SUR LA STRUCTURE DU GROUPE D'HOMÉO-MORPHISMES ANALYTIQUES D'UNE CERTAINE VARIÉTÉ KAEHLÉRINNE

YOZÔ MATSUSHIMA

1. Soit V une variété[1] complexe et soit I le champ de tenseurs de type $(1, 1)$ de V définissant la structure complexe de V. Un champ de vecteurs[1] ξ sur V sera dit conforme si $I[\xi, \eta] = [\xi, I\eta]$ pour tout champ de vecteurs η sur V. On désignera par $\mathfrak{a}$ l'ensemble de tous les champs de vecteurs comformes sur V. $\mathfrak{a}$ est une sous-algèbre de Lie de l'algèbre de Lie de tous les champs de vecteurs sur V. Si V est compacte, $\mathfrak{a}$ est de dimension finie et s'identifie avec l'algèbre de Lie du groupe de Lie $A(V)$ d'homéomorphismes analytiques de V [2]. De plus, si ξ, $\eta \in \mathfrak{a}$, on a $I\xi$, $I\eta \in \mathfrak{a}$ et $I[\xi, \eta] = [\xi, I\eta] = [I\xi, \eta]$. On peut donc définir une structure d'algèbre de Lie complexe de $\mathfrak{a}$ en posant $\sqrt{-1}\,\xi = I\xi$ pour tout $\xi \in \mathfrak{a}$.

Une variété kaehlérienne est, par définition, la couple (V, g) d'une variété complexe V et d'une métrique kaehlérienne g de V. On désignera par $\mathfrak{g}$ l'algèbre de Lie de tous les champs de vecteurs de Killing de la variété kaehlérienne (V, g). On verra que, si V est compacte, $\mathfrak{g}$ est une sous-algèbre de $\mathfrak{a}$ (Lemme 3). On dira qu'*une variété kaehlérienne compacte satisfait à la condition* (P) *si l'on a* $\mathfrak{a} = \mathfrak{g} + I\cdot\mathfrak{g}$. Cette condition signifie que le sous-espace complexe de $\mathfrak{a}$ engendré par $\mathfrak{g}$ coïncide avec $\mathfrak{a}$. Si une variété kaehlérienne compacte satisfait à la condition (P), l'algèbre de Lie $\mathfrak{a}$ est réductive. En effect, la variété V étant compacte, le plus grand groupe d'isométries de (V, g) est compact et par suite son algèbre de Lie qui s'identifie avec $\mathfrak{g}$ est réductive. Si l'on désigne par $\mathfrak{g}^c$ la complexifiée de $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{g}^c$ est aussi réductive. Puisque l'on a $\mathfrak{a} = \mathfrak{g} + I\cdot\mathfrak{g}$, il existe un homomorphisme naturel de $\mathfrak{g}^c$ sur l'algèbre de Lie complexe $\mathfrak{a}$ et par suite $\mathfrak{a}$ est réductive. Soit, réciproquement, V une variété complexe et compacte telle

Received October 9, 1956.

[1] Les variétés considérées ici seront supposées connexes et les champs de tenseurs seront indéfiniment différentiables.