

COURBES ELLIPTIQUES AYANT BONNE RÉDUCTION EN DEHORS DE 3

GÉRARD LIGOZAT

Introduction

Le résultat principal de ce travail est le suivant: les courbes elliptiques définies sur \mathbf{Q} , et ayant bonne réduction en dehors de 3, vérifient la conjecture de Weil (cf. [2], Th. 2).

La démonstration de ce fait découle d'une construction explicite des formes paraboliques de poids 2 sur les groupes de congruence $\Gamma_0(3^\nu)$, $\nu = 3, 4, 5$. La méthode utilisée pour faire cette construction, ainsi que la façon d'en déduire la validité de la conjecture de Weil, sont celles employées par Honda et Miyawaki dans leur article [2] relatif au cas analogue des courbes ayant bonne réduction en dehors de 2.

Ces questions sont traitées dans les deux premiers paragraphes.

Dans un troisième paragraphe, on utilise les symboles modulaires pour donner une description de la jacobienne $J_0(3^4)$, associée au groupe de congruence $\Gamma_0(3^4)$, en termes de réseaux complexes. On montre dans le quatrième paragraphe comment on peut déduire des résultats obtenus: d'une part, certaines propriétés galoisiennes des points de 3-division des courbes elliptiques de conducteur 27; d'autre part, les propriétés galoisiennes des points de 3-division d'une certaine courbe elliptique considérée par Koike dans [3], § 3. Ces propriétés sont démontrées par Koike par une autre méthode, et lui servent à déterminer une équation explicite de cette courbe. Notre démonstration montre qu'elles ont une origine "modulaire".

Je tiens à remercier ici le Professeur Koike qui a bien voulu s'intéresser aux résultats de la première partie de ce travail, et dont l'article cité plus haut a motivé la seconde partie.