KALENDER-FORMELN

VON

CHR. ZELLER
in MARKGRÖNINGEN.

I. *Wochentags-Rechnung.*

1. **Regel.**

J sei die Zahl des Jahrhunderts,
K die Jahrszahl innerhalb desselben,
m die Zahl des Monats,
q die Zahl des Monatstags,
h die Zahl des Wochentags;

Bruchreste bleiben weg; Januar und Februar werden als 13. u. 14. Monat des vorhergehenden Jahres betrachtet —:

dann ist h gleich dem Reste, welcher bleibt

A) im julianischen Kalender, wenn die Summe

$$q + \frac{(m+1)26}{10} + K + \frac{K}{4} + 5 - J$$

B) im gregorianischen Kalender, wenn die Summe

$$q + \frac{(m+1)26}{10} + K + \frac{K}{4} + \frac{J}{4} - 2J$$

durch 7 dividiert wird.

Die Rechnung wird vereinfacht, wenn man schon beim Summieren Mehrfache von 7 weglässt oder nur die Siebener-Reste addiert.

2. **Beispiel.**

A) *An welchem Wochentage landete Columbus 12 Okt. 1492?*

$$q = 12, \qquad m = 10, \qquad K = 92, \qquad J = 14$$

$$12 + \frac{(10+1)26}{10} + 92 + 23 + 5 - 14 = 12 + 28 + 92 + 23 + 5 - 14$$

$$= 5 + 0 + 1 + 2 + 5 = 13 = 1.7 + 6$$

$h = 6$; also am sechsten Wochentag oder Freitag.

B) *1712, 24 Jan. Geburtstag Friedr. II.*

$$q = 24, \qquad m = 13, \qquad K = 11, \qquad J = 17$$

$$24 + \frac{(13+1)26}{10} + 11 + \frac{11}{4} + \frac{17}{4} - 2.17 = 24 + 36 + 11 + 2 + 4 - 34$$

$$= 43 = 6.7 + 1$$

$h = 1$; also war Friedr. II geboren am 1. Wochentag oder Sonntag.

3. **Erläuterung.**

Von den Werten der obigen Summe ändert sich q mit jedem Tage, m mit jedem Monat, K mit jedem Jahr, $\frac{K}{4}$ mit jedem Schaltjahr, J mit jedem einzelnen, $\frac{J}{4}$ je mit dem vierten Jahrhundert. Von hieraus erhellt, dass die Formel für alle Fälle richtig bleibt, wenn sie es, wovon ein beliebiges Beispiel überzeugt, für irgend einen ist, sofern sie sich genau den Veränderungen anpasst, welche der Lauf des Kalenders mit sich bringt, auch wo diese unregelmässig und sprungsweise geschehen. Am meisten Unregelmässigkeit z. B. bieten die Monatslängen; aber der Ausdruck $\frac{(m+1)26}{10}$ wird den Schwankungen derselben gerecht; dieser Wert wächst mit jedem Monat um 2.6, was bald eine Zunahme von 2 bald von 3 Ganzen bewirken kann und in Wirklichkeit gerade für diejenigen Monate, welche 31 Tage oder 4 Wochen 3 Tage haben drei, für die Monate mit 30 Tagen zwei Ganze ausmacht. Durch diesen Ausdruck ist es möglich geworden, alle in Betracht kommende Zahlen in eine Formel zu vereinigen, ohne Hilfs-Tafeln oder -Zahlen anzuwenden.

II. *Oster-Rechnung.*

1. **Regel.**

A) *Für den julianischen Kalender.*

1) Dividiere die Jahrszahl $(100J + K)$ oder was denselben Rest giebt $(5J + K)$ durch 19, Rest a;

2) $(19a + 15)$ dividiere mit 30, Rest b;
b ist die *Ostervollmondszahl* und giebt an, wie viele Tage nach dem 21 März der Ostervollmond ist;

3) zu b addiere $\left(K + \frac{K}{4} - J\right)$, dividiere mit 7, Rest d;
dann ist Ostern $(b + 7 - d)$ Tage nach dem 21 März, $(7 - d)$ Tage nach dem Ostervollmond.

B) *Für den gregorianischen Kalender.*

1) $(5J + K)$ dividiere mit 19, Rest a;

2) zu $(19a + 15)$ addiere die Zahl $g = J - \frac{J}{4} - \frac{J}{3}$;
$19a + 15 + J - \frac{J}{4} - \frac{J}{3}$ dividiere mit 30, Rest b, *die Ostervollmondszahl;*

3) zu b addiere $K + \frac{K}{4} + \frac{J}{4} + 2 - 2J$, dividiere mit 7, Rest d;
dann ist Ostern $(b + 7 - d)$ Tage nach dem 21 März.

Zusatz 1. Der Wert von g in 2) bleibt sich oft mehrere Jahrhunderte gleich und beträgt 7, 8, 9 für die Jahre 1583—1700, 1700—1900, 1900—2200. Die dafür gegebne Formel ist richtig bis zum Jahr 4200; für Jahre, welche darüber hinausliegen, ist anstatt $\frac{J}{3}$ genauer $\frac{8J + 13}{25}$ zu setzen. So geändert gilt die Formel dann ganz allgemein für alle Jahrhunderte des gregorianischen Kalenders.

Zusatz 2. Wenn bei 3) die Division mit 7 aufgeht, so ist $d = 0$ zu setzen, ausgenommen beim gregorianischen Kalender in zwei Fällen: 1) wenn $d = 0$ und $b = 29$; 2) wenn $d = 0$, $b = 28$, $a > 10$; dann ist $d = 7$ zu nehmen; oder was dasselbe ist: wenn die Rechnung für $d = 0$, $b = 29$ als Osterdatum den 26 April ergiebt, so ist dafür der 19 April zu setzen, und der 18 anstatt 25 April, wenn $b = 28$, $a > 10$, $d = 0$ gefunden wird.

Übrigens lässt sich diese Ausnahme auch in die Formel selbst einführen, wie HERM. KINKELIN von Basel zeigt in der gründlichen und instruktiven Abhandlung über *Berechnung des christlichen Osterfests,* Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. XV, 1870, S. 217—228. Macht man nämlich $f = \frac{b + \frac{a}{11}}{29}$ so wird da b nie grösser als 29, a nie grösser als 18, der Wert f immer der Null gleich, ausser in jenen beiden Ausnahmefällen $b = 29$ oder $b = 28$ und $a > 10$, wo man $f = 1$ erhält. Fügt man nun dem Ausdruck für das Osterdatum noch $-7f$ bei, so schliesst derselbe auch jene Ausnahmefälle ein.

2. **Beispiel.**

A) *Rafael starb 2 Tage vor Ostern 1520, an welchem Monatstage?*

$$J = 15, \qquad K = 20, \qquad K + 5J = 95 = 5 \cdot 19 + 0, \qquad a = 0$$

$$19a + 15 = 15, \qquad b = 15$$

$$15 + 20 + \frac{20}{4} - 15 = 25 = 7 \cdot 3 + 4, \qquad d = 4$$

Ostern $15 + 7 - 4 = 18$ Tage nach dem 21 März, am 39 März oder 8 April. Rafael starb am Carfreitag 6 April.

B) *Ostern 1886.*

$$J = 18, \qquad K = 86, \qquad \frac{K}{4} = 21$$

$$86 + 5.18 = 176 = 19.9 + 5, \qquad a = 5$$

$$19.5 + 15 + 18 - \frac{18}{4} - \frac{18}{3} = 118 = 30.3 + 28, \qquad b = 28$$

$$28 + 86 + \frac{86}{4} + \frac{18}{4} + 2 - 2.18 = 141 - 36 = 105 = 7.15 + 0,$$

$$d = 0 \quad (\text{weil } a < 10)$$

Ostern $(28 + 7 - 0) = 35$ Tage nach dem 21 März, am 56 März oder 25 April.

3. **Erläuterung.**

Die bei der Division mit 19 in 1) als Rest gefundene Zahl a ist gleich der um 1 verminderten goldnen Zahl, woran die Stelle des betr. Jahrs in der 19-jährigen Mondsperiode erkannt wird. a wächst mit jedem Jahr um 1 und kann alle Werte von 0 bis 18 annehmen.

Der Ostervollmond ist je im nächsten Jahr entweder um 11 Tage früher oder um $30 - 11 = 19$ Tage später; nach eben demselben Gesetze geschieht auch der Fortschritt oder Rückgang bei dem Reste der Division von $(19a + 15)$ durch 30, und so überzeugt man sich auch hier, dass die Formel, wenn sie für die Ostervollmondszahl einmal ein richtiges Resultat giebt, immer ein solches geben muss, denn die Werte von b schreiten ja ganz dem Mondlauf entsprechend vorwärts oder zurück.

Übrigens liesse sich die Richtigkeit des Verfahrens auch aus den allbekannten Anweisungen zur cyklischen Berechnung der Mondsphasen mittelst der goldnen Zahl darthun.

Bei dem gregorianischen Kalender muss in 2) dem Ausdruck $(19a + 15)$ noch die Zahl g hinzugefügt werden. In diesem Kalender ist nämlich wegen der ausgeworfenen Säcular-Schalttage das Datum um $\left(J - \frac{J}{4} - 2\right)$ Tage vorgerückt, oder $\left(J - \frac{J}{4} - 2\right)$ ist die Summe der unter dem Namen Sonnengleichung, *æquatio solaris,* ausgefallenen Tage; zugleich aber wird durch die sog. Mondsgleichung (*æquatio lunaris*) jede Mondsphase in 300 Jahren um 1 Tag, genauer in 2500 Jahren um 8 Tage rückwärts verschoben; die Summe dieser als Mondsgleichung zu subtrahierenden Tage beträgt $\left(\frac{J}{3} - 2\right)$ oder genauer $\left(\frac{8J + 13}{25} - 2\right)$ welche im entgegengesetzten Sinn von der Sonnengleichung zu rechnen sind, so dass dann der Gesammtwert, um welchen sich gegen dem julianischen Kalender der Vollmondstag verschiebt

$$\left(J - \frac{J}{4} - 2\right) - \left(\frac{J}{3} - 2\right) = \left(J - \frac{J}{4} - \frac{J}{3}\right) = g \text{ Tage beträgt.}$$

Diese muss man dem julianischen Ostervollmondsdatum zuzählen, wie oben geschehen ist.

Ist der Ostervollmondstag gefunden, so muss noch sein Wochentag und wie viele Tage von da bis zum nächsten Sonntag sind, bestimmt werden. Es geschieht ganz nach der obigen Wochentags-Rechnung. $(d + 1)$ ist die Wochentagszahl des Ostervollmonds und von da bis zum nächsten Sonntage oder 8 Wochentage sind $8 - (d + 1)$ oder $(7 - d)$ Tage, wie oben gesagt ist.

Schliesslich möge noch beigefügt werden, dass die obigen Formeln, doch mit kleiner Abweichung und ohne die Erläuterungen, in lateinischer Sprache mitgeteilt worden sind in dem Bulletin de la société mathématique de France 1883, S. 59, sowie neuerdings in den von O. Böklen in Reutlingen herausgegebnen Mathemat.-naturwissenschaftl. Mitteilungen, H. 2, S. 54. Tübingen 1885.

Nachtrag.

Anstatt J und K kann man auch die Jahrszahl N selbst einführen und hat $J = \frac{N}{100}$ etc. Für $K + \frac{K}{4}$ kann man $N + \frac{N}{4} + \frac{N}{100}$ setzen, für g den Ausdruck $\frac{N}{100} - \frac{N}{300} - \frac{N}{400}$ etc.

Jetzt hat man nur *die drei Regeln*

I) für den *Wochentag:*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{julianisch:} & q + 2m + \frac{3m+3}{5} + N + \frac{N}{4} \\ \text{gregorian.:} & q + 2m + \frac{3m+3}{5} + N + \frac{N}{4} - \left(\frac{N}{100} - \frac{N}{400} - 2\right) \end{array}\right\} \text{dividiere mit 7, Rest } h\text{, die \textit{Wochentagszahl;}}$$

II) für den *Vollmond:*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{julianisch:} & 19N - \frac{N}{19} + 15 \\ \text{gregorian.:} & 19N - \frac{N}{19} + 15 + \left(\frac{N}{100} - \frac{N}{300} - \frac{N}{400}\right) \end{array}\right\} \text{dividiere mit 30, Rest } b\text{, die \textit{Ostervollmondszahl;}}$$

wobei zur Berechnung nur die Jahrszahl N verwendet wird;

III) für das *Osterfest:*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{julianisch:} & b + N + \frac{N}{4} \\ \text{gregorian.:} & b + N + \frac{N}{4} - \left(\frac{N}{100} - \frac{N}{400} - 2\right) \end{array}\right\} \text{dividiere mit 7, Rest } d;$$

dann ist Ostern $(b + 7 - d)$ Tage nach dem 21 März.

Man hat etwas grössere Zahlen in der Rechnung, aber mehr Übersichtlichkeit und ausser b und d keine Hilfszahl. — Die Ausdrücke in den Klammern repräsentiren bei I) und II) den Betrag der Sonnengleichung, bei II) den oben mit g bezeichneten kombinierten Betrag der Sonnen- und Mondsgleichung.