S.-N. Kuroda
Nagoya Math. J.
Vol. 55 (1974) 151–159

ÜBER EINE KLASSE VON L-FUNKTIONEN ALGEBRAISCHER ZAHLKÖRPER

S.-N. KURODA

In der vorliegenden Arbeit konstruieren wir, indem wir die Schlüsse von Armitage [1] in einer für unseren Zweck geeigneten Form erbringen, eine andere Klasse von L-Funktionen als bei Armitage [1] und Fröhlich [5], welche an der Stelle $s = 1/2$ eine Nullstelle ungerader Ordnung haben.[1]

Es sei G eine endliche Gruppe und H eine von der Einsgruppe E verschiedene echte Untergruppe von G. G heißt eine Frobeniusgruppe zu H, wenn $H \cap H^{\sigma} = E$ gilt für alle σ aus $G - H$, wo $H^{\sigma} = \sigma^{-1}H\sigma$ ist. Die Menge $F = G - \bigcup_{\sigma \in G}(H - E)^{\sigma}$ bildet dann bekanntlich einen Normalteiler von G. F heißt der Frobeniuskern von G.[2]

Um unseren Satz einzuführen, sei zunächst k ein algebraischer Zahlkörper von endlichem Grade und L/k ein galoisscher Körper, dessen Galoisgruppe G eine Frobeniusgruppe ist. Wir bezeichnen mit K den Invariantenkörper von F. Ist ψ ein Charakter vom Grade 1 von der absoluten Idealklassengruppe von K, so sehen wir ψ auch als Charakter der Galoisgruppe eines geeignet groß gewählten galoisschen Körpers über K an, welcher den ψ zugeordneten Klassenkörper enthält. Ist ferner der Wertvorrat von ψ gleich $\{\pm 1\}$, so nennen wir ψ einen unverzweigten, quadratischen Charakter von K.

Es bezeichne nun $h(F)$ die Anzahl der Konjugiertenklasse von der Gruppe F und $|H|$ die Ordnung von H. Dann läßt sich die $h(F) - 1$ irreduziblen, nichttrivialen Charaktere von F in die $n = (h(F) - 1)/|H|$

Received March 30, 1974.

[1] Vgl. auch Serre [13]. In [6] hat Fröhlich angedeutet, daß es für einen beliebigen algebraischen Zahlkörper unendlich viele galoissche Erweiterungen gibt mit der verallgemeinerten Quaternionengruppe als Galoisgruppe, deren Zetafunktionen an der genannten Stelle verschwinden. Im folgenden beschäftigen wir uns mit dem Fall, wo die Galoisgruppe eine Frobeniusgruppe ist.

[2] Vgl. Huppert [8], Kapitel V, §8. Im folgenden werden wir für die benötigen Ergebnisse der Frobeniusgruppe auf die einschlägigen Paragraphen von [8] verweisen.