ÜBER EINE DIOPHANTISCHE GLEICHUNG VON RAMANUJAN-NAGELL UND IHRE VERALLGEMEINERUNG

HELMUT HASSE

TADASI NAKAYAMA zum Gedächtnis

Inhalt

In der vorliegenden Arbeit berichte ich über in der Literatur verstreute Ergebnisse zu einer, wie mir scheint, reizvollen und interessanten zahlentheoretischen Fragestellung. Ich verankere diese Fragestellung in der Theorie der imaginär-quadratischen Zahlkörper, gewinne von dort aus einen systematischen Ansatz zur Behandlung, und leite die hauptsächlichsten Ergebnisse nach einer einheitlichen Methode her. Als bescheidene eigene Beiträge haben sich dabei die Kriterien §5, VI und §6, X zu den in der Literatur vorhandenen hinzugesellt.

§1. Einleitung: Die Ramanujan-Nagellsche Gleichung (Basis 2, Diskriminante -7)

1. Ramanujan [1] hat vermutet, dass die diophantische Gleichung

$$x^2 + 7 = 2^{n+2}$$

nur die folgenden fünf Lösungen hat:

$$\begin{array}{llllll} n = 1, & 2, & 3, & 5, & 13, \\ x = 1, & 3, & 5, & 11, & 181. \end{array}$$

Received March 23, 1965.