Osaka Mathematical Journal
Vol. 7, No. 2, December, 1955.

Sur une Totalisation dans les Espaces de Plusieurs Dimensions. II

Par Shizu ENOMOTO

Dans le mémoire précédante "Sur une totalisation dans les espaces plusieurs dimensions. I",[1] nous avons donné une totalisation dans les espaces de plusieurs dimensions, qui a été dite l'intégrale $(\mathfrak{D})$. Nous avons montré dans le mémoire qu'on peut ramener toute intégrale $(\mathfrak{D})$ dans un intervalle de n dimensions aux intégrations au sens de Denjoy n-plement itérées sur des segments d'une dimension.

Dans ce mémoire nous examinerons surtout les propriétés de l'intégrale $(\mathfrak{D})$.

On verra d'abord dans § 5 que l'intégrale $(\mathfrak{D})$ est une extension de l'intégrale au sens de Denjoy à l'espace (euclidien) de plusieurs dimensions et que, comme le cas de l'intégrale au sens de Denjoy, il y a, pour une fonction $f(p)$ intégrable $(\mathfrak{D})$ sur un intervalle R_0 de plusieurs dimensions, une suite d'ensembles fermés $F_n (n=1, 2, \cdots)$ non-décroissante, de presque total R_0 et telle que l'intégrale $(\mathfrak{D})$ sur R_0 est la limite de l'intégrale au sens de Lebesgue de $f(p)$ sur F_n lorsque n tend vers 0. On verra de plus que pour une fonction $f(p)$ intégrable $(\mathfrak{D})$ la fonction d'intervalle $F(I) = (\mathfrak{D})\int_I f(p)dp$ est extérieurement et intérieurement continue.

Dans § 6, nous montrerons que si une fonction d'intervalle $F(I)$ finiadditive et définie dans un intervalle R_0, est partout dérivable au sens strict dans R_0, la fonction $F_s'(p)$ est intégrable $(\mathfrak{D})$ dans R_0 et $F(I)=(\mathfrak{D})\int_I F_s'(p)dp$. Montrons enfin que si $f(p)$ est une fonction intégrable $(\mathfrak{D})$ dans un intervalle R_0 et si $F(I)$ est la fonction d'intervalle définie par $F(I)=(\mathfrak{D})\int_I f(p)dp$, la dérivée ordinaire $F'(p)$ existe presque partout dans R_0 et on a $F'(p)=f(p)$.

Désormais, nous gardons, sauf indication contraire, la terminologie et les notations de le mémoire I.

---

1) Shizu Enomoto: Sur une totalisation dans les espaces de plusieurs dimensions. I, Osaka Math. J. 7 (1955), 69—102.