

## STRUCTURE DU GROUPE DES SIMILITUDES ORTHOGONALES

AKIKO YOSHIOKA

1. Nous avons un théorème, ce qu'on appelle le théorème de Cartan-Dieudonné, sur les générateurs du groupe orthogonal: Toute transformation orthogonale à  $n$  variables sur un corps de caractéristique  $\neq 2$  est un produit de  $n$  symétries au plus, et sur un corps de caractéristique 2 elle est un produit au plus de  $n$  transvections orthogonales, sauf un seul cas, [1] ou [3]. C'est une généralisation d'un résultat obtenu par E. Cartan, relatif au corps des nombres réels ou au corps des nombres complexes [4]. Il nous semble qu'il soit important d'étudier les involutions des groupes classiques, non seulement pour savoir la structure de ces groupes eux-mêmes, mais aussi pour déterminer les automorphismes ou les isomorphismes de ces groupes. Parce que la plupart des méthodes pour déterminer ces automorphismes ou ces isomorphismes repose sur la considération des involutions et sur le fait qu'un automorphisme ou un isomorphisme transforme une involution en involution. Comme il est possible qu'un produit de deux symétries ou bien de deux transvections orthogonales devienne une involution orthogonale, il est naturel d'avoir la question suivante: Si une transformation orthogonale se représente comme produit des involutions orthogonales, combien d'involutions sont-elles nécessaires au minimum pour représenter une transformation orthogonale? C'est une question posée par Prof. H.S.M. Coxeter. Un résultat obtenu par M.J. Wonenburger donne une réponse dans un cas, c'est-à-dire, dans le cas où le corps est de caractéristique  $\neq 2$  et que la forme quadratique est non dégénérée d'indice nul. Dans ce cas, une transformation orthogonale peut se représenter comme produit de deux involutions orthogonales [5].

D'autre part, si  $n$  est impair, le groupe des similitudes orthogonales est produit direct du groupe orthogonal et du groupe des homothéties. Mais, si au contraire  $n$  est pair, le groupe des similitudes orthogonales n'est pas