

MESURES CYLINDRIQUES, MESURES VECTORIELLES
ET QUESTIONS DE CONCENTRATION
CYLINDRIQUE

ANDRÉ GOLDMAN

Let E be a locally convex space and $\bar{m}: \Sigma \rightarrow E$ an E -valued vector measure, absolutely continuous with respect to a scalar measure μ ; to each pair (\bar{m}, μ) we can associate a cylindrical measure λ on E . It is shown some Radon-Nikodym theorems can be deduced from the properties of the cylindrical concentration of λ . It is shown also that the σ -dentability properties of certain subsets of E are closely related to some particular conditions of cylindrical concentration (these conditions are introduced by A. Badrikian and S. Chevet in the recent book "Mesures cylindriques, espaces de Wiener et fonctions aléatoires gaussiennes"). Finally, we consider the particular case of a measure \bar{m} which takes its values into the positive cone of a measure space such as $M_t(T)$ (tight measures), $M_s(T)$ (smooth measures), or $M^\infty(T)$ (separable measures introduced by Dudley).

La théorie des mesures vectorielles est étroitement liée à celle des mesures cylindriques. En effet si $\bar{m}: \Sigma \rightarrow E$ est une mesure vectorielle à valeurs dans un espace localement convexe (en abrégé *elc*) E absolument continue par rapport à une probabilité μ sur (Ω, Σ) l'application L , qui à $x' \in E'$ (dual de E) associe la densité scalaire $f_{x'} \in L^1(\Omega, \Sigma, \mu)$ de la mesure $x' \circ \bar{m}$ par rapport à μ , définit sur E une mesure cylindrique λ . Il est bien classique que si E est un espace de Banach et \bar{m} à variation bornée alors le couple (\bar{m}, μ) admet une densité Bochner-intégrable si et seulement si λ est de Radon sur E (ou sur $(E, \sigma(E, E'))$). Cette correspondance entre mesure vectorielle et mesure cylindrique fut par exemple exploitée, dans le cadre des espaces de Banach, par L. Schwartz et B. Maurey [20] qui retrouvent de cette manière des résultats de Uhl, Rieffel, Stegall etc.

On se propose d'approfondir l'influence mutuelle des propriétés du couple (\bar{m}, μ) et de la mesure cylindrique λ associée. A cet effet, on prendra du recul par rapport à la situation classique des espaces de Banach en se plaçant d'emblée dans le contexte des espaces localement convexes généraux.

Dans le premier paragraphe on précise le cadre de l'étude et on rappelle les relations connues qui existent entre le couple (\bar{m}, μ) et la mesure cylindrique λ associée. On retrouve ainsi les théorèmes du type Radon-Nikodym, de Metivier [16], de Uhl [24] etc. Ces