ESPACES À CONNEXIONS AFFINES ET RIEMANNIENNES SYMÉTRIQUES

SHÔSHICHI KOBAYASHI

Le but de la présente note est de clarifier la notion de variété riemanienne ou affine symétrique (et plus généralement, localement réductive) du point de vue de la théorie de connexions dans les espaces fibrés. Nous donnerons quelques caractérisations des espaces localement symétriques, ou réductives (Th. 1. 2 et 3). On trouvera la définition de dérivation covariante de tenseurs de courbure et de torsion dans la terminologie de la théorie de connexions dans les espaces fibrés. Cette définition peut être généralisée à la dérivation covariante d'un tenseur quelconque. Les résultats concernant la dérivation covariante seront publiés ailleurs. Enfin on retrouvera des résultats de Borel-Lichnerowicz. *Même* si l'on ne trouvera pas de résultats nouveaux dans cette note, on comprendra mieux les espaces symétriques par la théorie de connexion de Cartan.

Je tiens à remercier ici à mon ami K. Nomizu, auquel je dois de nombreuses améliorations dans l'exposition de cette note.

1. Connexion de Cartan

Soit E une variété fibrée de base V, de fibre F et de groupe structural de Lie G. E est dite *soudée* à V [4], si les conditions suivantes sont satisfaites.

(1) G opère transitivement sur F; c'est-à-dire F peut être identifiée à l'espace homogéne G/G', où G' est le groupe d'isotropie en un point O de F.

(2) $\dim F = \dim V$.

(3) Le groupe structural G de la variété fibrée E peut être réduit jusqu'à G'; autrement dit, E admet une section que nous noterons par σ. Quand la variété E est considérée comme la variété fibrée à groupe structural G', elle sera désignée par E'.

(4) Deux variétés fibrées $T(V)$ et $T_F(E)$ de base V sont équivalentes,

Received March 1, 1955.