ÜBER GESCHLOSSENE GEODÄTISCHE AUF GESCHLOSSENEN MANNIGFALTIGKEITEN

RYOJI SHIZUMA

Einleitung

In der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns mit dem Problem der geschlossenen Geodätischen auf geschlossenen Mannigfaltigkeiten. Dieses Problem geht bekanntlich auf Morse ([4], [5])[1] zurück. Wir machen aber von seinem Kunstgriff des "zyklischen" Produktes [4] keinen Gebrauch; vielmehr kommt es uns hier darauf an, den Funktionalraum unseres Variationsproblems direkt in Betracht zu ziehen, wie es Morse beim analogen Problem der geodätischen Linien mit festen Randpunkte herausgearbeitet hat. Es wird sich im folgenden zeigen, wie sich sein Verfahren auf den Fall der geschlossenen Geodätischen übertragen lässt.

Begriffe und Bezeichnungen, die wir später benutzen, werden in §1 zusammengestellt.

Es wird sich dabei als zweckmässig erweisen, Funktionalraum unseres Variationsproblems als Faserbündel aufzufassen. In der Tat handelt es sich im folgenden nicht um den Raum Σ aller geschlossenen Kurven, sondern um den Abbildungsraum $\tilde{\Omega}$, die sich in natürlicher Weise Faserbündel über Σ darstellt.

Nachdem die Grundbegriffe in §1 erklärt worden sind, spielt in §2 das Deformationsverfahren eine besondere Rolle. Die nun folgenden Überlegungen gehören demselben Ideenkreis an, der von Morse im oben gesagten Fall geklärt worden ist. Wir lehnen uns hier eng an das Buch von Seifert und Threlfall [6] an; jedoch entstehen dabei einige Schwierigkeiten. Es ist wohl angebracht, den Begriff der Typenzahl der isolierten stationären Faser einzuführen.

Bezeichnet man mit M^k die Summe der k-ten Typenzahlen aller isolierten stationären Fasern und mit R^k die k-te Bettische Zahl von $\tilde{\Omega}$ bis auf die Menge der konstanten Abbildungen, so lautet nun das Hauptresultat (§3):

Received February 21, 1958.

[1] Die Nummern verweisen auf die Literatur am Schluss der Arbeit.