Kashiwara H.
Osaka J. Math.
24 (1987), 521-577

FONCTIONS RATIONNELLES DE TYPE (0, 1) SUR LE PLAN PROJECTIF COMPLEXE

HIROKO KASHIWARA

(Received March 22, 1984)
(Revised October 27, 1986)

Introduction

Dans les articles précédents [9] [10], nous avons étudié le problème de déterminer les formes explicites des polynômes de type (0, 2) ou de type (0, 3) sur l'espace $\boldsymbol{C}^2$. Nous considérons dans le présent article le problème analogue pour les fonctions rationnelles sur le plan projectif complexe $\boldsymbol{P}^2$.

Soit R une fonction rationnelle non constante sur $\boldsymbol{P}^2$. Pour toute valeur complexe α et aussi pour $\alpha=\infty$, nous désignons par S_α la courbe constante définie par $R=\alpha$, et nous appelons *courbe première de R à valeur α* chaque composante irréductible de S_α. Une courbe première de R à valeur α sera dite *d'ordre élevé* si la fonction $R-\alpha$ (ou $1/R$ si $\alpha=\infty$) a un zéro multiple. Une courbe première de R sera dite *de type* (g, n) si la normalisation de la partie de cette courbe obtenue par l'exclusion de tous les points d'indétermination de R est une surface de Riemann ouverte du genre g ayant n points frontières. On peut facilement démontrer que toutes les courbes premières de R, sauf un nombre fini, sont d'un même type (g, n); dans ce cas on dit que R est *de type* (g, n). Une fonction R de type $(0, n)$ est dite *de type rationnel.* Une fonction rationnelle non constante sur $\boldsymbol{P}^2$ sera dite *primitive* si toutes ses courbes constantes sont irréductibles sauf un nombre fini.

Le but du présent article est de donner les formes explicites des fonctions rationnelles de type (0, 1). Toute fonction rationnelle R sur $\boldsymbol{P}^2$ s'exprime comme la composée $\pi\circ R_0$ d'une fonction rationnelle primitive R_0 et d'une fonction rationnelle π d'une variable complexe. Ainsi il suffit de considérer le cas où les fonctions sont primitives. Désignons par $\mathscr{F}$ la famille des fonctions rationnelles primitives de type (0, 1). Une fonction R appartenant à $\mathscr{F}$ admet un et un seul point d'indétermination, et toutes les courbes constantes de R sont irréductibles, de type (0, 1) et elles n'ont pas de point singulier sauf le point d'indétermination de R. Puisque le nombre des courbes premières d'ordre élevé de R est 0, 1 ou 2, on peut classer $\mathscr{F}$ selon ce nombre en trois sous-familles qu'on désignera par $\mathscr{F}_0$, $\mathscr{F}_{\mathrm{I}}$ et $\mathscr{F}_{\mathrm{II}}$. Alors $\mathscr{F}_0$ consiste en toutes les fonctions