PACIFIC JOURNAL OF MATHEMATICS
Vol. 159, No. 2, 1993

# MESURES DE PATTERSON-SULLIVAN SUR LE BORD D'UN ESPACE HYPERBOLIQUE AU SENS DE GROMOV

MICHEL COORNAERT

**Patterson et Sullivan ont mis en relation la croissance des orbites d'un groupe discret d'isométries de $H^n$ et certaines propriétés géométriques et ergodiques de son ensemble limite. On étend quelques-uns de leurs résultats à des groupes d'isométries d'un espace hyperbolique au sens de Gromov.**

**0. Introduction.** Considérons l'espace hyperbolique usuel $H^n$, équipé d'un point base $x_0$. Munissons le bord $\partial H^n$ de $H^n$ de la *métrique visuelle* obtenue en regardant $\partial H^n$ à partir de $x_0$ (la distance entre deux points de $\partial H^n$ est l'angle que font entre eux les rayons géodésiques issus de $x_0$ et allant vers les deux points). $\partial H^n$ est ainsi muni d'une structure de variété riemannienne isomorphe à celle de la sphère standard $S^{n-1}$. On sait que toute isométrie $\gamma$ de $H^n$ s'étend en un homéomorphisme conforme de $\partial H^n$. Soit $|\gamma'(\xi)|$ la *dilatation infinitésimale* de $\gamma$ en $\xi \in \partial H^n$ (c'est-à-dire le rapport de similitude de $\gamma' \colon T_\xi \partial H^n \to T_{\gamma\xi} \partial H^n)$.

Soit maintenant $\Gamma$ un groupe discret non élémentaire d'isométries de $H^n$. Etant donné un réel $D \geq 0$, une mesure $\mu$ sur $\partial H^n$, de masse totale finie et non nulle, est dite *$\Gamma$-conforme de dimension $D$* si

$$\gamma^* \mu = |\gamma'|^D \mu \quad \text{pour tout } \gamma \in \Gamma,$$

où $\gamma^*\mu$ est la mesure définie par $\gamma^*\mu(A) = \mu(\gamma A)$ pour tout $A \subset \partial H^n$.

Notons $n_Y(R)$ le nombre de points d'une orbite $Y \subset H^n$ de $\Gamma$ situés à une distance $\leq R$ de $x_0$. *L'exposant critique* $e(\Gamma)$ du groupe $\Gamma$ est

$$e(\Gamma) = \limsup_{R \to \infty} 1/R \operatorname{Log} n_Y(R).$$

L'inégalité triangulaire montre que $e(\Gamma)$ ne dépend ni du choix du point base $x_0$ ni de celui de l'orbite $Y$. Une minoration du volume de la boule de centre $x_0$ et de rayon $R$ (volume en const$\cdot e^{(n-1)R}$ pour $R$ grand) montre facilement $e(\Gamma) \leq n-1$. Cette minoration s'obtient en considérant des boules $B(y, r)$ ayant pour centres les $y \in Y$ et pour rayon un $r > 0$ assez petit pour que les boules $B(y, r)$ soient disjointes.