

# ESPACES FIBRÉS ASSOCIÉS ET PRÉ-ASSOCIÉS

J. L. KOSZUL

**Introduction.** Dans la première partie de cet article, on généralise une construction donnée dans [2], conduisant à l'homologie des espaces classifiants de groupe  $\Gamma$ . Cette construction utilise au départ un espace fibré principal  $Y$  de groupe  $\Gamma$ , le cas traité dans [2] étant celui où  $Y = \Gamma$ . Elle permet de définir dans le module de cohomologie de la base  $X$  de  $Y$  une filtration par une suite de sous-modules dont l'intersection est le module des classes caractéristiques. Dans la seconde partie, la filtration précédente est étendue à  $H^1(X, \mathbf{G})$  où  $\mathbf{G}$  est le faisceau des germes d'applications continues de  $X$  dans un groupe topologique  $G$ . On obtient ainsi dans  $H^1(X, \mathbf{G})$  des sous-ensembles  $Q_2 \subset Q_1 \subset H^1(X, \mathbf{G})$ . Cette classification s'étend au cas holomorphe. Les espaces fibrés principaux de base  $X$  de groupe  $\mathbf{G}$  correspondant à  $Q_2$  sont les espaces fibrés de groupe  $G$  associés à  $Y$ . Les espaces fibrés correspondant à  $Q_1$  sont appelés des espaces fibrés *pré-associés* à  $Y$ . Ce sont encore des espaces fibrés trivialisés par la projection de  $Y$  sur  $X$ . Pour cette raison, ils peuvent être définis par un facteur  $k : Y \times \Gamma \rightarrow G$ . Pour qu'un facteur  $k$  corresponde à un espace fibré  $P$  pré-associé à  $Y$ , il faut et il suffit qu'il existe une application continue  $g : Y^2 \rightarrow G$  telle que

$$g(y, y')k(y', s) = k(y, s)g(ys, y's)$$

quels que soient  $y, y' \in Y$  et  $s \in \Gamma$ . Le choix d'une application  $g$  vérifiant cette condition présente de grandes analogies avec le choix d'une connexion dans l'espace  $P$ . En fait, dans le cas différentiable, et pour un groupe  $\Gamma$  discret, on montre que  $g$  *détermine* une connexion dans  $P$ .

## I

**1. Complexes topologiques.** Soit  $T$  la catégorie préadditive dont les objets sont les espaces topologiques, le groupe  $\text{Hom}(X, Y)$  des homomorphismes d'un

Received March 6, 1959.