# PROBLEMES D'UNIVERSALITE S'INTRODUISANT DANS L'ALGEBRISATION DE LA LOGIQUE MATHEMATIQUE II

DANIEL PONASSE

## Chapitre III: Substitutions et quantificateurs

### 1. Ensemble individualisé

Nous définirons la structure *d'ensemble individualisé* au moyen des données suivantes:

—un ensemble non vide $A$, éléments notés $u, v, w, \ldots$

—un ensemble *infini* $I$, éléments notés $a, b, c, \ldots i, j, k, \ldots$ et appelés ***individus.***

—une application $s$ de $I^2$ dans l'ensemble des applications de $A$ dans lui-même; une fonction telle que $s(a, b)$ sera dite "*substitution de $a$ à $b$*", et lorsque aucune confusion ne sera à craindre, on la notera simplement $(a/b)$, sa valeur pour $u \in A$ sera alors notée $(a/b)u$. Si l'on est en présence de plusieurs individualisations différentes, on pourra préciser en disant que $A$ est $s$-individualisé sur $I$.

Un élément $u$ de $A$ sera dit *indépendant* d'un individu $a$, si pour tout individu $b$: $(b/a)u = u$. On notera $i(a)$ l'ensemble des $u$ indépendants de $a$, et $I_u$ l'ensemble des individus dont dépend (c'est à dire n'est pas indépendant) $u$; $I_u$ sera dit la *base* de $u$.

Ces données devant vérifier les axiomes suivants:

I 1/ $(a/a)u = u$ quels que soient $u \in A$ et $a \in I$

I 2/ si $b \neq a$, alors $(b/a)u$ est indépendant de $a$, quel que soit $u \in A$

I 3/ si $u$ est indépendant de $a$: $(c/a)(a/b)u = (c/b)u$ quels que soient $b$ et $c$

I 4/ pour tout $u$, $I_u$ est une partie finie (éventuellement vide) de $I$.

*Indépendance des axiomes d'individualisation*

*Axiome I 1*: Prenons pour $A$ un ensemble ayant au moins deux éléments, et soient $u^\circ$ et $v^\circ$ deux éléments différents fixés, soit également $a^\circ$ un individu fixé; définissons les substitutions de la façon suivante:

---

Received July 3, 1961.