RECHERCHES AXIOMATIQUES SUR UN THEOREME DE CHOQUET CONCERNANT L'EFFILEMENT

M. BRELOT

Offert pour le soixantième anniversaire du Professeur Noshiro.

1. Il y a quelques années, CHOQUET a démontré [5], en théorie classique du potentiel (ou pour certains noyaux) que l'ensemble E des points où un ensemble e est effilé est contenu dans un ouvert ω, tel que $\omega \cap e$ soit de capacité arbitrairement petite. Cela contient les résultats-elefs, connus depuis longtemps que $E \cap e$ est polaire et que si e est ouvert, p. ex. borné, $E \cap \partial e$ est de mesure harmonique nulle en tout point de e. La partie nouvelle du résultat général est que les points de $\complement e$ où e est effilé peuvent être enfermés dans un ouvert ω tel que $\omega \cap e$ soit de capacité arbitrairement petite et l'effilement n'intervient plus pour un ensemble qu'aux points du complémentaire, d'une façon équivalente à la notion de topologie fine. C'est cet aspect fort important que nous allons approfondir dans des conditions axiomatiques très générales, en développant nécessairement un peu une théorie du "poids" généralisant la capacité (donc plus ou moins examinée par CHOQUET) et comparant les notions de "continuité fine" et de "quasi-continuité," comme il était connu dans le cas classique, notions récemment approfondies axiomatiquement aussi par FUGLEDE [6,7]. Nous considérerons enfin des cas particuliers fournis par la théorie axiomatique des fonctions harmoniques. Nous trouverons ainsi pour divers poids divers équivalents de la propriété de Choquet.

2. Definitions

Soit [3] sur un espace topologique Ω, un cône convexe Φ de fonctions réelles $\geqslant 0$ semi-continues inférieurement, contenant la fonction $+\infty$ ($u \in \Phi \Rightarrow \lambda u \in \Phi$ avec $0.\ \infty = 0$)

La topologie *fine* sur Ω est la moins fine des topologies plus fines que celle de Ω et rendant continues les fonctions de Φ. L'adhérence fine de e sera notée $\tilde{e}$. *L'effilement* de e en $x_0 \notin e$ signifie que $\complement e$ est un voisinage fin de x_0[1]. On appellera

Received July 21, 1966.

[1] On rappelle que R_φ^e($\varphi \geqslant 0$, $e \subset \Omega$) signifie inf u($u \in \Phi$, $u \geqslant \varphi$ sur e), que $R_\varphi = R_\varphi^\Omega$ et que l'effilement de e en $x_0 \notin e$ est caractérisé par $\inf_\sigma R_1^{e \cap \sigma}(x_0) < 1$ (σ voisinage de x_0)