Osaka Mathematical Journal
Vol. 4, No. 2, December, 1952

Zur Theorie der algebraischen Erweiterungen

Von Kenjiro SHODA

In den früheren Arbeiten[1] über die allgemeinen algebraischen Systeme haben wir uns meistens mit der Verallgemeinerung der Gruppentheorie, sowie der Ringtheorie beschäftigt. Dabei haben wir die ganze Theorie auf den folgenden Grundvoraussetzungen[2] aufgebaut, die wir in der vorliegenden Arbeit auch stets annehmen werden.

I. *Es gibt ein (festzusetzendes) Nullelement* 0.

II. *Die algebraische Vereinigung zweier normalen Untersysteme ist normal.*

III. *Jeder Meromorphismus ist Klassenmeromorphismus.*

Dort haben wir ferner auch allgemeine Erweiterung eines Systems betrachtet und den Begriff der algebraischen Abhängigkeit eingeführt.

In der vorliegenden Arbeit studieren wir die Theorie der algebraischen Erweiterungen eines Systems, die man sowohl als eine Verallgemeinerung der Steinitzschen Theorie der Körper[3] als auch als die der von R. Baer und T. Szele entwickelten Theorie der Abelschen Gruppe[4] anzusehen ist. Dabei beschränken wir uns auf den primitiven Systeme.[5]

---

1) K. Shoda: Über die allgemeinen algebraischen Systeme I-VIII, Proc. Imp. Acad. Tokyo, 17 (1941), 323-327; 18 (1942), 179-185, 227-232, 276-279; 19 (1943), 120-124, 259-263, 515-517; 20 (1944), 584-588; zitiert nach den Nummern. Allgemeine Algebra, Osaka Math. J. 1 (1949), 182-225, zitiert mit AA.

2) Ein Element heisst Nullelement, wenn es allein ein Untersystem bildet, also, wenn es bei der vorgegebenen Verknüpfungen geschlossen ist. Eine durch einen Homomorphismus induzierte Klasseneinteilung führt uns zum Begriff des Restklassensystems. Eine das festgesetzte Nullelement enthaltende Restklasse eines geeigneten Restklassensystems heisst normales Untersystem.

3) E. Steinitz: Algebraische Theorie der Körper, Crelles Journ. 137 (1910), 167-309.

4) R. Baer: Abelian groups that are direct summands of every containing Abelian group, Bull. Amer. Math. Soc. 46 (1940), 800-806. T. Szele: Ein Analogon der Körpertheorie für Abelsche Gruppe, Crelle's Journ. 188 (1950), 168-192.

5) Unter einem primitiven System verstehen wir ein System, das durch die ausnahmslos ausführbaren Verknüpfungen definiert ist. Vgl. I. Der Begiff des Körpers ist nicht primitv. Aber ist der Begriff des Ringes mit einem festen Koeffizientkörper ist primitiv. Die in dieser Arbeit angegebene Definition der algebraischen Elemente stimmen dann ersichtlich mit der Körpertheorie überein. Der Begriff der Abelschen Gruppe mit einem festen Operatorring ist primitiv.