EINE ÄUSSERUNG VON WEIERSTRASS AN MITTAG-LEFFLER ÜBER DAS DREIKÖRPERPROBLEM.

Setzt man

$$s_1 = c_{01}\frac{1}{r_{01}} + c_{02}\frac{1}{r_{02}} + \cdots c_{0n}\frac{1}{r_{0n}} + \cdots + c_{n-1,n}\cdot\frac{1}{r_{n-1,n}},$$

wobei

$$c_{m\nu} = c_{\nu m}$$

sein möge, so ist s_1 Wurzel einer algebraischen Gleichung

$$f(s_1, x_0, y_0, z_0, \ldots, x_n, y_n, z_n, c_{01}, \ldots, c_{n-1,n}) = 0,$$

in der die x, y, z nur in der Form von Quadraten vorkommen. Betrachtet man in ihr $c_{\alpha\beta}$ als einzige Veränderliche, so hat man identisch

$$\frac{\partial f}{\partial s}\cdot\frac{1}{r_{\alpha\beta}} + \frac{\partial f}{\partial c_{\alpha\beta}} = 0,$$

also

$$\frac{1}{r_{\alpha\beta}} = -\frac{\dfrac{\partial f}{\partial c_{\alpha\beta}}}{f'(s)}.$$

Nehmen wir nun

$$c_{\alpha\beta} = m_\alpha . m_\beta; \qquad \alpha, \beta = 0, \ldots, n,$$

wodurch s_1 übergeht in

$$s = \frac{m_0 m_1}{r_{01}} + \cdots + \frac{m_{n-1} m_n}{r_{n-1,n}},$$

dann lautet der Ausdruck für die Gleichung der lebendigen Kraft

$$s + \text{konst} = V = \tfrac{1}{2}\sum_{\alpha} m_\alpha (x_\alpha'^2 + y_\alpha'^2 + z_\alpha'^2).$$

Vermöge dieser Gleichung erhält man sämtliche $\dfrac{1}{r_{\alpha\beta}}$ rational ausgedrückt in einer willkürlichen Konstanten, in V und in Quadraten der r. Diese Ausdrücke kann man dann in die Differentialgleichungen einführen.

Die Methode dürfte für Approximationen wohl anwendbar sein, wenn es sich z. B. um die Sonne und zwei Planeten handelt. Man benützt die obenstehende Formel, um den reziproken Abstand zwischen den Planeten zu eliminieren. Als erste Approximation führt man dann die ersten Glieder in einer Entwicklung für die Radien von der Sonne nach den beiden Planeten ein. Die geschilderte Methode ist bisher noch nicht angewandt worden.