SUR CERTAINES VARIÉTÉS HOMOGÈNES COMPLEXES

YOZÔ MATSUSHIMA

Introduction. Soit V une variété complexe satisfaisant aux conditions suivantes :

1) *un groupe de Lie semi-simple connexe G opère sur V de manière transitive et holomorphe ;*

2) *la variété V admet une mesure invariante par G*[1].

On dira par abus de langage que la variété V est *semi-simple.* On se propose d'étudier dans ce travail des variétés complexes *compactes semi-simples.* Les variétés de ce genre font l'objet de deux travaux de Wang [5], [6]. Dans le mémoire [5] il a étudié le cas simplement connexe et dans [6] le cas parallélisable. Le résultat obtenu dans ce travail montre que toute variété complexe compacte semi-simple est en un certain sens une combinaison de deux types de variétés étudiées par Wang. On établit en effet le théorème suivant.

THÉORÈME 1. *Soit V une variété complexe compacte semi-simple. Alors V est un espace fibré holomorphe de base W et de fibre F. La base W est un espace homogène kählérien d'un groupe de Lie compact semi-simple connexe et la fibre F est un espace quotient d'un groupe de Lie complexe réductif connexe par un sous-groupe discret.*

Ce théorème généralise un théorème bien connu de Wang [5]. Voir également un mémoire récent de Hano et Kobayashi [3]. L'énoncé détaillé du théorème 1 sera donné au paragraphe 4 sous la forme du théorème 1'. On trouvera aussi une méthode pour construire les variétés complexes compactes semi-simples.

On déduira du théorème 1 et d'un théorème de Wang [6] le théorème suivant.

Received October 15, 1960.

[1] Pour qu'il en soit ainsi il faut et il suffit que le groupe d'isotropie de G en un point de V soit unimodulaire.