Osaka Mathematical Journal
Vol. 6, No. 2, December, 1954

Sur Théorème d'Existence dans les Problèmes aux Limites pour l'Équation $\Delta u = F(x, u, \mathrm{grad}\ u)$.

Par Seturo SIMODA

Dans le champ des équations différentielles aux dérivées partielles du second ordre et du type elliptique, l'éfficacité d'employer des fonctions très restreintes, soit hölderiennes, soit localement hölderiennes, soit remplissant la condition de Dini, était plus que suffisamment appréciée ; en effet, Jules Schauder, le glorieux mathématicien polonais, qui périt victime de la guerre, obtint autrefois plusieurs fruits intéressants en utilisant adroitement des fonctions hölderienne et des divers théorèmes topologiques tenant à ses mérites.

Toutefois, dans l'étude des équations non linéaires, en particulier, dans l'établissement de l'existence de ses solutions strictes au moyen du théorème des points fixes, il est (occasionnellement) désirable de se servir des fonctions localement hölderiennes en toute liberté. Mais l'emploi de l'espace se composant seulement des fonctions de telle nature ne nous amène jamais de résultat heureux, si bien qu'il est plutôt nécessaire à adopter un espace vectoriel qui enferme toutes les fonctions des espèces énoncées plus haut, en le munissant d'une topologie métrisable par les pseudonormes homogènes qui sont en réalité une sorte d'extension des normes hölderiennes employées autrefois par J. Schauder.[1]

Quoique tel espace se prête tout du moins à notre but présent de traiter l'équation au sujet, il y a une complication sérieuse en computations, laquelle nous force à la fin à utiliser un *laplacien généralisé* et à employer à la topologie seulement celle qui caractérise la convergence localement uniforme, et qui admet, à l'aide du premier, une grande commodité de n'exiger, sur le second membre de l'équation, d'autre hypothèse que continuité.

Il me semble qu'il y a divers questions dans l'amplification de cette méthode aux équations plus générales du type elliptique :

---

1) J. Schauder : *Über lineare elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung.* Math. Zeits., 38 (1934), 257-282.