UNE GENERALISATION DES LIGNES DE GREEN

LINDA LUMER-NAIM*)

I. Préliminaires

1. L'objet du présent travail est d'étudier, dans un espace de Green Ω, une généralisation des lignes de Green, à savoir les trajectoires orthogonales des surfaces de niveau de $\frac{G}{h}$, où G désigne la fonction de Green de pôle fixé $y_0 \in \Omega$, et h une fonction harmonique >0 fixée dans Ω. Le cas $h=1$, qui est celui des lignes de Green ordinaires, a été étudié en détail par M. Brelot et G. Choquet dans [4]. On montrera ici, moyennant l'introduction de notions convenablement appropriées, que les propriétés de ce cas initial s'étendent.

Ainsi, au voisinage du pôle y_0, (supposé non à l'infini par exemple), ces "*h-lignes*" sont toutes issues de y_0 et y admettent une demi-tangente en correspondance biunivoque avec la ligne ; d'où, sur l'ensemble $\mathscr{L}_h$ des lignes issues de y_0, une topologie d'espace compact homéomorphe à la sphère unité, puis une mesure $g_h \geq 0$—*la h-mesure de Green*—de total $h(y_0)$, qui pour un faisceau de lignes issues de y_0, est proportionnelle à l'angle solide du faisceau des demi-tangentes correspondantes, et aussi à la h-mesure harmonique en y_0, relative au domaine $\left\{\frac{G}{h}>\lambda\right\}$, $\lambda>0$ assez grand, de la trace du faisceau sur la surface $\left\{\frac{G}{h}=\lambda\right\}$. Au sens de cette mesure g_h, presque toute ligne de $\mathscr{L}_h$ est *h-régulière*, c'est-à-dire que la borne inférieure de $\frac{G}{h}$ y est nulle, et les lignes h-régulières établissent entre les surfaces $\left\{\frac{G}{h}=\lambda\right\}$ un homéomorphisme conservant la h-mesure harmonique en y_0, relative aux domaines $\left\{\frac{G}{h}>\lambda\right\}$.

Ces lignes permettent diverses applications aux fonctions surharmoniques et au principe du maximum, que l'on donnera pour terminer, et que l'on utilisera surtout pour une extension du principe de Dirichlet, dans un travail à paraitre prochainement et résumé dans la Note [6].

2. Nous renvoyons essentiellement à [4] pour les définitions et propriétés

Received March 1, 1965.

*) Ce travail a été rédigé avec l'appui de National Science Foundation, grant G-24502.