Ohara, Akiko
Osaka Math. J.
10 (1958), 239-257.

La Structure du Groupe des Similitudes Directes $GO_6^+(Q)$ sur un Corps de Caractéristique 2.

Par Akiko OHARA

1. Soient K un corps commutatif de caractéristique 2 et E un espace vectoriel de dimension n sur K. On appelle forme quadratique une application Q de E dans K qui satisfait à une identité de la forme

$$(1) \qquad Q(\lambda x+\mu y)=\lambda^2 Q(x)+\mu^2 Q(y)+\lambda\mu f(x, y),$$

où f est une forme bilinéaire sur $E\times E$ et où x, y sont des vecteurs de E et λ, μ des éléments de K. On peut alors définir les notions d'une forme quadratique "non dégénérée" ou "défective", d'un vecteur "singulier", de "l'indice" de Q et d'un sous-espace "isotrope", de même que dans le cas de caractéristique $p\neq 2$, [1]. Nous supposons toujours que la dimension de E soit paire $n=2m$ et que Q soit une forme quadratique non dégénérée d'indice $\nu\leqq m$. Comme f est une forme alternée, il existe une base symplectique pour f, $(e_i)_{1\leqq i\leqq 2m}$ dans E. Alors, on peut écrire $Q(x)$, $x=\sum_{i=1}^{2m} e_i\xi_i$, sous la forme[1)]

$$(2) \qquad Q(x)=\sum_{i=1}^{m-\nu}\{Q(e_i)\xi_i^2+\xi_i\xi_{m+i}+Q(e_{m+i})\xi_{m+i}^2\}+\sum_{j=m-\nu+1}^{m}\xi_j\xi_{m+j}.$$

Une collinéation semi-linéaire u, relative à un automorphisme σ de K, est appelée une semi-similitude si on a

$$(3) \qquad Q(u(x))=r_u(Q(x))^\sigma \qquad (x\in E),$$

r_u étant une constante non nulle, appelée multiplicateur de u. Les semi-similitudes forment un groupe. Désignons ce groupe par $\Gamma O_n(Q)$. Les transformations de $\Gamma O_n(Q)$ associées à l'automorphisme identique de K forment un sous-groupe distingué $GO_n(Q)$ de $\Gamma O_n(Q)$, appelé *le groupe des similitudes.* Celles de multiplicateur 1 forment *le groupe orthogonal*

---

1) D'après la définition, on obtient d'abord par récurrence sur m l'expression de $Q(x)$ telle que $Q(x)=\sum_{i=1}^{m}\{Q(e_i)\xi_i^2+\xi_i\xi_{m+i}+Q(e_{m+i})\xi_{m+i}^2\}$. Ensuite, pour tout vecteur singulier a et tout plan non isotrope P contenant a, il existe dans P un vecteur singulier et un seul $b\neq a$, tel que $f(a, b)=1$, (cf. [1], p. 20). Donc, dans le cas de l'indice $\nu\geqq 1$, on peut choisir une base (e_i) de sorte que les 2ν termes $Q(e_l)$, $Q(e_{m+l})$ où $m-\nu+1\leqq l\leqq m$ s'annulent.