

LES COGROUPE ET LA CONSTRUCTION DE UTUMI

LABIB HADDAD AND YVES SUREAU

Among other results, a criterion is established, using multipliers, for a cogroup to be obtainable by Utumi's partition method starting from a D -hypergroup.

Several constructions are then given of families of cogroups, finite or infinite, which are not obtainable by Utumi's method. This answers a question raised by Stephen D. Comer (*J. Algebra*, 89 (1984), n° 2, 397–405).

1. Introduction. Soient G un groupe, g un sous-groupe quelconque de G et $H = \{xg : x \in G\}$ l'ensemble des classes ("à droite") de G modulo g . Dans le cas général, lorsque le sous-groupe g n'est pas nécessairement invariant dans G , l'ensemble H est muni naturellement d'une opération multivalente (une hyperloi de composition) qui fait de H un hypergroupe. Cet hypergroupe quotient coïncide, évidemment, avec le *groupe* quotient G/g lorsque g est invariant.

Tout hypergroupe isomorphe à un hypergroupe du type précédent est appelé hypergroupe de classes à droite ou, plus simplement, *D-hypergroupe*. Cette notion a été introduite par Krasner [4] en 1937.

En 1940, Eaton [2] distingue parmi tous les hypergroupes la classe particulière des *cogroupes* (à droite) qu'il conçoit comme une généralisation de la notion de groupe aux structures multivalentes. Il montre que tout *D-hypergroupe* est un cogroupe et demande si la réciproque est vraie.

En 1941, puis 1944, Krasner publie deux notes [5 et 6] où, entre autres résultats, il donne une caractérisation des *D-hypergroupes* parmi les hypergroupes à l'aide de ce qu'il appelle les "permutations droites".

En 1949, Utumi [9] donne l'exemple d'un cogroupe *fini* ayant huit éléments et qui n'est pas un *D-hypergroupe*. Il répond ainsi, par la négative, à la question de Eaton. A cette occasion, il retrouve la notion de "permutation droite" introduite par Krasner. Il lui donne le nom de *multiplicateur* sous lequel on la désigne habituellement à présent. Et il retrouve, sous une forme légèrement différente, la caractérisation des *D-hypergroupes* établie par Krasner. Il fournit aussi