PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 138, No. 1, 1989

MATRICES DE STOKES ET GROUPE DE GALOIS DES EQUATIONS HYPERGEOMETRIQUES CONFLUENTES GENERALISEES

ANNE DUVAL ET CLAUDE MITSCHI

On s'intéresse à l'équation différentielle:

$$D_{q,p} = (-1)^{q-p} z \prod_{j=1}^{p} (\partial + \mu_j) - \prod_{j=1}^{q} (\partial + \nu_j - 1)$$

où ∂ désigne l'opérateur d'Euler $z\, d/dz$ et $\mu_1, \dots, \mu_p, \nu_1, \dots, \nu_q$ sont des paramètres complexes.

Cette équation est l'équation différentielle la plus générale dont la transformée de Mellin est une équation aux différences du premier ordre, donc "sommable" à l'aide de la fonction Γ. On peut ainsi obtenir pour certaines solutions de $D_{q,p}$ (G-fonctions) des représentations intégrales (formules de Barnes-Mellin).

Lorsque $q \geq p+1$ ($q \geq 2$) (ce qu'on supposera dans tout cet article) le point ∞ est irrégulier et le polygone de Newton de $D_{q,p}$ en ce point a un côté horizontal de longueur p et un côté de pente $1/q-p$ (de "longueur" q). Nous construisons, à l'aide des G-fonctions, dans tout "bon" secteur un système fondamental de solutions de $D_{q,p}$ ayant dans ce secteur un développement asymptotique prescrit. Nous appelerons *matrices de Stokes* les matrices de passage d'un système à un autre sur l'intersection de deux "bons" secteurs consécutifs. Ce n'est pas la définition "traditionnelle": c'est celle qu'adopte J.-P. Ramis et qui semble correspondre à une meilleure normalisation. Cette étude qui utilise à la fois des formules établies par C. S. Meijer en 1946 et les résultats de J.-P. Ramis constitue la lère partie de cet article.

Pour les petites valeurs des entiers p et q on peut ensuite décrire complètement le groupe de Galois différentiel de $D_{q,p}$. Le seul autre point singulier (l'origine) étant régulier on sait que le groupe $\mathrm{Gal}_{C(z)}(D_{q,p})$ s'identifie au groupe local à l'infini et que ce dernier est l'adhérence de Zariski du groupe engendré dans $\mathrm{Gl}(q, \mathrm{C})$ par les trois sous-groupes correspondant à la monodromie formelle, au tore exponentiel et aux matrices de Stokes. Le calcul explicite de ces divers groupes pour $q = 3$ et $p = 1$ ou 2 est l'objet de la 2ème partie. Des calculs de groupe de Galois dans des situations voisines se trouvent chez N. Katz.

1ÈRE PARTIE: MATRICES DE STOKES

0. Notations.

• La lettre σ désigne l'entier positif $q - p$ et on définit ε par $\varepsilon = 1$ si $\sigma \geq 2$, $\varepsilon = 1/2$ si $\sigma = 1$.