SUR LA CLASSIFICATION DES ESPACES FIBRÉS VECTORIELS HOLOMORPHES SUR UN TORE COMPLEXE ADMETTANT DES CONNEXIONS HOLOMORPHES

AKIHIKO MORIMOTO

Introduction. Dans ce travail nous étudierons le problème de classifier les espaces fibrés principaux holomorphes de groupe $GL(m, C)$ sur un tore complexe admettant des connexions holomorphes i.e. la classification des espaces fibrés vectoriels holomorphes sur un tore complexe admettant des connexions holomorphes. Récemment M. Matsushima [6] a démontré qu'un espace fibré vectoriel holomorphe sur un tore complexe admettant une connexion holomorphe de fibre de dimension 2 possède nécessairement une connexion holomorphe intégrable c.à.d. une connexion holomorphe dont la forme de courbure est nulle. D'autre part d'après Atiyah [1] on sait qu'un espace fibré holomorphe de base M et de groupe structural G admettant une connexion holomorphe intégrable est un espace fibré principal associé au revêtement universel de la base M par une représentation du groupe fondamental de M dans G et vice versa. En combinant ces deux résultats M. Matsushima a classifié tout complètement les espaces fibrés vectoriels holomorphes de fibre C^2 admettant des connexions holomorphes sur un tore complexe. Notre étude commence, par la généralisation du théorème cité plus haut: Un espace fibré vectoriel holomorphe sur un tore complexe admettant une connexion holomorphe possède nécessairement une connexion holomorphe intégrable. Ce théorème sera démontré en considérant l'espace fibré principal de groupe structural G un groupe de Lie nilpotent simplement connexe (Théorème 2). En utilisant ce théorème et le théorème d'Atiyah nous pouvons classifier complètement les espaces fibrés vectoriels holomorphes admettant des connexions holomorphes sur un tore complexe de fibre de dimension 3 ou 4 (§6 et 7). En général, nous pouvons définir une notion de la *longueur* d'un espace fibré vectoriel en question qui

Received February 24, 1959.