrechen eines Kulturgebiets, das im Ganzen immer schwedisch gewesen ist. Im Westen ist die Verbindung zerrissen, in der wir Schweden immer einen der besten Schutzwälle gegen Eingriffe feindlicher Gewalt gesehen haben. Im Süden haben eisenstarke Hände altes dänisches Land ergriffen und halten es in sicherem Besitz. Wie kann man da Schwede sein, ohne einzusehen, dass die Gefühle der Zusammengehörigkeit bewahrt und neu gepflegt werden müssen, die gemeinsame Herkunft und gleichartige Entwicklung unter den Völkern des skandinavischen Kulturgebiets geknüpft haben?

Gesammelt bilden wir eine Einheit im Wechsel der Mannigfaltigkeit, die das Ganze nur reicher und kraftvoller macht. Unsere gesammelte Kultur kann, wenn wir es nur wollen, ein solcher Grundstein für die Entwicklung der Menschheit vorwärts und aufwärts sein, dass auch die Stärksten ihn kaum erschüttern werden.

Mit dem Wunsch, dass es so werden möge, bringe ich ein Hoch aus auf die Einheit der Völker des skandinavischen Nordens.»

Es ist schon erwähnt, wie Mittag-Leffler die Jugend liebte; bis hinauf ins Greisenalter zog er die jungen und jüngsten in seiner Wissenschaft zu sich. Aber er sah auch zurück in der Zeit. Einer seiner schönsten Charakterzüge war die Verehrung und Anhänglichkeit, die er für seinen alten Lehrer Weierstrass hegte. Niemals wurde er müde, Weierstrass' Verdienste hervorzuheben, beständig kam er im geschriebenen wie im gesprochenen Wort auf sie zurück. Er hat der Welt ein erhabenes Beispiel von Treue gegen seinen Lehrer gegeben.

Mittag-Leffler war seit 1882 mit Signe af Lindfors verheiratet. Zusammen mit ihr, der Tochter des finnischen Mäzens General af Lindfors und mütterlicherseits der Enkelin von Kommerzienrat H. Borgström, der ebenfalls als Mäzen bekannt ist und der Stadt Helsingfors u. a. den Brunnspark und den Tölöpark geschenkt hat, hat Mittag-Leffler der Stockholmer Akademie der Wissenschaften seine einzig dastehende reichhaltige Bücherei zur Errichtung eines mathematischen Instituts vermacht.

N. E. Nörlund.

VERZEICHNIS VON G. MITTAG-LEFFLERS GEDRUCKTEN MATHEMATISCHEN ARBEITEN.

1. Satsen 43 (G. N. Lindqvist) löst. 2 p. *Tidskrift f. mat. och fysik.* Bd. 1. (1868).
2. Integration av differentialekvationen $f(x^2+y^2)=\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$. 2 p. *Tidskrift f. mat. och fysik.* Bd. 3. (1870).
3. Om skiljandet av rötterna till en synektisk funktion av en variabel. 68 p. Stockholm 1872. Diss. *Upsala univ. årsskrift* 1872.
4. Försök till ett nytt bevis för en sats inom de definita integralernas teori. 6 p. *Översikt Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 30. (1873).
5. Tvenne följdsatser ur Cauchys teorem om rötter. 9 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 31. (1874).
6. Beweis für den Cauchy'schen Satz: Ist eine Function $f(x)$ in jedem Punkte innerhalb und auf einer gegebenen geschlossenen Linie, welche sich selbst nicht schneidet, welche nicht unendlich viele Ecken hat und welche in der Ebene der complexen Variabeln x liegt, immer eindeutig, stetig und endlich, und hat sie auch in jedem dieser Punkte eine endliche bestimmte Abgeleitete, so ist das Integral $\int f(x)dx$ längs dieser Linie gleich Null. 9 p. *Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen.* 1875.
7. En metod att analytiskt framställa en funktion av rationell karaktär, vilken blir oändlig alltid och endast uti vissa föreskrivna oändlighetspunkter, vilkas konstanter äro på förhand angivna. 14 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 33. (1876).
8. En metod att komma i analytisk besittning av de elliptiska funktionerna. 96 p. *Helsingfors* 1876.
9. En metod att i teorien för de elliptiska funktionerna härleda de oändliga dubbelprodukterna utur multiplikationsformlerna. 8 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 33. (1876).
10. Ytterligare om den analytiska framställningen av funktioner utav rationell karaktär. 15 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 34. (1877).
11. Om den analytiska framställningen av en funktion av rationell karaktär med en godtyckligt vald gränspunkt. 11 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 34. (1877).
12. Om den analytiska framställningen av en funktion av rationell karaktär med ett ändligt antal godtyckligt föreskrivna gränspunkter. 11 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 34. (1877).

13. Till frågan om den analytiska framställningen av en funktion av rationell karaktär genom kvoten av två beständigt konvergerande potensserier. 9 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 34. (1877).
14. Om den analytiska framställningen av funktioner av rationell karaktär utav flera oberoende variabler. Pars 1—2. 12+15 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 34. (1877).
15. Integration av en klass av lineära differentialekvationer. 24 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 36. (1879).
16. Funktionsteoretiska studier. 1. En ny serieutveckling för funktioner av rationell karaktär. 21 p. *Acta Soc. Sc. Fenn.* T. 11. *Helsingfors* 1879.
17. Extrait d'une lettre à M. Hermite (sur la représentation analytique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante). 10 p. *Bull. d. sc. math.* (2) T. 3. (1879).
18. Über lineare Differentialgleichungen (russisch). Berichte des russischen Naturforscherkongresses. 4 p. *St. Petersburg* 1879.
19. Analyse de: E. Sourander, Études nouvelles des lignes et surfaces du second degré. Helsingfors. 1879.
    Anders Donner, Om uttrycken för entydiga elliptiska funktioner. Helsingfors. 1879. 9 p. *Finsk tidskrift.* T. 8. (1880).
20. Sur les fonctions doublement périodiques de seconde espèce. 4 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 90. (1880).
21. Sur la théorie des équations différentielles linéaires. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 90. (1880).
22. Sur les équations différentielles linéaires à coefficients doublement périodiques. 2 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 90. (1880).
23. Sur les équations différentielles linéaires du second ordre. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 91. (1880).
24. Om integrationen av vissa klasser lineära homogena differentialekvationer. 19 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 37. (1880).
25. Några funktionsteoretiska undersökningar, anmälda av G. M.-L. 5 p. *Övers. Vet.-Soc. Helsingfors.* Bd. 23. (1880/81).
26. Integration av en ny klass av lineära differentialekvationer av andra ordningen med dubbelperiodiska koefficienter och integraler, som i allmänhet icke äro entydiga funktioner av den oberoende variabeln. 7 p. *Acta Soc. Sc. Fenn.* T. 12. *Helsingfors* 1881.
27. Om integrationen av de Hermite'ska differentialekvationerna av tredje och fjärde ordningen, vid vilka integralernas oändlighetsställen äro av ordningen ett. 15 p. *Acta Soc. Sc. Fenn.* T. 12. *Helsingfors* 1881.
28. Recherches sur la théorie des fonctions. 5 p. *Bull. d. sc. math.* (2) T. 5. (1881).
29. Sur la théorie des fonctions uniformes d'une variable. 3, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 94—95. (1882).
30. Fullständig analytisk framställning av varje entydig monogen funktion, vars

singulära ställen utgöra en värdemängd av första slaget. 35 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 39. (1882).

31. Om den analytiska framställningen av en entydig funktion, vilken uti omgivningen av varje punkt, som är belägen innanför en viss cirkelperiferi, endast har ett ändligt antal singulära ställen. 4 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 39. (1882).
32. Ueber die Integration der Hermiteschen Differentialgleichungen der dritten und vierten Ordnung, bei denen die Unendlichkeitsstellen der Integrale von der ersten Ordnung sind. 16 p. *Ann. di mat. pura ed appl.* (2) T. 11. (1882/83).
33. Ett nytt bevis för Laurents teorem. 9 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 40. (1883). *Meddel. fr. Stockholms högskola* No. 11.
34. Charles Hermite. 2 spalter. *Nord. Familjebok.* Bd. 6. Stockholm 1883.
35. Sur la représentation analytique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante. 78 p. *Acta math.* T. 4. (1884).
36. Démonstration nouvelle du théorème de Laurent. 9 p. *Acta math.* T. 4. (1884).
37. Démonstration nouvelle du théorème de Laurent. 9 p. *Mém. Soc. d. sc. Liège.* (2) T. 11. (1885).
38. Analytisk framställning av invarianterna till en lineär homogen differentialekvation. 20 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 46. (1889).
39. Analytisk framställning av integralerna till en lineär homogen differentialekvation för en cirkelring, vilken icke innesluter något singulärt ställe. 11 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 46. (1889).
40. Sur les invariants d'une équation différentielle linéaire et homogène. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 109. (1889).
41. O. J. Broch. Nachruf. 1 p. *Acta math.* T. 12. (1889).
42. Sur une transcendante remarquable découverte par M. Fredholm. 2 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 110. (1890).
43. Sur une transcendante remarquable trouvée par M. Fredholm. 2 p. *Acta math.* T. 15. (1891).
44. Sur la représentation analytique des intégrales et des invariants d'une équation différentielle linéaire et homogène. 32 p. *Acta math.* T. 15. (1891).
45. Sophie Kovalevsky. Notice biographique. 8 p. *Acta math.* T. 16. (1892/93).
46. Sur une équation différentielle du second ordre. 2 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 117. (1893).
47. Sur l'intégration de l'équation différentielle $y'' = Ay^3 + By^2 + Cy + D + (Ey + F)y'$. 13 p. *Acta math.* T. 18. (1894).
48. Sur les invariants des équations différentielles linéaires. 3 p. *Journal f. d. reine u. angew. Math.* Bd. 114. (1895).
49. Weierstrass. 4 p. *Acta math.* T. 21. (1897).
50. Om en generalisering av potensserien. 4 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 55. (1898).
51. Om den analytiska framställningen av en allmän monogen funktion. 16, 20, 11 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 55. (1898). *Meddel. fr. Stockholms högskola* No. 179, 180, 184.

52. Sulla rappresentazione analitica di un rame uniforme di una funzione monogena. 11 p. *Atti Acc. delle Sc. Torino.* Vol. 34. (1899).
53. Sur la représentation d'une branche uniforme de fonction analytique. 4 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 128. (1899).
54. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Première note). 20 p. *Acta math.* T. 23. (1900).
55. Ueber eine Verallgemeinerung der Taylorschen Reihe. 12 p. *Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen.* (1900).
56. On multiply infinite series and on an extension of Taylor's series. 7 p. *Proc. London math. Soc.* (1). Vol. 32. (1901).
57. Sur la représentation analytique des fonctions d'une variable réelle. (Extrait d'une lettre à M. E. Picard). 8 p. *Rend. Circolo mat. Palermo.* T. 14. (1900).
58. On the analytical representation of a uniform branch of a monogenic function. 12 p. *Trans. Cambridge philos. Soc.* Vol. 18. (1900).
59. Une page de la vie de Weierstrass. 23 p. *C. R. 2ième congr. internat. d. math. Paris.* 1902.
60. Sur une extension de la série de Taylor. 4 p. *C. R. 2ième congr. internat. d. math. Paris.* 1902.
61. Analytische Darstellung monogener Functionen von mehreren unabhängigen Veränderlichen. 4 p. *Jahresber. Deutsche Math.-Verein.* Bd. 9. 1900.
62. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Deuxième note). 22 p. *Acta math.* T. 24. (1901).
63. Charles Hermite. 2 p. *Acta math.* T. 24. (1901).
64. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Troisième note). 40 p. *Acta math.* T. 24. (1901).
65. Sur une formule de M. Fredholm. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 132. (1901).
66. Sur la série de Bernoulli. 4 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 132. (1901).
67. Un critère pour reconnaître les points singuliers de la branche uniforme d'une fonction monogène. 5 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 133. (1901).
68. Sur le terme complémentaire de mon développement de la branche uniforme d'une fonction monogène dans le cas où ce développement possède une étoile de convergence. 6 p. *Övers. Vet.-ak. Stockholm.* Årg. 58. (1901).
69. A criterion for the recognition of the irregular points of analytic functions. 1 p. *Rep. Brit. assoc. f. the adv. of sc.* 1901.
70. Un mémoire d'Abel. 2 p. *Acta math.* T. 26. (1902).
71. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Quatrième note). 39 p. *Acta math.* T. 26. (1902).
72. Sur l'intégrale de Laplace-Abel. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 135. (1902).
73. Ueber den Konvergenzbereich der Bernoullischen Reihe. 6 p. *Arch. d. Math. u. Physik.* (3). Bd. 2. (1902).
74. Une généralisation de l'intégrale de Laplace-Abel. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 136. (1903).

75. Sur la nouvelle fonction $E_\alpha(x)$. 5 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 137. (1903).
76. Niels Henrik Abel. 75 p. *Ord och bild.* Stockholm. Årg. 12. (1903).
77. Sopra la funzione $E_\alpha(x)$. 3 p. *Rend. Acc. d. Lincei.* (5) T. 13: 1. (1904).
78. Un nouveau théorème général de la théorie des fonctions analytiques. 4 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 138. (1904).
79. Une nouvelle fonction entière. 2 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 138. (1904).
80. Sur le théorème de M. Jensen. 4 p. *Bull. Soc. math. de France.* T. 32. (1904).
81. Sur une classe de fonctions entières. 7 p. *Verhandl. d. 3. internat. Math.-Kongresses in Heidelberg* 1904. *Leipzig* 1905.
82. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Cinquième note). 81 p. *Acta math.* T. 29. (1905).
83. O przedstawieniu analitycznem jednoznacznej etc.... (polnische Übersetzung der Noten 1—5 von S. Dickstein). 173 p. *Warszawa* 1907.
84. Niels Henrik Abel. 48 p. *La Revue du mois.* T. 4. *Paris* 1907.
85. Lorenz Leonard Lindelöf. 2 p. *Acta math.* T. 31. (1908).
86. Sur la représentation arithmétique des fonctions analytiques générales d'une variable complexe. 19 p. *Atti del 4 congresso internazionale dei matematici, Roma* 1908. *Roma* 1909.
87. Sur les fondements arithmétiques de la théorie des fonctions d'après Weierstrass. 22 p. *C. R. du Congrès d. math. tenu à Stockholm* 1909. *Leipzig et Berlin* 1910.
88. Sur un problème d'Abel. (Extrait de lettres). 2 p. *Rend. Circolo mat. Palermo.* T. 30. (1910).
89. Zur Biographie von Weierstrass. 37 p. *Acta math.* T. 35. (1912).
90. Grundläggande satser inom teorien för integralen $I(t) = \int\limits_0^\infty e^{-\theta(v)t} \cdot F(v)dv$. 24 p. *Beretning om den 3. Skand. Mat.-Kongres. Kristiania* 1915.
91. Sur un nouveau théorème dans la théorie des séries de Dirichlet. 3 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 160. (1915).
92. Ueber die analytische Darstellung eines eindeutigen Zweiges einer monogenen Funktion. 56 p. *Sitzgsber. d. K. Bayer. Akad. d. Wiss., Math.-physik. Klasse. München* 1915.
93. Ueber einen Satz des Herrn Serge Bernstein. 6 p. *Sitzgsber. d. K. Bayer. Akad. d. Wiss., Math.-physik. Klasse. München* 1915.
94. Les fondements de la théorie des nombres. 8 p. *Revue générale des sciences pures et appliquées.* T. 26. *Paris* 1915.
95. Testament 16. März 1916. 8 p. *Acta math.* T. 40. (1916).
96. Sur un théorème de M. Serge Bernstein. 6 p. *The Tôhoku Math. Journal.* Vol. 9. *Sendai* 1916.
97. Om lineär fortsättning av analytiska funktioner. Ur ett brev till prof. Nörlund. 5 p. *Nyt Tidsskrift for Matematik. Köbenhavn* 1919.

98. Discours d'ouverture. 11 p. *C. R. du 4ième Congrès des mathématiciens scandinaves tenu à Stockholm* 1916. *Uppsala* 1920.
99. Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène. (Sixième note). 24 p. *Acta math.* T. 42. (1920).
100. Talet. Inledning till teorien för analytiska funktioner. 65 p. *Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Math.-fys. Meddelelser. Köbenhavn.* 1920.
101. Die Zahl. Einleitung zur Theorie der analytischen Funktionen. 53 p. *The Tôhoku Math. Journal.* Vol. 17. *Sendai* 1920. (Übers. v. No. 100).
102. Le théorème de Cauchy sur l'intégrale d'une fonction entre des limites imaginaires. 5 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 173. (1921).
103. Le théorème de Cauchy sur l'intégrale d'une fonction entre des limites imaginaires. 2 + 1 p. *C. R. Acad. Sciences. Paris.* T. 174. (1922).
104. Cauchys teorem beträffande integralen av en funktion mellan imaginära gränser. 9 p. *Arkiv f. mat., astr. och fysik.* Bd. 17. (1922).
105. Der Satz von Cauchy über das Integral einer Funktion zwischen imaginären Grenzen. 4 p. *Journal f. d. reine u. angew. Math.* Bd. 152. (1922). (Übers. v. No. 104).
106. Weierstrass et Sonja Kowalewsky. 66 p. *Acta math.* T. 39. (1923).
107. Le théorème de Cauchy sur l'intégrale d'une fonction entre des limites imaginaires. 6 p. *5. Skand. Mat.-Kongr. Helsingfors.* 1923. (Übers. v. No. 104).
108. Was ist Zahl, Unendlichkeit und Kontinuität? 2 p. *Zeitschr. für mediz. Chemie.* 1923.
109. An introduction to the theory of elliptic functions. 81 p. *Annals of math.* Vol. 24. *Princeton* 1923.
110. Die ersten 40 Jahre des Lebens von Weierstrass. 57 p. *Acta math.* T. 39. (1923).
111. Vad är tal? Oändlighet? Kontinuitet? 1—2. 8 + 5 p. *Arkiv f. mat., astr. och fysik.* Bd. 18—19. *Stockholm* 1924.
112. An introduction to the theory of anal. functions. 37 p. *The monist.* Vol. 34: 3. (1924).
113. Sur la série de Dirichlet et la série de facultés. Extrait d'une lettre à M. N. E. Nörlund. 5 p. *Acta math.* T. 46. (1925).
114. Tale af prof. G. Mittag-Leffler. 18 p. *6. Skand. Mat.-Kongr. Köbenhavn* 1925.
115. Cauchy's theorem on the integral of a function between imaginary limits. 6 p. *The Quarterly Journal of pure and appl. Math.* Vol. 50. (1925).
116. A method of deriving the infinite double products in the theory of elliptic functions from the multiplication theorems. 8 p. *Annals of math.* Vol. 27. (1926).
117. Entstehung u. Entwickl. d. intern. u. skand. Math.-kongr. 20 p. *Comm. Soc. Sc. Fenn.* 1926. (Deutsche Übers. v. No. 114).
118. Auszug aus einem Briefe v. G. Mittag-Leffler an den Herausgeber dieser Zeitschrift. 3 p. *Journal f. d. reine u. angew. Math.* Bd. 157. (1926).
119. Zusätzliche Bemerkungen (zu d. Abhandl. v. Schoenflies: Die Krisis in Cantors math. Schaffen). 2 p. *Acta math.* T. 50. (1927).

WISSENSCHAFTLICHE AUSZEICHNUNGEN MITTAG-LEFFLERS.

Math. doctor honoris causa an der Universität zu Bologna 1888.
Honorary Doctor of Civil Law an der Universität zu Oxford 1894.
Honorary Doctor of Science an der Universität zu Cambridge 1899.
Doctor math. an der Universität zu Christiania 1902.
Honorary Doctor of Laws an der Universität zu Aberdeen 1906.
Honorary Doctor of Laws an der Universität St. Andrews 1911.

Medlem av Finska Vetenskaps-Societeten 1878.
Korresp. Mitglied d. Königl. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen 1878.
Medlem av Kungl. Svenska Vetenskapsakademien 1883.
Membre corresp. de la Société Royale des sciences de Liège 1883.
Honorary member of the Cambridge Philosophical Society 1884.
Medlem av Kungl. Vetenskapssocieteten i Upsala 1886.
Medlem af Videnskabs-Selskabet i Christiania 1886.
Medlem af det Kongl. Danske Videnskabernes Selskab 1889.
Honorary member of the London Mathematical Society 1892.
Corresp. member of the British Association for the advancement of sciences 1894.
Socio non residente e membro del Consiglio direttivo del Circolo matematico di Palermo 1894.
Honorary member of the Manchester literary and philosophical Society 1895.
Foreign member of the Royal Society of London 1896.
Membre corresp. de l'Académie Impériale de St. Pétersbourg 1896.
Membre honoraire de la Société mathématique de Moscou 1896.
Socio corrisp. della R. Accademia delle scienze di Torino 1896.
Membre honoraire de la Société mathématique de St. Pétersbourg 1897.
Mitglied d. Kaiserl. Leopoldin.-Carol. Deutschen Akad. d. Naturforscher zu Halle a. S. 1897.
Honorair Lid van het Nederlandsch Wiskundig Genootschap, Amsterdam 1899.
Socio corrisp. della Accademia Pontaniana, Napoli 1899.
Socio straniero della R. Accademia dei Lincei, Roma 1899.
Membre corresp. de l'Académie des Sciences de Paris 1900.
Socio corrisp. della R. Accad. delle scienze dell'Istituto di Bologna 1900.
Ehrenmitglied der Gesellschaft Parnassos, Athen 1900.
Socio straniero nella Sezione de scienze fis. e. mat. della Società Reale di Napoli 1901.
Associé de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique 1901.

Auswärt. Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften 1902.
Hedersledamot av Finska Vetenskaps-Societeten 1903.
Membre honoraire du Bureau de la Société mathématique de France 1903.
Socio straniero della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL) 1904.
Honorary member of the Royal Irish Academy 1904.
Ledamot av K. Fysiografiska Sällskapet i Lund 1906.
Membre honoraire de la Société mathématique de Kharkow 1906.
Honorary member of the Calcutta mathematical Society 1909.
Socio corrisp. estero del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti 1910.
Korresp. Mitglied der Kgl. Bayer. Akademie der Wissenschaften, München 1912.
Honorary member of the Royal Institution, London 1912.
Korresp. Medlem af Matematisk Forening i Köbenhavn 1917.
Membre honoraire de la Société Mathématique Suisse 1917.
Honorary member of the Benares Mathematical Society 1920.
Socio corrisp. straniero del R. Istituto Lombardo, Milano 1922.
Membre honoraire de la Société des mathématiciens et des physiciens tchécoslovaques, Prague 1923.
Socius Corresp. Pontificiae Academiae Scientiarum Novi Lyncaei, Romae 1925.
Auswärt. Mitglied der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 1925.
Membre honoraire de l'Académie des Sciences de Leningrad 1926.