PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 98, No. 1, 1982

UN EXEMPLE D'OUVERT BORNE DE C^3 "TAUT" MAIS NON HYPERBOLIQUE COMPLET

JEAN-PIERRE ROSAY

On note $\varDelta$ le disque unité de $\boldsymbol{C}$.

Rappelons les définitions. Une variété analytique complexe M est dite *"taut"* si pour toute suite d'applications holomorphes φ_i de $\varDelta$ dans M:

— ou bien la suite (φ_i) est "compactement divergente" ce qui signifie que pour tout compact $K \subset \varDelta$ et tout compact $K' \subset M$ $\varphi_i(K) \cap K' = \emptyset$ pour tout i assez grand.

— ou bien il existe une sous suite de la suite φ_i convergente uniformément sur tout compact de $\varDelta$ vers une application holomorphe de $\varDelta$ dans M.

Pour un ouvert Ω borné de $\boldsymbol{C}^n$ le fait d'être "taut" signifie que si φ_i est une suite d'applications de $\varDelta$ dans Ω convergent uniformément sur tout compact vers une application φ: φ est à valeurs dans Ω ou bien φ est à valeurs dans la frontière de Ω. Il est nécessaire que Ω soit d'holomorphie [6], et suffisant que de plus la frontière de Ω soit de classe $\boldsymbol{C}^1$ [3].

La définition donnée ci-dessus n'est pas la définition originelle donnée par Wu cf. [6] ou [4] p. 129 (au lieu de $\varDelta$ on considère toute variété analytique) mais lui est équivalente cf. [1].

Une variété analytique complexe M est dite hyperbolique complète si et seulement si la pseudo distance de Kobayashi est une distance (i.e., sépare les points) et si pour tout $x \in M$ et $\rho > 0$ la boule fermée de centre x et rayon ρ, pour la distance de Kobayashi, est compacte cf [4] page 57 (intuitivement: la frontière de M est à distance infinie).

Il est clair, à partir de la définition adoptée, et de la propriété de décroissance de la distance de Kobayashi, que toute variété hyperbolique complète est "taut".

Voir également [4] page 130 et les références qui y sont données, et [5]. Nous allons donner un exemple d'ouvert borné de $\boldsymbol{C}^3$ "taut" mais non hyperbolique complet, en réponse au problème 1 de [4] page 131.

1. Construction de l'exemple. Par B on désigne la boule unité de $\boldsymbol{C}^3$ et par $\bar{B}$ sa fermeture. Pour tout $n \in \boldsymbol{N}^*$, soit V_n l'ensemble des $(z, v, w) \in \boldsymbol{C}^3$ vérifiant

$$v = z^2 - \left(z - \frac{1}{n}\right)\left(z - \frac{1}{n+1}\right) \qquad w = \frac{1}{n}\left(z - \frac{1}{n}\right)\left(z - \frac{1}{n+1}\right).$$