PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 81, No. 1, 1979

DEUX GENERALISATIONS D'UN THEOREME DE I. NAMIOKA

MICHEL TALAGRAND

Soient X un espace compact, Y un espace topologique, et f une application séparément continue de $X \times Y$ dans un espace métrisable Z. Quand existe-il un G_δ dense de X tel que f soit continue en tout point de $G \times Y$? Le but de ce travail est d'étudier cette question en vue de l'étude de la compacité et de la $\mathscr{K}$-analyticité faibles dans les espaces de Banach. On montre qu'un tel G_δ existe toujours si Y est un fermé de $N^N \times L$ pour un espace compact L. On en déduit en particulier que si $\mathscr{C}(X)$ est faiblement $\mathscr{K}$-analytique, alors X contient un G_δ dense dont tous les points sont des G_δ. On étudie une autre situation, qui englobe aussi le cas ou Y est compact, et l'on retrouve un théorème de I. Namioka (avec une preuve plus simple).

1. **Introduction.** Nous dirons qu'une fonction définie sur un produit $X \times Y$ d'espaces topologiques, à valeurs dans un espace topologique Z est *séparément continue* si toutes les fonctions partielles obtenues en fixant arbitrairement l'une des variables sont continues. L'ensemble type de cette situation est celui ou Y est un sous-ensemble de $\mathscr{C}(X, Z)$, muni de la topologie de la convergence ponctuelle, et où f est l'application évaluation, qui envoie (x, y) sur $y(x)$. Nous dirons, comme c'est l'usage, qu'une fonction f est continue en un point de $X \times Y$ si elle est continue en ce point par rapport à l'ensemble des deux variables.

Dans [8], I. Namioka prouve le théorème suivant:

THEOREME 1.1. (*I. Namioka*). *Soient X un espace compact, et Y un espace topologique localement compact et dénombrable à l'infini. Soit f une application séparément continue de $X \times Y$ dans un espace métrisable Z. Il existe alors un G_δ dense G de X tel que f soit continue en tout point de $G \times Y$.*

Cet énoncé a d'intéressantes conséquences dans la théorie des espaces de Banach. Le but de cet article est d'affaiblir dans deux directions différentes l'hypothèse sur Y, de façon à en tirer des conséquences concernant la théorie des espace de Banach faiblement $\mathscr{K}$-analytiques. Chacune de nos extensions implique le Théorème 1.1, tout au moins lorsque Z est compact, (avec, pour la seconde une preuve plus simple que la preuve originale) mais aucune n'implique le résultat plus général établi par Namioka (Théorème 1.2, où