

## THEORIE RELATIVE DES ENSEMBLES INTERNES

YVES PÉRAIRE

(Reçu le 20 mai, 1991)

### Introduction

L'un des intérêts de l'analyse non standard est la production de critères externes pour des concepts classiques. Par exemple, le critère de continuité pour une fonction  $f$  en un point  $x$ :

$$h \approx 0 \Rightarrow f(x+h) \approx f(x).$$

Cependant, ces caractérisations ne s'appliquent qu'à une classe d'objets, ceux qui sont standard [14]. Dans cet article, nous nous proposons de développer une version relative de la théorie IST de E. Nelson qui permet d'appliquer les critères externes à tout objet, quel qu'il soit. On espère justifier ainsi le calcul infinitésimal relatif qui pourrait se révéler utile dans la modélisation des phénomènes présentant plus de deux ordres de grandeur. Notre point de vue, conceptuellement proche de celui de Gordon exposé dans [3], est le suivant: plutôt que de considérer que l'univers est constitué de deux classes d'ensembles, celle des ensembles standard et celle des ensemble non standard, nous considérerons que la collection des ensembles peut être totalement ordonnée relativement à la standardité au moyen d'un prédicat binaire. L'idée d'utiliser un prédicat à deux places a été énoncée pour la première fois clairement en 1985, à notre connaissance, et sous cette forme, par Guy Wallet co-auteur de [14].

### 1. Présentation de la théorie

Comme annoncé dans l'introduction, le langage de cette nouvelle théorie des ensembles, que nous appellerons RIST, comporte un prédicat non défini à deux places en plus du classique prédicat d'appartenance de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel, ce prédicat sera noté  $\mathcal{SR}$ .

Si  $x$  et  $y$  sont deux ensembles de notre théorie, l'expression  $x\mathcal{SR}y$  se lira: "x est standard relativement à y".

Nous appellerons formule *interne* toute formule bien formée du langage de RIST dans laquelle n'intervient pas le prédicat  $\mathcal{SR}$ .

Si  $\alpha$  est un ensemble et si  $F$  est une formule quelconque du langage de RIST nous écrirons: