Guillopé L.
Osaka J. Math.
31 (1994), 247–289

ENTROPIES ET SPECTRES

LAURENT GUILLOPÉ

(Reçu le 25 Novembre 1992)

Introduction.

L'entropie, mesure des comportements asymptotiques, est un opérateur de distinction des systèmes dynamiques: invariant de conjugaison topologique, elle différencie spectaculairement les décalages de Bernoulli. Pour un système dynamique (action d'un groupe $\boldsymbol{Z}$, $\boldsymbol{R}$, Γ ou d'un semi-groupe $\boldsymbol{N}$) particulier, comment son entropie gouverne la structure orbitable qui la définit? Cette question est confortée par diverses situations où l'entropie, caractérisée apparemment fort vaguement (type de croissance exponentielle d'une fonction de comptage), détermine des éléments rigides (un unique zéro réel d'une fonction analytique).

Le comptage des orbites distinctes, en nombre infini, exige une renormalisation; l'entropie est définie par le type de croissance exponentielle du cardinal d'une orbite tronquée temporellement (pour les actions de $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Z}$, $\boldsymbol{R}$) ou spatialement (pour une action propre d'un groupe Γ). Le dénombrement peut porter aussi sur les éléments stationnaires (trajectoires périodiques), à supposer qu'il en existe. La suite examine, en mettant en parallèle graphes (compacts) et surfaces (à courbure -1 de géométrie finie), la validité (et leurs raffinements éventuels) de deux énoncés entropiques généraux. Le premier, dû à Patterson [27], Sullivan [33], Coornaert [6], concerne la distribution orbitale d'actions isométriques sur un espace hyperbolique (tel que défini par Gromov [9]):

Théorème 1. *Soit Γ un groupe opérant par isométrie sur l'espace hyperbolique (X, g), discontinument, de manière cocompacte et avec un ensemble limite infini. Il existe une constante positive h_Γ et, pour x, x' dans X, une constante positive $C_{x,x'}$ telles que*

$$C_{x,x'}^{-1}\ e^{h_\Gamma R} \leq N_{x,x'}^{\Gamma}(R) = \#\{\gamma \in \Gamma,\ d(x,\gamma x')\} \leq\ R\ \leq C_{x,x'}\ e^{h_\Gamma R}.$$

et le second, établi par Bowen [3], porte sur le spectre des périodes de flots hyperboliques: