Journal of Mathematics
Osaka City University
Vol. 13, No. 1.

Sur un principe du maximum pour le potentiel de Riesz-Frostman

Par Nobuyuki NINOMIYA

(*Received June 28, 1962*)

Dans l'espace euclidien ou plus généralement dans l'espace topologique localement compact, soient $K(x,y)$ et $N(x,y)$ des fonctions positives et continues en x et y, qui peuvent être $+\infty$ en $x=y$, et soit $K(x,y)$ symétrique $[K(x,y)=K(y,x)]$. On considère les potentiels d'une mesure μ pris par rapport aux noyaux K et N:

$$U^{\mu}(x)=\int K(x,y)\,d\mu(y),\quad V^{\mu}(x)=\int N(x,y)\,d\mu(y).$$

Un noyau K est dit satisfaire au principe du balayage par rapport au noyau N si, étant donnes un compact F et un point p n'appartenant pas à F, il existe au moins une mesure positive λ portée par F telle que

(1) $U^{\mu}(x)=N(x,p)$ sur F sauf un ensemble de K-diamètre transfini nul,

(2) $U^{\mu}(x)\leqq N(x,p)$ dans tout l'espace.

Si un noyau K satisfait au principe du balayage par rapport au noyau N, on a les résultats suivants ([4], p. 121, p.122):

1. Etant donnes un compact F et un point p appartenant à F, il existe au moins une mesure positive λ portée par F telle que

(1) $U^{\lambda}(x)=N(x,p)$ sur F sauf un ensemble de K-diamètre transfini nul,

(2) $U^{\lambda}(x)\leqq N(x,p)$ dans tout l'espace.

2. Si le noyau N est fini et continu en x et y, étant donnés un compact F et une mesure positive μ à support compact, il existe au moins une mesure positive μ' portée par F telle que

(1) $U^{\mu'}(x)=V^{\mu}(x)$ sur F sauf un ensemble de K-diamètre transfini nul,

(2) $U^{\mu'}(x)\leqq V^{\mu}(x)$ dans tout l'espace.

3. Si le noyau $N(x,y)$ peut être $+\infty$ en $x=y$ mais satisfait au principe de continuité, étant donnés un compact F et une mesure positive μ à support compact, il existe au moins une mesure positive μ' portée par F telle que

(1) $U^{\mu'}(x)=V^{\mu}(x)$ sur F sauf un ensemble de $(K+N)$-diamètre transfini nul,

(2) $U^{\mu'}(x)\leqq V^{\mu}(x)$ dans tout l'espace sauf un ensemble de $(K+N)$-diamètre transfini nul.

Un noyau K est dit satisfaire au principe du maximum par rapport au noyau N si, étant donnés une mesure positive λ à support compact F et un point p n'appartenant pas à F, l'inégalité

$$U^{\lambda}(x)\leqq N(x,p)$$

sur F entraîne la même inégalité dans tout l'espace. Alors, on a démontré les théorè-