SUR CERTAINS ESPACES FIBRÉS PRINCIPAUX DIFFÉRENTIABLES ET HOLOMORPHES

SHINGO MURAKAMI

Le but principal de ce mémoire est d'étudier les espaces fibrés principaux différentiables et holomorphes de groupe abelien connexe ayant pour base une C-variété au sens de Wang [12]. Une C-variété X étant une variété complexe compacte simplement connexe et homogène, X est la base d'un espace fibré principal qui est un groupe de Lie où opère un sous-groupe fermé par les translations à droite comme groupe structural. Pour cette raison, on considère d'abord dans le § 1 les espaces fibrés principaux différentiables de groupe abelien connexe A ayant pour base la base X d'un certain espace fibré principal différentiable Y de groupe B. Parmi ces espaces fibrés principaux les plus simples sont ceux qui sont associés à Y par les homomorphismes du groupe B dans le groupe A. On montre que tous les espaces fibrés principaux différentiables qui sont trivialisés par la projection de Y sur X sont de ce type si Y est simplement connexe et si B est un groupe compact. Dans le § 2, on donne une classification des espaces fibrés principaux dont la base est une C-variété X et dont le groupe est un groupe de Lie complexe abelien connexe A: Tout espace fibré principal différentiable de base X et de groupe A est sous-jacent à un espace fibré principal holomorphe et, de plus, quand on pose d'après Wang $X=G/U$ où G est un groupe de Lie complexe semi-simple simplement connexe, tout espace fibré holomorphe du type en question est un espace fibré associé à l'espace fibré G de base X et de groupe U par un homomorphisme holomorphe bien déterminé du groupe U dans le groupe A. On étudie enfin, dans le § 3, les connexions définies sur les espaces fibrés principaux holomorphes de groupe abelien connexe ayant pour base une C-variété. On y montre en particulier qu'un tel espace fibré principal est trivial si il admet une connexion holomorphe.

Je tiens à exprimer ici toute ma reconnaissance à M. J.-L. Koszul, dont

Received May 1, 1959.