PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 98, No. 2, 1982

SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINEAIRES p-ADIQUES (II)

P. ROBBA

0. Introduction.

0.1. Dans des articles précédents ([8], [10], [13]) B. Dwork et l'auteur ont considéré des équations différentielles dont les coefficients étaient des éléments analytiques. L'idée essentielle était d'étudier le comportement de cette équation dans le disque générique. L'objet de cet article est d'étendre cette méthode au cas où les coefficients sont des fonctions algébriques.

0.2. De fait, un exemple utilisant de telles équations différentielles a été donné par Tate ([6], § 5) qui considérait la question suivante. Soit $y^2 = x(x-1)(x-\lambda)$ λ constante. Existe-t-il une constante C (dépendant de λ) telle que l'équation

$$C\frac{dz}{dx} = z/y \tag{1}$$

ait une solution bornée dans le dique à l'infini $\{x, |x| > 1\}$? Cette formulation n'est pas tout à fait correcte car la variable x ne donne pas une bonne paramétrisation de la courbe elliptique à l'infini. Mais il résulte des résultats de cet article que le disque à l'infini ne joue aucun rôle particulier et la question est l'existence d'une solution de (1) qui est une fonction analytique dans une classe résiduelle. (Remarque: La réponse est oui si la courbe elliptique a une réduction non super singulière et dans ce cas C est n'importe quelle détermination de $\sqrt{-1}F(1/2, 1/2, 1; \lambda)$ vu comme élément algébrique.)

0.3. Nous n'avions pu obtenir de théorème de factorisation d'opérateurs différentiels à coefficients polynomiaux qu'à condition de considérer des opérateurs à coefficients éléments analytiques. De même ici nous ne pourrons pas nous contenter d'opérateurs à coefficients fonctions algébriques, et il est naturel de considérer des opérateurs à coefficients éléments algébriques au sens de Christol [3].

0.4. En fait, sans effort supplémentaire, nos méthodes s'appliquent au cas où les coefficients sont des fonctions analytiques bornées.

Si u est une fonction analytique bornée dans une couronne Δ de centre 0 et de rayon extérieur 1, nous lui associons la série formelle

$$\tau(u) = \sum_{n \geq 0} \frac{u^{(n)}}{n!} X^n . \tag{2}$$