Lohoue, N.
Osaka J. Math.
18 (1981), 465–480

SUR LES REPRESENTATIONS UNIFORMEMENT BORNEES ET LE THEOREME DE CONVOLUTION DE KUNZE-STEIN

Noël LOHOUE

(Received December 12, 1979)

Le but de ce travail est de construire des représentations uniformément bornées des groupes de Lie semi-simples non compacts et de montrer comment en déduire aisément le théorème de convolution de Kunze-Stein pour les groupes de Lie semi-simples de rang un.

Nous montrons directement que certaines fonctions sont des multiplicateurs sur les espaces de la série complémentaire. Ce qui nous semble intéressant en soi, compte-tenu de certains espaces considérés par Folland et Stein sur les groupes de Lie nilpotents (voir [2]) et un théorème de Strichartz sur les espaces $\mathcal{L}^r_\alpha$ (voir [10]).

Le dernier théorème de cet article complète, le thèorème 2 de l'article [1] pour les groupes de rang un.

1. Préliminaire

1. Soit G un groupe de Lie semi-simple connexe, de centre fini, non compact. On considère une décomposition d'Iwasawa $G=KAN$.

Dans un premier temps, on suppose que la dimension de A est égale à un. On note $\mathcal{G}_\alpha$, resp. $\mathcal{G}_{2\alpha}$, le sous-espace radiciel, pour la racine positive α de dimension p, resp. 2α, de dimension q.

Soit $\rho=(p\alpha+2q\alpha)/2$ la demi-somme des racines positives comptées avec leur multiplicité. On note V le sous-groupe opposé à N par l'involution de Cartan. V s'identifie à $\boldsymbol{R}^p\times\boldsymbol{R}^q$ par l'application exponentielle et la mesure de Haar sur V est la mesure $dX\,dY$.

Soit $B=MAN$ où M est le centralisateur de A dans K. Alors presque tout $g\in G$ s'écrit $g=bv$, $b\in B$, $v\in V$. Pour tout $g\in G$, on note $b(g)$ la composante de g dans b. Soit w le seul élément non trivial du groupe de Weyl de G.

On note μ le caractère $\mu(a)=e^{2\rho[\log[(a)]}$ de A qui s'étend comme d'habitude en une fonction mesurable sur G. Par la suite on notera, pour tout $v\in V$, $|v|=\{\mu[b(vw)]\}^{-1/2(p+2q)}$.